

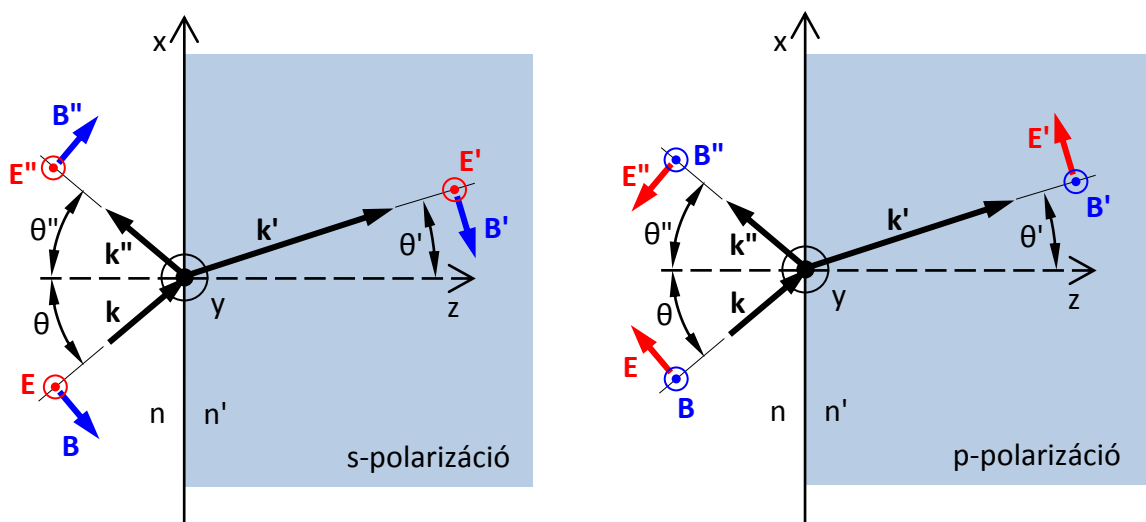
## Síkhullámok reflexiója/transzmissziója sík határfelületen

Dr. Koppa Pál, Dr. Erdei Gábor, 2016-09-16

### Polarizációs sajátállapotok síkhullám-síkfelület találkozásánál

Az alábbiakban azt az esetet vizsgáljuk, amikor az optikai anyagjellemzők ugrásszerűen (azaz a hullámhossznál jóval kisebb tartományon belül) változnak egy sík felület mentén. Hullámtanból ismert, hogy amennyiben a terjedési sebesség ugrásszerűen változik, reflexió és törés jelensége lép fel. Fény esetén ezen effektusok tárgyalásakor nem hagyható figyelmen kívül az EM tér transzverzálitása, azaz a polarizáció. Polarizált sugárzásról akkor beszélünk, amikor az  $\mathbf{E}$  és  $\mathbf{B}$  térerősség vektorok rezgése hosszú távú időbeli és térbeli rendezettséget (periodicitást) mutat. A rendezettség legismertebb fajtája a lineáris polarizáció, amikor a térerősség vektorok rezgése állandóan egy síkban marad (erre utal a „polarizált”, régiesen „sarkított” kifejezés). A teljesen monokromatikus síkhullám mindig polarizált, általános esetben elliptikusan (ld. a polarizáció témakörét). Polarizálatlan fény létrehozásához nagy számú, véletlen fázisú és különböző irányú amplitúdó vektorral rendelkező síkhullámot kell összekevernünk. További feltétel, hogy a fáziskülönbség a síkhullám komponensek között időben vagy térben gyorsan változzon. Az előbbi miatt a sugárzás hullámhossz spektruma kiszélesedik (már nem lesz monokromatikus), az utóbbi miatt divergens lesz az iránykarakteristikája (többé már nem síkhullám). Ha a térbeli és időbeli véletlenszerűség egyidejűleg lép fel, a környezetünkben tapasztalható diffúz és polarizálatlan sugárzást kapjuk. (Ezekről a térbeli és időbeli koherenciánál lesz szó.)

A továbbiakban egy ideális (végtelen) síkhullámot bocsájtunk egy sík határfelületre, és vizsgáljuk a visszaverődés/törés törvényszerűségeit. A levezetésnél abszorpció mentes dielektrikum közegeket tételezünk fel (tehát  $n$  és  $k$  valós). Mivel a síkhullám megoldása a Maxwell-egyenleteknek, eredményeink nem csupán a geometriai optikai közelítés keretein belül érvényesek (ld. jövő óra), hanem általános hullámoptikai törvényszerűségek.



A levezetés fontos eleme az a megfigyelés, hogy a felületi reflexiónak/transzmisszióknak vannak polarizációs sajátállapotai: az s-polarizáció ( $\sigma$ , vagy TE-polarizáció) amikor az elektromos térerősség merőleges a beesési síkra, és a p-polarizáció ( $\pi$ , vagy TM polarizáció), amikor az elektromos térerősség párhuzamos a beesési síkkal. Mindkét esetben a fény lineárisan polarizált, és mivel ezek sajátállapotok, visszaverődés és törés közben nem változnak meg, csak a rezgés komplex amplitúdója módosul (abszolút értékben és fázisban).

A beeső, megtört és visszavert síkhullámok, illetve hullámszámvektoraik:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1)$$

$$\mathbf{k} = n \cdot \mathbf{k}_0 \Rightarrow \mathbf{k} = (k_x, 0, k_z) = n \frac{\omega}{c} (\sin \theta, 0, \cos \theta) \quad (2)$$

$$\mathbf{k}'' = (k_x'', k_y'', k_z'') \quad ; \quad k_x''^2 + k_y''^2 + k_z''^2 = n^2 \left( \frac{\omega}{c} \right)^2$$

$$\mathbf{k}' = (k_x', k_y', k_z') \quad ; \quad k_x'^2 + k_y'^2 + k_z'^2 = n'^2 \left( \frac{\omega}{c} \right)^2$$

### Kontinuitási egyenletek két dielektrikum határán

A Maxwell-egyenletek határfeltételei alapján:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_t = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}''_t & \rightarrow \frac{\mathbf{B}'_t}{\mu'} = \frac{\mathbf{B}_t}{\mu} + \frac{\mathbf{B}''_t}{\mu} \rightarrow \mathbf{E}'_t = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}''_t \\ \mathbf{H}'_t = \mathbf{H}_t + \mathbf{H}''_t & \rightarrow \mathbf{B}'_t = \mathbf{B}_t + \mathbf{B}''_t \end{aligned}$$

ahol feltételeztük, hogy a közegek nem mágnesezhetőek, azaz  $\mu = \mu' = \mu_0$ . A fenti összefüggésekre akkor van szükségünk, ha az anyagjellemzők a hullámhosszal összemérhető, vagy annál kisebb tartományon belül változnak (azaz ugrásszerűen). (1)-t behelyettesítve:

$$\tilde{\mathbf{E}}'_{t0} \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r})} = \tilde{\mathbf{E}}_{t0} \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} + \tilde{\mathbf{E}}''_{t0} \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r})}$$

$z = 0$  határfelület,  $k_y = 0$ ,  $e^{i\omega t}$ -vel egyszerűsítve

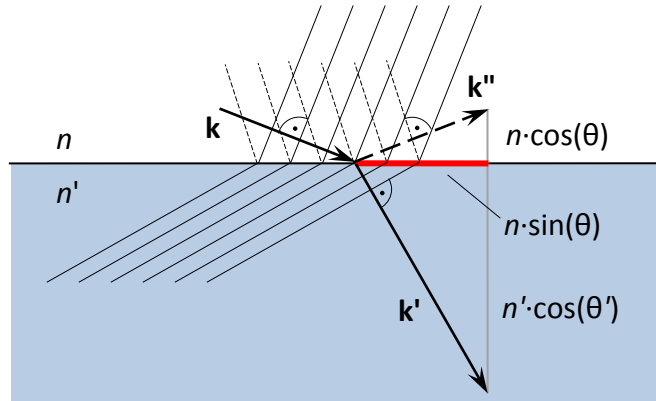
$$\tilde{\mathbf{E}}'_{t0} \cdot e^{-i(k'_x x + k'_y y)} = \tilde{\mathbf{E}}_{t0} \cdot e^{-i(k_x x)} + \tilde{\mathbf{E}}''_{t0} \cdot e^{-i(k''_x x + k''_y y)} \quad (3)$$

Hasonlóan  $\mathbf{B}_t$ -re. (3) akkor teljesül tetszőleges  $(x, y)$  értékre, ha azonosak a fázisok:

$$k'_x x + k'_y y = k_x x = k''_x x + k''_y y$$

Ez az ún. fázisillesztés, ami azt jelenti, hogy a felület mentén mind a beeső, a visszavert és az áthaladó hullámok azonos fázisban vannak:

$$\left. \begin{aligned} \text{I. } k'_y &= k''_y = 0 \\ \text{II. } k_x &= k_x \\ \text{III. } k_x &= k'_x \end{aligned} \right\}$$



I.-ből következik, hogy a törési és tükrözési sík egybeesik a beesési síkkal.

II.-ből megkapjuk a tükrözési törvényt:

$$\sin(\theta) = \sin(\theta'') \Rightarrow \theta = \theta''$$

III.-ból a törési törvényt (Snellius-Descartes törvény):

$$n \frac{\omega}{c} \sin(\theta) = n' \frac{\omega}{c} \sin(\theta') \Rightarrow n \cdot \sin(\theta) = n' \cdot \sin(\theta'),$$

mivel  $\theta$  és  $\theta'' \in [0; \pi/2]$ . Ha a fázisok egyenlőek, egyszerűsíthetünk velük (3)-ban. Így kapjuk az amplitúdókra vonatkozó feltételt:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}'_{t0} &= \tilde{\mathbf{E}}_{t0} + \tilde{\mathbf{E}}''_{t0} \\ \tilde{\mathbf{B}}'_{t0} &= \tilde{\mathbf{B}}_{t0} + \tilde{\mathbf{B}}''_{t0} \end{aligned} \quad (4)$$

### S-polarizáció, azaz E merőleges a beesési síkra

$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$ ;  $E_x = 0$  csak  $E_y \rightarrow E_y = E$ , azaz (4) alapján:

$$\boxed{\tilde{\mathbf{E}}'_0 = \tilde{\mathbf{E}}_0 + \tilde{\mathbf{E}}''_0} \quad (5)$$

A II. Maxwell-egyenletből meghatározzuk  $\mathbf{B}$  értékét (a beeső, megtört és visszavert síkhullámokra egyaránt):

$$\begin{aligned} \text{rot} \tilde{\mathbf{E}} &= -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} \rightarrow -i\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 = -i\omega \tilde{\mathbf{B}}_0 \rightarrow \tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}}_0}{\omega} \\ \begin{vmatrix} \mathbf{i}' & \mathbf{j}' & \mathbf{k}' \\ k_x & 0 & k_z \\ 0 & \tilde{E}_0 & 0 \end{vmatrix} &= -k_z \tilde{E}_0 \mathbf{i}' - 0 \cdot \mathbf{j}' + k_x \tilde{E}_0 \mathbf{k}' \rightarrow \tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{-k_z \tilde{E}_0 \mathbf{i}' + k_x \tilde{E}_0 \mathbf{k}'}{\omega}. \end{aligned} \quad (6)$$

(4)-ből a  $\mathbf{B}$ -re vonatkozó feltétel:

$$\tilde{\mathbf{B}}'_{0x} = \tilde{\mathbf{B}}_{0x} + \tilde{\mathbf{B}}''_{0x}$$

Ide behelyettesítve (6) x-komponensét, és  $\omega$ -val egyszerűsítve ( $\mathbf{B}_t = \mathbf{B}_x + \mathbf{B}_y$ ;  $B_y = 0$ ):

$$-k'_z \tilde{E}'_0 = -k_z \tilde{E}_0 - k''_z \tilde{E}''_0$$

A tükrözési törvény alapján  $k''_z = -k_z$  :

$$-k'_z \tilde{E}'_0 = -k_z \tilde{E}_0 + k_z \tilde{E}''_0$$

Mindkét oldalt elosztva  $-k_z$ -vel:

$$\boxed{\frac{k'_z}{k_z} \tilde{E}'_0 = \tilde{E}_0 - \tilde{E}''_0} \quad (7)$$

(5) és (7) kétismeretlenes egyenletrendszer alkot, amelyeket megoldhatunk  $\tilde{E}'_0$ -ra és  $\tilde{E}''_0$ -ra:

$$\tilde{E}'_0 = \frac{2}{1 + \frac{k'_z}{k_z}} \tilde{E}_0 \quad ; \quad \tilde{E}''_0 = \frac{2}{1 + \frac{k'_z}{k_z}} \tilde{E}_0 - \tilde{E}_0 \quad (8)$$

Bevezetjük az „a” segédváltozót:

$$a \equiv \frac{k'_z}{k_z} ,$$

amivel a (8) összefüggések egyszerűbb alakba írhatók:

$$\tilde{E}'_0 = \frac{2}{1+a} \tilde{E}_0 \quad ; \quad \tilde{E}''_0 = \frac{1-a}{1+a} \tilde{E}_0$$

Az s-polarizáció esetén definiált transzmissziós ( $\tau_s$ ) és reflexiós ( $\rho_s$ ) tényezők ezzel:

$$\tau_s \equiv \frac{\tilde{E}'_0}{\tilde{E}_0} = \frac{2}{1+a} \quad ; \quad \rho_s \equiv \frac{\tilde{E}''_0}{\tilde{E}_0} = \frac{1-a}{1+a}$$

$$a \equiv \frac{k'_z}{k_z} = \frac{n' \cdot \cos(\theta')}{n \cdot \cos(\theta)}$$

$$\boxed{\tau_s = \frac{2n \cdot \cos(\theta)}{n \cdot \cos(\theta) + n' \cdot \cos(\theta')}} \quad ; \quad \boxed{\rho_s = \frac{n \cdot \cos(\theta) - n' \cdot \cos(\theta')}{n \cdot \cos(\theta) + n' \cdot \cos(\theta')}} \quad (9)$$

### P-polarizáció, azaz E párhuzamos a beesési síkkal

$\mathbf{B}_t = \mathbf{B}_x + \mathbf{B}_y$ ;  $B_x = 0$  csak  $B_y \rightarrow B_y = B$ , azaz (4) alapján:

$$\tilde{\mathbf{B}}'_0 = \tilde{\mathbf{B}}_0 + \tilde{\mathbf{B}}''_0$$

A fentiekhez hasonlóan levezethetők a p-polarizációs transzmissziós ( $\tau_p$ ) és reflexiós ( $\rho_p$ ) tényezők:

$$\tau_p \equiv \frac{\tilde{E}'_0}{\tilde{E}_0} = \frac{2}{1+b} \frac{n}{n'} \quad ; \quad \rho_p \equiv \frac{\tilde{E}''_0}{\tilde{E}_0} = \frac{1-b}{1+b}$$

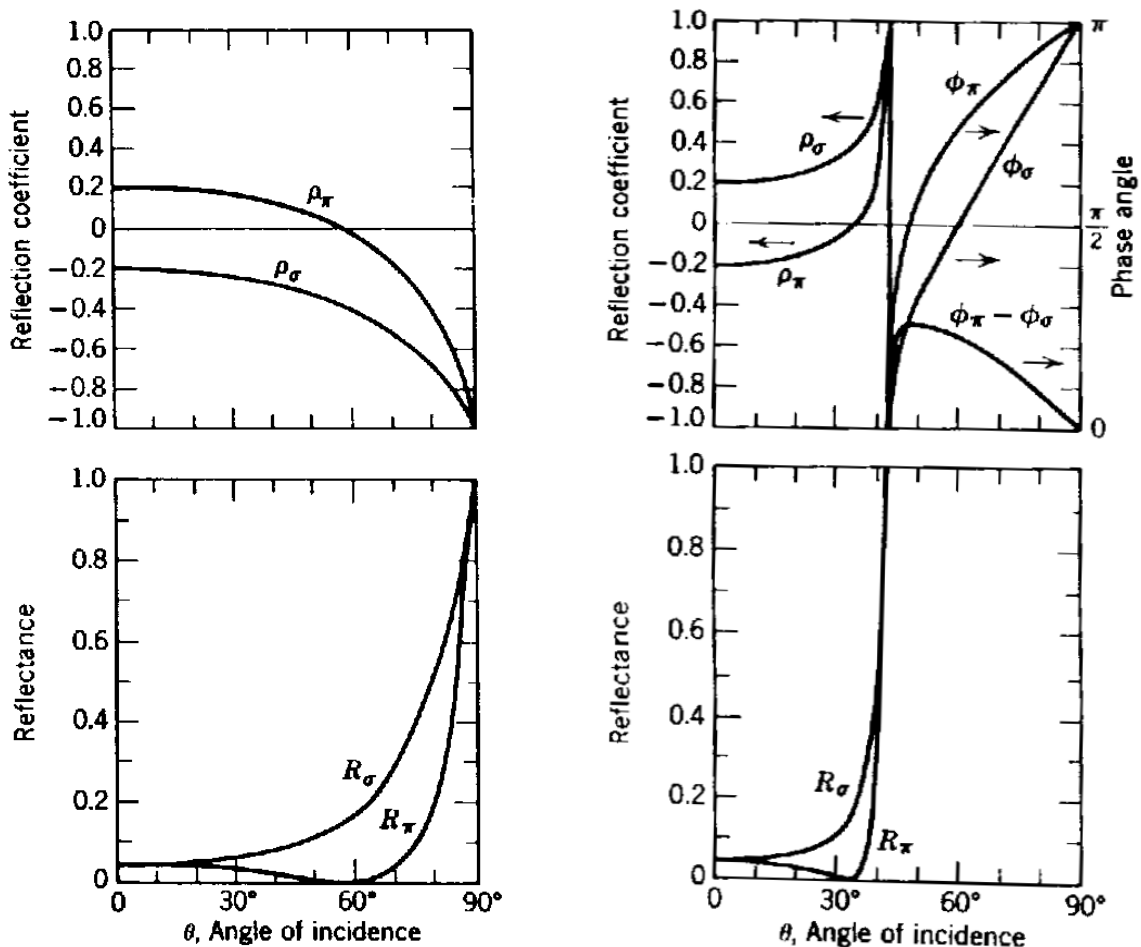
$$b \equiv \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{k'_z}{k_z} = a \cdot \left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \frac{n \cdot \cos(\theta')}{n' \cdot \cos(\theta)} ,$$

$$\boxed{\tau_p = \frac{2n \cdot \cos(\theta)}{n' \cdot \cos(\theta) + n \cdot \cos(\theta')}} \quad ; \quad \boxed{\rho_p = \frac{n' \cdot \cos(\theta) - n \cdot \cos(\theta')}{n' \cdot \cos(\theta) + n \cdot \cos(\theta')}} \quad (10)$$

A (9) és (10) összefüggéseket Fresnel-formuláknak nevezzük.

## A Fresnel-formulák diszkutálása

Az alábbi ábrán üveg esetére ( $n = 1$  és  $n' = 1,5$ ) bemutatjuk a reflexiós és transzmissziós tényezők szögfüggését. Az első amit érdemes megfigyelni, hogy külső visszaverődés esetén ( $n < n'$ ), az elektromágneses tér a beeső sugárzáshoz képest ellenfázisban verődik vissza (ld.  $\rho_s$  előjele). A második, hogy a beesési szög növekedésével az s-reflexiós tényező abszolút értékben nő és 1-hez tart. A harmadik, hogy egy adott szögnél  $\rho_p = 0$ , azaz a visszavert sugárzás teljesen polarizált, csak s-komponenst tartalmaz. Ez az ún. Brewster-effektus, amiről később részletesebben lesz szó. A negyedik, hogy belső visszaverődésnél ( $n > n'$ ) a reflexió nem 90°-os szögnél éri el a maximumát (1-et), hanem jóval korábban. Ezt teljes belső visszaverődésnek nevezzük, és alább szintén részletesen tárgyaljuk.



külső visszaverődés

(Forrás: Klein-Furtak)

belső visszaverődés

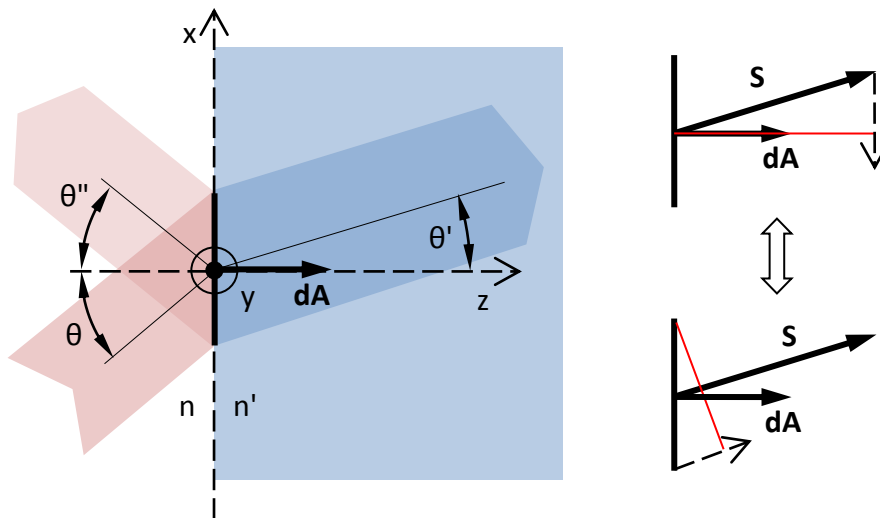
Az előző órán bevezettük az abszorbens közegek leírására alkalmas komplex hullámszámvektort és törésmutatót. Merőlegestől eltérő beesési szög esetén a hullámszám vektor valós és képzetes komponensei nem mutatnak egy irányba, emiatt a  $\vec{k} = \vec{n} \cdot \vec{k}_0$  összefüggés sem igaz. Ebből az következik, hogy a Fresnel-formulák levezetésénél kiindulásul használt (2) abszorbens közeg esetén nem érvényes tetszőleges beesési szög mellett, csak ha  $\theta = 0^\circ$ ! Ettől függetlenül, a reflexiós és transzmissziós tényezők mindenképpen komplex mennyiségek lesznek, azaz fémek felületéről történő visszaverődés után a rezgés fázisa megváltozik. Ennek további következménye, hogy míg dielektrikum-felületekről történő visszaverődés esetén a beeső nem s- vagy p-polarizációjú lineárisan polarizált sugárzás

mindig lineáris marad (csak a rezgés síkja fordul el), fémek esetében a visszavert sugárzás az s- és p-komponensek közötti fáziskülönbség miatt elliptikussá változik. A tetszőleges szögre alkalmazható általános formulák levezetése megtalálható az alábbi referenciákban:

P.C.Y Chang, J.G. Walker, K.I. Hopcraft, „Ray tracing in absorbing media”, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, vol. **96**, pp. 327-341, 2005.

M. Born, E. Wolf, „Principles of Optics”, Pergamon Press, pp. 611-664.

### Az intenzitásra vonatkozó Fresnel-formulák



A múlt óra alapján a detektálható, idő szerint átlagolt teljesítmény-sűrűség vektor (valós hullámszám vektorú közegek esetére):

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{\mu} \frac{\mathbf{k}}{\omega} \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{2}.$$

Az alábbiakban az  $x = y = z = 0$  pontban vizsgálódunk és továbbra is feltételezzük, hogy a közeg nem mágneses:  $\mu = \mu' = \mu_0$ . Ekkor beeső nyalázból  $dA$  felületegységen merőlegesen áthaladó átlagos teljesítmény (ami pontosan ekvivalens azzal, mintha a  $dA$  felületelemnek a nyalábra merőleges vetületét vennék):

$$dP = \langle \mathbf{S} \rangle \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\mu_0} \frac{k}{\omega} \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{2} \cdot \cos(\theta) \cdot dA.$$

Ugyanez a megtört nyalábra:

$$dP' = \langle \mathbf{S}' \rangle \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\mu_0} \frac{k'}{\omega} \frac{|\mathbf{E}'_0|^2}{2} \cdot \cos(\theta') \cdot dA,$$

és a visszavert nyalábra:

$$dP'' = \langle \mathbf{S}'' \rangle \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\mu_0} \frac{k}{\omega} \frac{|\mathbf{E}''_0|^2}{2} \cdot \cos(\theta'') \cdot dA$$

A felületegységre merőlegesen beeső és visszavert fénytjeljesítmény komponensek hányadosa a reflektancia ( $R$ ):

$$R \equiv \frac{dP''}{dP} = \frac{|\mathbf{E}_0''|^2}{|\mathbf{E}_0|^2} = |\rho|^2 \quad (10)$$

A felületegységre merőlegesen beeső és áthaladó (megtört) fényteljesítmény komponensek hányadosa a transzmittancia ( $T$ ):

$$T \equiv \frac{dP'}{dP} = \frac{\langle \mathbf{S}' \rangle \cdot \cos(\theta')}{\langle \mathbf{S} \rangle \cdot \cos(\theta)} = \frac{k' |\mathbf{E}_0'|^2 \cdot \cos(\theta')}{k |\mathbf{E}_0|^2 \cdot \cos(\theta)} = |\tau|^2 \cdot \frac{n' \cos(\theta')}{n \cos(\theta)} \quad (11)$$

Érdeemes megfigyelni, hogy a fénynyaláb keresztmetszete törés után megváltozik. Ezt fejezi ki a koszinuszos tag a (11) képletben. Emiatt törés után akkor is megváltozik a fénynyaláb intenzitása (azaz  $\langle \mathbf{S}' \rangle$ ), ha a transzmisszió 100%-os (pl. reflexiócsökkentő réteg alkalmazása esetén):  $n < n'$  esetén csökken, fordított esetben pedig nő. Az effektus használható többek között fénynyaláb egyirányú nyújtására (ld. lézerdiodák nyalábformálása).

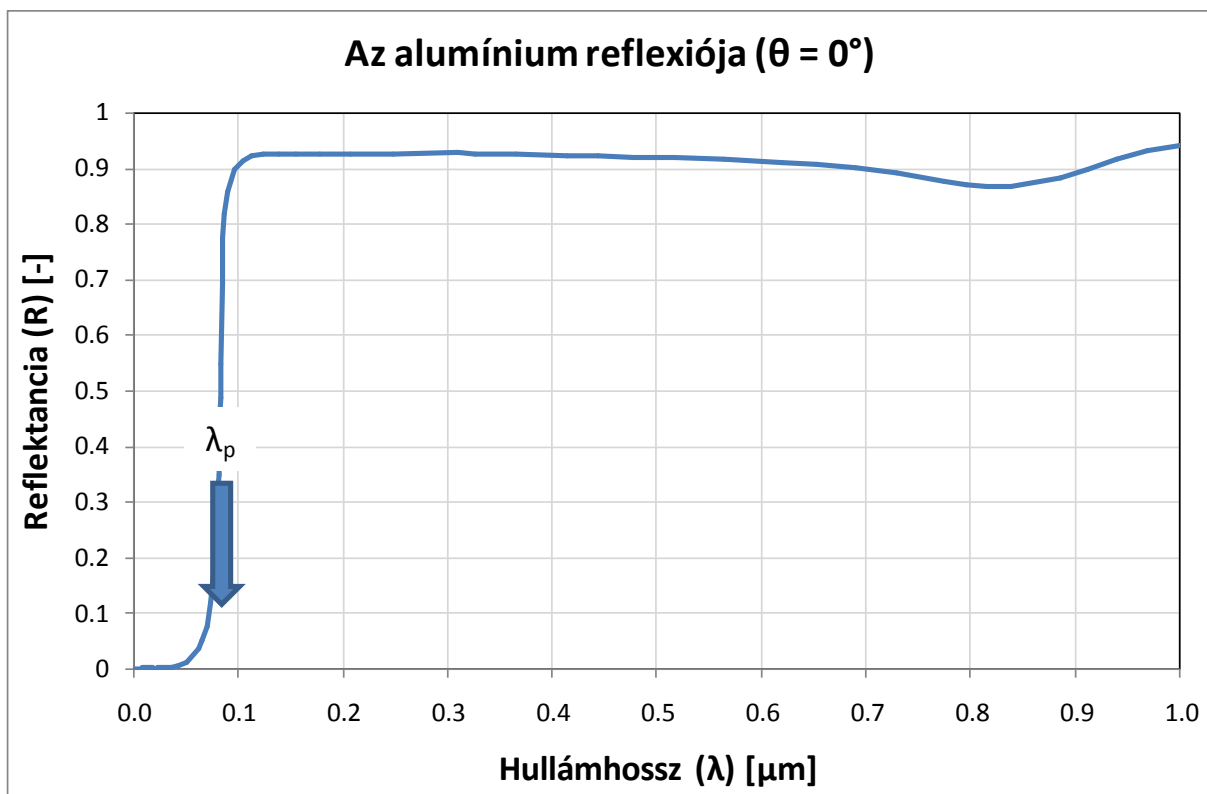
A fentiekből az is könnyen belátható, hogy  $T$ -re és  $R$ -re teljesül az energiamegmaradás törvénye:

$$T + R = 1.$$

Merőleges beesés esetén:

$$T = \left| \frac{2n}{n+n'} \right|^2 \cdot \frac{n'}{n} \quad \text{és} \quad R = \left| \frac{n-n'}{n+n'} \right|^2 \quad (12)$$

Ha az első közeg levegő ( $n = 1$ ), a második közeg üveg ( $n' = 1.5$ ), akkor  $\rho = -0,2$  és  $R = 0,04$  (azaz 4%).



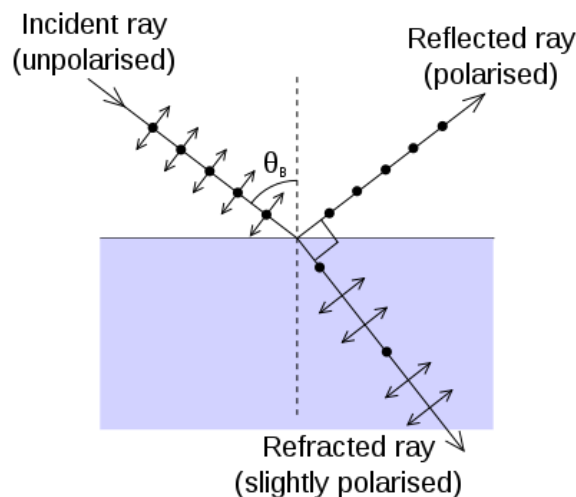
A reflektancia (12) képletével az alumínium komplex törésmutatója alapján számolva, merőleges beesés esetén (ld. múlt óra).

## Brewster-effektus

A fény törése és visszaverődése mikroszkopikusan úgy értelmezhető, hogy a beeső sugárzást a második közegben lévő atomokat reprezentáló elektromos dipólusok elnyelik (azaz rezgésbe jönnek) majd visszasugározzák. A sugárzó dipólus nem bocsájt ki energiát a rezgés tengelyének irányában. Ha a visszavert sugárzás iránya éppen merőleges a megtört irányára ( $\theta + \theta' = 90^\circ$ ), és a beeső sugárzás p-polarizációjú (azaz nincs a beesési síkra merőleges komponense), akkor a második közegben lévő dipólusok éppen a visszavert sugárzás irányára merőlegesen rezegnek. Ebből az következik, hogy a visszavert p-polarizációjú sugárzásnak zérus az energiataralma, azaz  $R_p = 0$ . Ezt a jelenséget Brewster-effektusnak nevezik a felfedezőjéről, a rá jellemző beesési szöget pedig  $\theta_B$ -vel jelölik. A törési törvény felhasználásával könnyen levezethető:

$$\operatorname{tg} \theta_B = \frac{n'}{n}$$

A már korábban vizsgált levegő-üveg határfelület esetére:  $\theta_B = 56,3^\circ$ . Ha polarizálatlan fény esik Brewster-szög alatt egy felületre, akkor a visszavert sugárzás lineárisan polarizált lesz, hiszen csak s-polarizációjú komponens tartalmaz.



forrás: wikipedia

## Teljes belső visszaverődés (totálreflexió): $n' < n$

A (9)-(10) Fresnel-formulákban alkalmazott „a” segédváltozó értéke  $n' < n$  esetén (ld. s-polarizáció), bizonyos beesési szögekre komplex értéket vesz fel. Ennek matematikai magyarázata „a” definíciójában rejlik, aminek megértéséhez rendezzük át a formulát:

$$a \equiv \frac{k'_z}{k_z} = \frac{n' \cdot \cos(\theta')}{n \cdot \cos(\theta)} = \frac{n' \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\theta')}}{n \cdot \cos(\theta)} = \frac{\sqrt{n'^2 - n^2 \cdot \sin^2(\theta)}}{n \cdot \cos(\theta)} \quad (13)$$

Ha a beesési szög ( $\theta$ ) meghalad egy bizonyos kritikus értéket ( $\theta_c$ ), akkor (13)-ban a gyökjel alatt negatív szám áll. A kritikus szög könnyen meghatározható, ha megnézzük mikor nulla a gyökjel alatti kifejezés:

$$n' = n \cdot \sin(\theta_c) \quad \rightarrow \quad \theta_c = \operatorname{asin}\left(\frac{n'}{n}\right)$$



Most azokat az eseteket vizsgáljuk, amikor  $\theta_c < \theta$ , hogy megértsük fizikailag mit takar „a” komplex értéke. A (13) egyenletet átalakítva:

$$a \equiv \frac{\sqrt{-1 \cdot (n^2 \cdot \sin^2(\theta) - n'^2)}}{n \cdot \cos(\theta)} = \pm i \cdot \frac{\sqrt{(n^2 \cdot \sin^2(\theta) - n'^2)}}{n \cdot \cos(\theta)} \equiv \pm i \cdot \gamma.$$

Itt a negatív előjelet kell választanunk, mert az alábbiakból ki fog derülni, hogy ennek van fizikai jelentése (csillapodó hullám). Ekkor a második közegben lévő hullámszámvektorra a következőt kapjuk:

$$k'_z = -i \cdot k_z \gamma.$$

A fenti összefüggést a komplex hullámszám vektornál tanultak alapján úgy értelmezhetjük, hogy teljes visszaverődésnél a kisebb törésmutatójú ( $n'$ ) közegben a hullám z-irányban erősen csillapodik. A fázisillesztés miatt továbbra is igaz, hogy  $k'_x = k_x$ , azaz a hullámszám vektor valós része x-irányba, a felülettel párhuzamosan mutat (azaz  $\mathbf{k}_{re} \perp \mathbf{k}_{im}$ ):

$$\mathbf{E}'(x, z, t) = \mathbf{E}'_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = \mathbf{E}'_0 e^{i(\omega t - k_x x + i \gamma k_z z)} = \mathbf{E}'_0 e^{i(\omega t - k_x x)} e^{-\gamma k_z z}.$$

Az ilyen tereket nevezük elhaló hullámnak (*evanescent wave*). A behatolási mélység ( $\delta$ ) múlt órai definíciója alapján:

$$\delta \equiv \frac{1}{k'_{im}} = \frac{1}{|k'_z|} = \frac{1}{k_z \sqrt{(n^2 \cdot \sin^2(\theta) - n'^2)}}.$$

Üveg/levegő határfelületen ( $n = 1,5$  ;  $n' = 1,0$ ) a határszög  $\theta_c = 41,8^\circ$ .  $\theta = 45^\circ$ -os beesés esetén:

$$\delta = \frac{3}{k_z} = \lambda \cdot 0,48 = 263 \text{ nm},$$

ahol  $\lambda = 550$  nm-es közepes (zöld) hullámhosszt tételeztünk fel. Mivel a Fresnel-formulák felírásánál bevezetett „a” és ebből kifolyólag „b” értéke is komplex, a reflexiók tényezőik is azok lesznek:

$$\rho_s \equiv \frac{\tilde{E}_0''}{\tilde{E}_0} = \frac{1-a}{1+a} = \frac{1+i\gamma}{1-i\gamma} = \frac{A \cdot e^{i\varphi_s/2}}{A \cdot e^{-i\varphi_s/2}} = e^{i\varphi_s}$$

$$\rho_p \equiv \frac{\tilde{E}_0''}{\tilde{E}_0} = \frac{1-b}{1+b} = \frac{1+i\gamma \left(\frac{n}{n'}\right)^2}{1-i\gamma \left(\frac{n}{n'}\right)^2} = \frac{B \cdot e^{i\varphi_p/2}}{B \cdot e^{-i\varphi_p/2}} = e^{i\varphi_p}. \quad (14)$$

Ez azt jelenti, hogy a visszavert fény *fázistolást* szenved. Mivel általában  $\varphi_s \neq \varphi_p$  (hanem beesésiszög-függő), a felületre nem s- vagy p-polarizációban beeső lineárisan polarizált síkhullám visszaverődés után elliptikusan polarizált lesz. A (14) összefüggésekből az is látszik, hogy a reflexiók tényezőik abszolút értéke  $R_{s,p} = 1$ , azaz minden beeső energia visszaverődik. Emiatt az effektust teljes belső visszaverődésnek nevezik (*total internal reflection*).

A teljes visszaverődés jelenségét egyebek mellett pl. fény terelésére szolgáló prizmánál (ld. SLR azaz tükörreflexes kamerák betekintője, binokuláris távcsövek képfordítója), illetve fény- és hullámvezető szálakban használják. A polarizációs sajátállapotok eltérő fázistolásának kihasználásával építhető egy speciális prizma, az ún. Fresnel-rombusz, amely hullámhossz független  $\lambda/4$ -es retarderként működik (a lineárisan polarizált fényt cirkulárisá alakítja.)