MECHANIKA 1	A) HF 10.

A28 .) feladat

Egy „M” és két „m” tömegű pont az „x” tengely mentén szabadon mozoghat. Az ”M” az „m” pontok között helyezkedik el. Az „m” tömegpontok az „M” tömegponthoz két egyforma, „D” erősségű rugóval kapcsolódnak. A tömegek helyét az „x” tengelyen rendre az x_1, x_2 és x_3 koordináta értékek adják meg. Legyenek ezek egyben a rendszer általános koordinátái is!
Legyen továbbá M=2m!

a.) Határozza meg a (pont)rendszer kinetikus energiáját.
b.) Határozza meg a rendszer potenciáls energiáját
c.) Határozza meg a rendszer Lagrange függvényét!
d.) Adja meg a mozgásegyenleteket!
e.) Határozza meg a rendszer rezgési frekvenciáit!
f.) Határozza meg a kapott frekvenciákhoz tartozó rezgési módusokat!
g) **(EXTRA gyakorlásra**) Állapítsa meg, hogy a kapott módusok ortogonálisak-e vagy sem.
h.) **(EXTRA gyakorlásra**) Vizsgálja meg, hogy a „tömegmátrix”-al definiált ortogonalitás teljesül-e?

A29.) feladat

Az ábrán látható mechanikai rendszer a függőleges (x,y) síkban mozog. Az „M” tömegű „R” sugarú, tömör, homogén korong szabadon foroghat a pálca végén lévő csapágyon. A pálca tömege zérus és a hossza „a=2R”. A korongot egy „D” spirálrugó köti a pálcához. A rugó által a korongra kifejtett, visszatérítő forgató nyomaték nagyságát a „D” és a pálcához képesti szögelfordulás szorzata adja. Legyen „2MgR=D”!

A rendszer pillanatnyi helyzetét a pálcának a függőlegessel bezárt „α” szöge és a korongnak a pálcához képesti „β” szögelfordulása jellemzi.

a.) Határozza meg a rendszer szabadságfokainak a számát!
b.) Válasszon a fenti szögek közül általános koordinátá(ka)t!
c.) Irja fel a rendszer Lagrange függvényét!
d.) Írja fel a rendszer mozgásegyenletét!
e.) Határozza meg a rendszer rezgési frekvenciáit!
f.) Határozza meg a kapott frekvenciákhoz tartozó rezgési módusokat!
g) **(EXTRA gyakorlásra**) Állapítsa meg, hogy a kapott módusok ortogonálisak-e vagy sem!
h.) **(EXTRA gyakorlásra**)) Vizsgálja meg, hogy a „tömegmátrix”-al definiált ortogonalitás teljesül-e?

A30.) feladat

Adott az ábrán látható, **vízszintes síkban** mozgó mechanikai rendszer.
A két darab, egyforma, „M” tömegű, homogén, „2b” hosszúságú rúd a rögzített csuklók körül szabadon elfordulhat. A csuklók távolsága „a”. A rudaknak a végpontjukra vett tehetetlenségi nyomatéka „$\Theta = 1/3 \cdot M \cdot (2b)^2$ ”. A rudak középpontját egy rugó köti össze. A rudak szabad végeihez is egy-egy rugót erősítettünk. A rugók másik végeit szimmetrikusan rögzítettük úgy, hogy a rögzítési pontok közötti távolság „2a”. A rugók nyugalmi hossza zérus és a rugóállandójuk „D”.

A rudak elfordulását a megadott φ_1 és φ_2 szögekkel jellemezzük. A szögelfordulások olyan kicsik, hogy a rugúk hosszváltozása a φ_1 és φ_2 szögek lineáris függvényeként számolható ki.

a.) Határozza meg a rendszer szabadságfokainak a számát!
b.) Az általános koordinátáknak válassza a fenti szögeket és határozza meg a Lagrange függvényét!
c.) Adja meg a rendszer mozgásegyenlete(i)t!
d.) Határozza meg a rendszer rezgési frekvenciá(i)t!
e.) Határozza meg a kapott frekvenciákhoz tartozó rezgési módusokat!
f.) **(EXTRA gyakorlásra**) Állapítsa meg, hogy a kapott módusok ortogonálisak-e vagy sem.
g.) **(EXTRA gyakorlásra**) Vizsgálja meg, hogy a „tömegmátrix”-al definiált ortogonalitás teljesül-e?

MECHANIKA 1	B) HF 10.

B19.) feladat

Adott a függőleges (x,y) síkban egy matematikai kettős inga. A „+y" tengely lefelé mutat. A „2a" hosszúságú merev, tömeg nélküli pálca egyik végét az origóban lévő álló tengelyre csapágyaztuk. A pálca másik végén egy „m" tömegű pont van. A pálcára, az origótól „λa" távolságra ($0 \le \lambda \le 2$) egy csuklót erősítettünk, amelyhez egy másik pálcát csapágyaztunk. Ez a pálca is merev, a tömege zérus és a szabad végén egy ugyancsak „m" tömegű pont van.

A pálcák helyzetét a függőlegessel bezárt φ_1 és φ_2 szögeik adják meg.

a.) Írja fel a szóban forgó kettős inga Lagrange függvényét!
b.) Adja meg a Lagrange függvényt kis kitérési szögek ($\varphi_1 << 1$ és $\varphi_2 << 1$) esetén!
c.) Határozza meg a mozgásegyenleteket (kis kitérési szögek esetén)!
d.) Határozza meg a rendszer lengési frekvenciá(i)t!
e.) Határozza meg a kapott frekvenciákhoz tartozó i módusokat!
f.) Mi történik, ha $\lambda = 0$?
g.) Mi történik, ha $\lambda = 2$?

h.) Állapítsa meg, hogy a kapott módusok ortogonálisak-e vagy sem.
i.) Vizsgálja meg, hogy a „tömegmátrix"-al definiált ortogonalitás teljesül-e?

B20.) feladat

Adott az ábrán látható mechanikai elrendezés. Az "M" tömegû, merev, homogén, "a" és "b" oldalú, téglalap tömegközéppontja a függőleges (+z) tengelyen van. A téglalalpnak, a szemközti élek felezőpontján átmenő két (t_x és t_y) szimmetria tengelye éppen a (vízszintes helyzetű) „x" és „y" tengelyek felett van. A lapot a négy csúcsánál fogva, négy egyforma, függőleges helyzetű rugóval egy vízszintes síkhoz erõsítettük. A rugók, a lap mozgása során, mindvégig függõlegesek maradnak.

A mechanikai rendszer helyzetét a lap tömegközéppontjának a (0,0,z) koordinátájával és a lapnak a t_x és a t_y tengelyek körüli, a vízszinteshez képesti, "φ" és "ϑ" szögelfordulásaival jellemezhetjük.

a.) Határozza meg a rendszer szabadságfokainak a számát!
b.) Válassza ki szükséges számú általános koordinátát a (z, φ, ϑ) adatok özül!
c.) Adja meg l a rendszer Lagrange függvényét az egyensúlyi helyzettől való kis kitérések esetére!
e.) Határozza meg a mozgás egyenleteket (a szóban forgó kis kitérések) esetén!
f.) Határozza meg a rendszer lengési frekvenciá(i)t!
g.) Határozza meg a kapott frekvenciákhoz tartozó i módusokat!

h.) Állapítsa meg, hogy a kapott módusok ortogonálisak-e vagy sem!
i.) Vizsgálja meg, hogy a „tömegmátrix"-al definiált ortogonalitás teljesül-e?
