Mondatkiegészítések – megoldások

2014. április 26.

Az alábbi típusú mondatkiegészítések jelentik az elméleti feladatok egy részét. A tapasztalat szerint ezek megoldásához a tárgyi tudás mellett szükség van egyfajta rutinra. Ezt segítendő szándékomban áll a félév során az egyes anyagrészekhez kapcsolódóan folyamatosan feltenni feladatokat kiegészítve a már meglévő listát. Két fájlt találnak: az egyik a feladatsor kihagyva a kitöltendő részeket, míg a másik a kiegészített mondatokkal. Észrevételeket szívesen veszek. M.F.

1. A Descartes-féle koordináta rendszer bázisvektorai ortonormáltak. Az ortonormáltság azt jelenti, hogy e vektorok egymásra merőlegesek (ortogonálisak) és egyenként egységnyi hosszúak (normáltak).

2. Az átlagsebesség a megtett út és az ehhez szükséges idő hányadosa. Mivel az út skalár mennyiség, így ennek megfelelelően az átlagsebesség nem vektor, hanem skalár mennyiség.

3. A sebesség időegységenkénti / időegység alatti elmozdulás.

4. A sebességvektor a pályagörbe érintője.

5. A gyorsulás időegységenkénti / időegység alatti sebességváltozás.

6. Ha egy egyenes vonalúan mozgó pont $x(t)$ helykoordinátája az idő At^n függvényével adható meg (A konstans), akkor sebessége az időnek Ant^{n-1} függvénye.

7. Síkbeli polárkoordináta rendszerben a két bázisvektor neve: radiális (sugár irányú) és transzverzális (a radiális egységvektorra merőleges és a növekvő szögek irányába mutat) egységvektorok.

8. *Ínyenceknek:* A síkbeli polárkoordináta rendszer minden pontjához tartozik egy bázisvektor pár. Ezért ezeket lokális bázisnak nevezik. (Megjegyzés: Nagyon fontos a sebesség és gyorsulás kifejezésében.)

9. Körmozgás esetén a gyorsulás vektora két nevezetes komponensre bontható fel. Ezek a centripetális és tangenciális gyorsulások.

10. Egyenletes körmozgás esetén csak centripetális gyorsulás van.

11. A centripetális gyorsulás mindig a kör közepe felé mutat.

12. Gyorsuló körmozgás esetében az eredő gyorsulás biztosan nem a kör közepe felé mutat.

13. A szögsebesség időegység alatti szögelfordulás.

14. A kerületi sebesség mindig az $R\omega$ kifejezéssel adható meg, függetlenül attól, hogy a körmozgás gyorsuló vagy nem.

15. Görbe vonalú mozgás során a tömegpont mozgása a görbe egy adott pontjában úgy tekinthető, mintha a tömegpont körpályán (simulókörön) mozogna.

16. Egy test egyenes vonalú mozgását sebesség-idő grafikonon ábrázoljuk. A test elmodulását a görbe alatti terület adja.

17. Minden test megőrzi egyenesvonalú egyenletes mozgását, amíg más testekkel kölcsönhatásba nem lép. Az itt megfogalmazott állítást Newton I. axiómájának / a tehetetlenségi axiómának nevezik.

18. Az inerciarendszerek olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyekben érvényes a tehetetlenség törvénye.

19. Newton II. axiómájának matematikai megfogalmazása: $F = ma$.

20. A II. axiómában szereplő tömeget tehetetlen tömegnek nevezzük.

21. Az tömeg a tehetetlenség mértéke.

22. Az erő a kölcsönhatás mértéke.

23. Newton III. axiómája szerint a kölcsönható erők erő-ellenerő párban lépnek fel.

24. Van az erőknek egy csoportja, amelyeknek nincs ellenereje. Ez azért van, mert ezek nem kölcsönhatásból származnak. Ezek az erők az ún. gyorsuló vonatkoztatási renszerekben lépnek fel, és tehetetlenségi erőknek nevezzük őket.

25. A gravitációs kölcsönhatás erőtörvénye: $\mathbf{F} = -\gamma \frac{mM}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$; e törvényt az általános tömegvonzás törvényének is nevezik. A vonzó kölcsönhatás tulajdonságot a képletbeli negatív előjel fejezi ki.

26. A homogén erőtér fogalma azt jelenti, hogy a tér minden pontjában ugyanolyan nagyságú és irányú erő lép fel.

27. A homogén nehézségi erőtér alakja: $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$; a törvénybeli tömeget súlyos tömegnek nevezik.

28. A rugalmas erő matematikai alakja: $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$.

29. A tömegpontra ható kényszerő a felület, görbe mint kényszer normálisa irányába mutat.

30. A súrlódási erő $F_s = \mu N$ nagyságú. Fontos megjegyezni, hogy az összefüggésben nem a test súlya, hanem a támaszerő van!

31. Az asztalon csúszó testre ható súrlódási erő mindig a pillanatnyi sebességgel ellentétes irányú.

32. A tömegpontra ható erő annak impulzusát változtatja meg.

33. A impulusváltozás annál nagyobb, minél nagyobb az erő.

34. A falra merőlegesen pattanó m tömegű, v sebességű labda rugalmasan visszapattan. Ekkor a labda imulzusváltozása $2mv$.

35. Tömegpontrendszer esetén a belső erők a rendszer teljes impulzusát nem változtatják meg.

36. Tömegpontrendszer tömegközéppontjának definíciója: $\mathbf{r} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}$.

37. A tömegközéppont úgy mozog, mintha az összes külső erő e pontban hatna.

38. Két tömegpont közül az egyik keletre, a másik északra mozog ugyanolyan v_0 sebességgel. Egymással tökéletesen rugalmatlanul ütköznek, amely után $v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$ nagyságú sebességgel mozognak.

39. Az elemi munka az erővel és az elmozdulással kifejezett skaláris szorzat.

40. A teljesítmény definíciója: időegység alatti munkavégzés. Az elemi munka kifejezésére alkalmazva a teljesítmény az erő és a sebesség skaláris szorzata.

41. Egy szerkezet mozgatásához az $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = kx^3$ erő alkalmazása szükséges (k konstans). Mekkora a munkavégzés az $x = 0$ pontból az x koordinátájú pontba való elmozdítás során? Válasz: $W = \frac{1}{4} k x^4$.

42. A testen végzett munka a test kinetikus / kinetikai / mozgási energiáját változtatja meg. Tételszerűen ezt fogalmazza meg a munkatétel / kinetikai energia tétele, amelynek matematikai alakja: $\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W$.

43. Konzervatívnak nevezzük azt az erőteret, amely matematikai alakja előállítható mint egy csak helytől függő skalár tér (1D-ben) $-\frac{d}{dx}$ deriváltja, vagy (3D-ben) $-\mathtt{grad}$ negatív gradiense.

44. Ha a konzervatív erőtér potenciálja $U(y) = mgy$, akkor a ható erő: $F = -mg$.

45. Ha a konzervatív erőtér potenciálja $U(r) = -\gamma \frac{mM}{r}$, akkor a ható erő: $F(r) = -\gamma \frac{mM}{r^2}$.

46. Ha a konzervatív erőtér potenciálja $U(r) = A\frac{1}{r^6} + B\frac{1}{r^{12}}$, akkor a ható erő: $F(r) = -6A\frac{1}{r^7} - 12B\frac{1}{r^{13}}$.

47. Konzervatív erőtérben a végzett munka független az úttól, azaz csak a kezdő- és végpontoktól függ. Ha egy test a kezdőpontjára jut vissza, akkor a végzett munka zérus.

48. *Ínyenceknek:* A konzervatív erőtér előáll, mint $\mathbf{F} = -\mathrm{grad} U$. A vektoranalízisből ismert, hogy bármely $\varphi(\mathbf{r})$ skalártér gradiensének rotációjára érvényes: $\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\varphi = 0$. Ezért azt mondhatjuk, hogy az $\mathbf{F}$ konvervatív erőtér örvénymentes: $\mathrm{rot}\mathbf{F} = 0$.

49. *Ínyenceknek:* Ha egy vektortér örvénymentes, azaz $\mathrm{rot}\mathbf{F} = 0$, akkor a tér biztosan előállítható, mint egy skalártér negatív gradiense: $\mathbf{F} = -\mathrm{grad} U$.

50. A mechanikai energia a kinetikus és potenciális energiák összege.

51. A súrlódás, közegellenállás során fellépő munkavégzés mindig csökkenti a mechanikai energiát. A teljes energia azonban a mozgás során megmarad. A súrlódás során disszipálódott energia pl. hővé alakul, növelve a test belső energiáját. Ez utóbbi fogalom megjelenése azonban kivezet a mechanika fogalomtárából. :(

52. Míg a mechanikai energia megmaradása csak konzervatív erőterek esetében teljesül, addig az energia megmaradás általános érvényű.

53. Két test ütközése pillanatában az energián kívül az impulzus biztosan megmarad.

54. A mechanikai energia csak akkor megmaradó mennyiség két test ütközése esetén, ha az ütközés tökéletesen rugalmas.

55. Ha az ütközés rugalmatlan, akkor a mechanikai energia nem megmaradó mennyiség.

56. A mozgó tömegpont O-pontra vonatkoztatott impulzusmomentuma $\mathbf{L} = \mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

57. A tömegpont impulzusmomentumát a a tömegpontra ható forgatónyomaték $(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$ változtathatja meg.

58. Centrális erőtér az az erőtér, amelyben az erővektorok hatásvonalai egy ponton mennek át.

59. A rugalmas erő a gravitációs erő, a kötélerő egyaránt centrális erő.

60. A homogén nehézségi erő, a közegellenállási erő egyaránt nem centrális erő.

61. A forgatónyomaték nagysága centrális erőtérben mindig zérus.

62. A merev test definíciója kimondja, hogy a test mozgása során bármely két pontjának távolsága állandó.

63. A merev test transzlációs (haladó) és rotációs (forgó) mozgást tud végezni.

64. A forgómozgás létrehozásakor a testre forgatónyomaték hat. E mennyiség a kifejezése $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Az itt értelmezett szorzást vektoriális szorzásnak nevezik.

65. A forgatónyomaték a merev test impulzusmomentumát (perdületét) változtatja meg.

66. A merev test perdületének matematikai alakja: $\mathbf{L} = I\omega$. /Az irodalomban több helyen: $\mathbf{N} = \Theta\omega$/.

67. A tehetetlenségi nyomaték definíciója: $\Theta = \sum_i m_i r_i^2$ vagy $\Theta = \int r^2 dm$.

68. A tömegpont tehetetlenségi nyomatéka: $\Theta = mr^2$.

69. A homogén korong forgástengelyére vett tehetetlenségi nyomaték: $\Theta = \frac{1}{2}mr^2$.

70. *Ínyenceknek*: A merev test perdülete: $\mathbf{N} = \hat{\Theta}\omega$. Itt a $\hat{\Theta}$ az ún. tehetetlenségi tenzor. Az $\mathbf{N}$ impulzusmomentum vektora nem feltétlenül (nem minden esetben) párhuzamos az ω szögsebesség vektorral!

71. A forgómozgás alapegyenlete: $M = I\beta$. /A irodalomban több helyen: $M = \Theta\beta$/.

72. Két erőrendszert ekvivalensnek nevezünk akkor, ha mind az erők mind a forgatónyomatékok eredője megegyezik. Ekkor a két erőrendszer azonos haladó (transzlációs) és forgó (rotációs) mozgást hoz létre.

73. Egy erőrendszer helyettesíthető egy erővel és egy erőpárral.

74. Egy erőpár egyetlen erővel nem helyettesíthető.

75. Tehetetlenségi erő csak gyorsuló vonatkoztatási rendszerben lép fel.

76. A tehetetlenségi erők bevezetésére azért van szükség, hogy Newton II. axiómájának érvényességét gyorsuló vonatkoztatási rendszerekre is kiterjeszthessük.

77. Négyféle tehetetlenségi erőt különböztetünk meg: 1. transzlációs tehetetlenségi erő, 2. centrifugális erő, 3. Coriolis-erő és 4. Euler-erő.

78. A transzlációs tehetetlenségi erő matematikai alakja: $\mathbf{F}_{tr} = -m\mathbf{a}$.

79. A centrifugális erő matematikai alakja: $\mathbf{F}_{cf} = mr\omega^2\frac{\mathbf{r}}{r} = m\omega^2\mathbf{r}$.

80. A Coriolis-erő matematikai alakja: $\mathbf{F}_{Co} = -2m\omega \times \mathbf{v}$. Itt ω a szögsebesség vektor.

81. Az Euler-erő matematikai alakja: $\mathbf{F}_{Eu} = m\mathbf{r} \times \beta$. Itt β a szöggyorsulás vektor.

82. A csillapodó rezgés mozgásegyenlete: $m\ddot{x} + c\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

83. A rezgés alulcsillapított, ha $\omega_0 > \frac{c}{2m}$.

84. A rezgés túlcsillapított, ha $\omega_0 < \frac{c}{2m}$.

85. Az alulcsillapitott rezgés időbeli kitérése: $x(t) = Ae^{-\frac{c}{2m}t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}\,t + \alpha)$.

Vegyes feladatok

86. Egy tömegpont nyugalomból indulva, lineárisan növekvő gyorsulással mozog. Ekkor a pont sebessége az idő(ben)vel négyzetesen változik.

87. Ferde hajítás esetén a tömegpont gyorsulása a mozgás során állandó.

88. Inerciarendszernek nevezzük azt a vonatkoztatási rendszert, amelyben a tehetetlenség törvénye teljesül.

89. Két bolygó tömegének aránya $M_1 : M_2 = 1 : 2$, sugaruk aránya $R_1 : R_2 = 2 : 3$. Ekkor a két bolygó felszínén $9/8$ a gyorsulások aránya.

90. Egy (nyugalmi állapotához képest) 10 cm-rel megnyújtott rugó 500 Joule energiát tárol. Ekkor a rugót 10000 N erővel kell tartani.

91. Egy tömegpontra ható erő $\int_{t_1}^{t_2} F dt$ integrálja megadja a pont impulzusváltozását.

92. Egy mozgó golyó állónak ütközik. Az ütközés utáni sebességük egymásra merőleges. Ebből következik, hogy (tökéletesen rugalmas ütközés esetén) a két golyó azonos tömegű.

93. Egy egyenletes sebességgel gördülő, 1 méter sugarú karika legfelső pontjának a sebessége a talajhoz képest 1 m/s. Ekkor a pont gyorsulásának a nagysága 0,25 m/s^2.

94. Egy tömegpontrendszer perdületét a centrális belső erők nem változtatják meg.

95. Ha a tehetetlenségi nyomaték Θ_0 a tömegközépponton átmenő tengelyen keresztül, akkor a vele párhuzamos d távolságra lévő tengelyre vett tehetetlenségi nyomaték: $\Theta = \Theta_0 + md^2$.

96. Egy magasugró elhagyta a talajt, így a további mozgása során (a földre éréséig) a sportoló perdülete nem változik meg.

97. Az északi féltekén a folyók jobb partjukat mossák jobban a Coriolis-erő fellépte miatt.

98. Az asztalon m tömegű golyó pattog. Ekkor a golyó mg átlagos erővel nyomja az asztalt.

99. A szabadon eső ejtőernyős kezében lévő test zérus erővel nyomja az ejtőernyős kezét.

100. A súlytalanság állapota azt jelenti, hogy a test nem nyomja az alátámasztást; a szabadon leeső testre mg erő hat.