MECHANIKA 2	A) HF 06.

A 11.) feladat

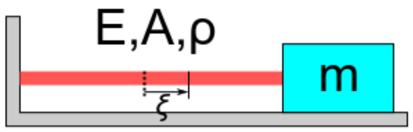
Egy hajlékony húr lineáris tömegsűrűsége „ μ_0”, a húrt „F” erővel megfeszítettük. A húr nyugalomban a „z” tengelyen helyezkedik el. A feladat a húr transzverzális („x” irányú) mozgásainak vizsgálata. A rendszer Lagrange-sűrűsége:

$$\mathcal{L}(u,\partial_t u,\partial_z u)=\frac{\mu_0}{2}(\partial_t u)^2-F\left(\sqrt{1+(\partial_z u)^2}-1\right),$$

ahol *u(z,t)* a húr „x” irányú kitérése. Amennyiben a gyökös kifejezést sorfejtjük lineáris rendig, egyszerű rugalmas közeget leíró Lagrange-sűrűséget nyerünk. Most azonban túl kell lépnie ezen a közelítésen!

a.) Közelítse a Lagrange-sűrűségben szereplő gyökös kifejezést másodrendig! ($\partial_z u$ -ban negyedrendű tag jelenik meg!)
b.) Írja fel a rendszer mozgásegyenletét!
c.) A Lagrange-sűrűség ismeretében határozza meg a $\pi(z,t)$ kanonikus impulzussűrűséget!
d.) Határozza meg a rendszer Hamilton-sűrűségét!
e.) Adja meg a húr energiasűrűségének kifejezését, mint $\partial_t u$ és $\partial_z u$ függvényét!

A 12.) feladat



Egy rugalmas gumi-rúd végére egy „m” tömegű téglát rögzítettünk. A rúd (nyújtatlan állapotban mért) keresztmetszete „A”, sűrűsége „ρ”, Young-modulusa „E”. A rúd kihajlásától eltekinthetünk, longitudinális hullámok azonban terjedhetnek benne. A rúd iránya jelöli ki a „z” tengelyt, a rúd egyes darabjainak elmozdulása a nyugalmi helyzettől *„ ξ(z,t)”.*

a.) Írja fel a rugalmas hullámegyenletet a rúdban!
b.) Írja fel a tégla mozgásegyenletét! Adja meg a téglára ható erő és a $\xi(z,t)$ függvény peremfeltételének összefüggését!
c.) Keresse a hullámegyenlet megoldását állóhullám alakban:
$\xi(z,t)=B\sin(kz)\sin(\omega t)$.
Adja meg a k és ω közötti összefüggést!
d.) A c.) feladatban kapott általános megoldást helyettesítse be a tégla mozgásegyenletébe! Ez alapján adja meg a lehetséges k hullámszámokat meghatározó (transzcendens) egyenletet! Az egyenletet megoldania nem kell!
e.) EXTRA! Tekintse azt a határesetet, amikor a tégla tömege elhanyagolhatóan kicsi. Mekkorák ekkor a rendszer sajátfrekvenciái? Hogyan értelmezhető az eredmény?
f.) EXTRA! Tekintse azt a határesetet, amikor a tégla tömege nagyon nagy. Mekkora ekkor a legkisebb sajátfrekvencia? Minek felel ez meg? Mekkora a többi sajátfrekvencia? Hogyan értelmezhetők ezek?
