Kísérleti Fizika Gyakorlat 1
1. házi feladat
Beadási határidő: szeptember 15, 10:15.

Ha valamely feladatot beadod, azzal vállalod, hogy esetleg a táblánál is be kell mutatnod.

1.A

Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltjait!

- $a(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 + 2x - 1$
- $b(t) = A \sin(\omega t) \cos(\omega t)$
- $c(x) = e^{\mathrm{ch} x} \cos(\arcsin x)$
- $d(x) = \sqrt[3]{e^{2x} + e^x \mathrm{ch}(x^2 + 3x)}$

Az inverz függvény deriválására való szabály (múlt óra) segítségével vezessük le az alábbi függvények deriváltját:

- $\arccos(x)$
- $\mathrm{arth}(x)$

1.B

Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltjait!

- $e(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - x^2$
- $f(t) = B\left(\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t)\right)$
- $g(x) = e^{\sin x} \ln(\mathrm{ch} x)$
- $h(x) = \sqrt[4]{\arcsin(x^2 + 2x)}$

Az inverz függvény deriválására való szabály (múlt óra) segítségével vezessük le az alábbi függvények deriváltját:

- $\mathrm{arccot}(x)$
- $\mathrm{arsh}(x)$

2.A

Egy konzervgyárban szeretnék a dobozokat költséghatékonyan gyártani, azaz a doboz felületére a lehető legkevesebb anyagot elhasználni. Mekkora legyen egy $V = 200\text{ml}$ térfogatú, henger alakú konzerv alaplapjának a sugara, hogy a doboz felülete (hengerpalást + két fedél) a lehető legkisebb legyen?

2.B

Két pozitív valós szám (a és b) számtani közepét az $s = \frac{a+b}{2}$, mértani közepét az $m = \sqrt{ab}$ definiálja. Középiskolában tanultuk, hogy $s \geq m$, és egyenlőség csak akkor áll fent, ha $a = b$. Bizonyítsuk be ezt a tételt deriválás segítségével is!

Segítség: Tegyük fel, hogy ismerjük a két szám számtani közepét. Hogyan válasszuk meg a-t és b-t, hogy a mértani közép a lehető legnagyobb legyen? Mekkora ez a maximális érték?

Hasonló módon mutassuk meg, hogy a két szám $h = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ún. harmonikus közepére mindig teljesül a $h \leq m$ egyenlőtlenség!

3.A

Adott az alábbi, a valós számok halmazából a kétdimenziós vektorok halmazába képező függvény:

$$\vec{v}(\tau) = \begin{pmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\,\mathrm{sh}\,\tau \\ 2\,\mathrm{ch}\,\tau \end{pmatrix}$$

- Határozzuk meg a $\vec{v}\,'(\tau)$ derivált-vektort!
- Határozzuk meg a $\vec{v}(\tau)$ és $\vec{v}\,'(\tau)$ vektorok által bezárt szöget a $\tau = \ln 2$ pontban.
- Határozzuk meg a $\vec{v}\,'(\tau)$ vektor $\vec{v}(\tau)$ irányába eső komponensét ugyanebben a pontban!
- Mutassuk meg, hogy a $\vec{v}(\tau)$ vektor komponenseire minden τ-ra teljesül az

  $$\frac{y^2(\tau)}{4} - \frac{x^2(\tau)}{9} = 1$$

  egyenlet.

3.B

Tekintsük az alábbi háromdimenziós vektorokat!

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Mekkora a vektorok hossza?
- Határozzuk meg a vektorok által bezárt szöget!
- Határozzuk meg a $\vec{v}_2$ vektor $\vec{v}_1$ irányába eső komponensét!
- Keressünk egy olyan, nem nulla hosszúságú vektort, mely merőleges mind $\vec{v}_1$-re, mind $\vec{v}_2$-re!