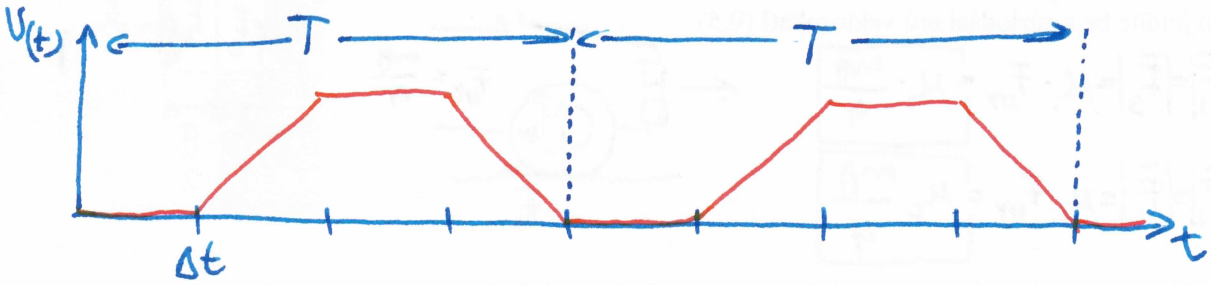
Villamosmérnök alapszak Fizika1 1. vizsga dolgozat, 2020. jan. 15.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes

NÉV: _____ **Neptun kód:** _____

Előadó: Márkus / Sarkadi / vizsgakurzus

1. Egy villamos Δt ideig vár a megállóban, utána Δt ideig gyorsul, eléri v_0 utazósebességét. Ezt követően Δt ideig egyenletesen mozog, majd Δt ideig lassít, megáll a következő megállóban, ahol Δt ideig vár. Így halad megállóról megállóra.

a) Ábrázolja a villamos sebesség-idő diagramját legalább $8\Delta t$ hosszúságú időintervallumon! (1)



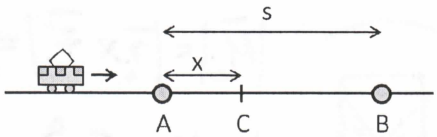
a) Mekkora s távolságra van egymástól két megálló? (1)

$$s = \text{(terület)} = \frac{3\Delta t + \Delta t}{2} \cdot v_0 = \boxed{2 \cdot \Delta t \cdot v_0}$$

b) Mekkora a villamos átlagsebessége? (1)

$$v_{átl} = \frac{s}{T} = \frac{2\Delta t \cdot v_0}{4\Delta t} = \boxed{\frac{v_0}{2}}$$

c) Úti célunk az A és a B megálló között helyezkedik el a villamosvonal mentén, az A megállótól x távolságra. Ha x kicsi, mindenképp érdemes leszállni A-ban, és előrefelé sétálni a C úti célunkig x távolságot. Mekkora x/s arány mellett érdemesebb inkább villamossal utazni B-ig, majd visszafelé sétálni, ha a lehető leghamarább el szeretnénk jutni C-be? Egy ember átlagosan $v_0/10$ sebességgel képes sétálni. (2)



Leszállás A-ban + séta

$$t_1 = \frac{x}{\frac{v_0}{10}} = \frac{10x}{v_0}$$

Leszállás B-ben + séta

$$t_2 = T + \frac{s-x}{\frac{v_0}{10}} = 4\Delta t + 10\frac{2\Delta t v_0 - x}{v_0}$$

$$t_2 = 24\Delta t - \frac{10x}{v_0}$$

$$t_1 \overset{?}{\gtreqless} t_2$$

Határhelyzet: $t_1 = t_2$

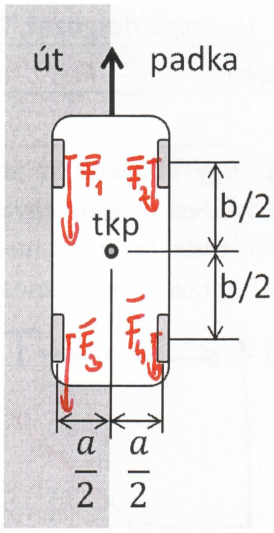
$$\frac{10x}{v_0} = 24\Delta t - \frac{10x}{v_0}$$

$$\frac{20x}{v_0} = 24\Delta t \Rightarrow x = \frac{6}{5} v_0 \Delta t$$

$$\frac{x}{s} = \frac{\frac{6}{5} v_0 \Delta t}{2 v_0 \Delta t} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

Érdemes B-ig utazni, és visszasétálni, ha: $\frac{x}{s} > \frac{3}{5}$

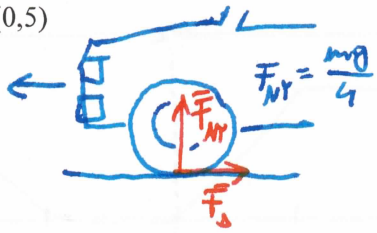
2. Egy m tömegű autó véletlenül lesodródik a padkára úgy, hogy a jobb oldali kerek a kavicsos padkán, a bal oldali kerekek viszont még az aszfalton vannak. Az óvatlan sofőr megijed, hirtelen fékezni kezd. Az intenzív fékezés hatására mind a négy kerék csúszni kezd. Az aszfalt és a gumi között a csúszási súrlódási együttható μ_1, a padka és a gumi között azonban csak μ_2 csúszási súrlódási együttható mérhető ($\mu_1 > \mu_2$). Az autó főbb geometriai méretei az ábrán fel vannak tüntetve.



a) Határozza meg az egyes keréknél ébredő súrlódási erők nagyságát! (1) Az ábrán jelölje be a súrlódási erő vektorokat! (0,5)

$$|\bar{F}_1| = |\bar{F}_3| = \mu_1 \cdot F_{NY} = \boxed{\mu_1 \cdot \frac{mg}{4}}$$

$$|\bar{F}_2| = |\bar{F}_4| = \mu_2 \, F_{NY} = \boxed{\mu_2 \frac{mg}{4}}$$

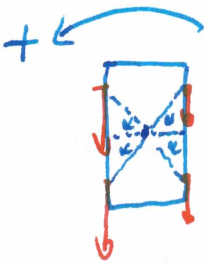


b) Mekkora gyorsulással mozog a gépkocsi tömegközéppontja? (1)

$$\sum \bar{F} = m a_{TKP} \Rightarrow F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = m a_{TKP}$$

$$\frac{mg}{4}(2\mu_1 + 2\mu_2) = m a_{TKP} \Rightarrow \boxed{a_{TKP} = \frac{g}{2}(\mu_1 + \mu_2)}$$

c) Határozza meg a súrlódási erők eredő forgatónyomatékát az autó tömegközéppontján átmenő függőleges tengelyre vonatkoztatva! (1) Mekkora szögsebességgel kezd forogni az autó a függőleges tengelye körül? A jármű tömegközéppontján átmenő függőleges tengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka Θ. (1)



$$|\bar{M}_i| = |\bar{r}_i \times \bar{F}_i| = |\bar{r}_i| \cdot |\bar{F}_i| \cdot \sin\alpha = F_i \cdot \frac{a}{2}$$

$$M_1 = M_3 = F_1 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\mu_1 mga}{8} \qquad M_2 = M_4 = -F_2 \cdot \frac{a}{2} = -\frac{\mu_2 mga}{8}$$

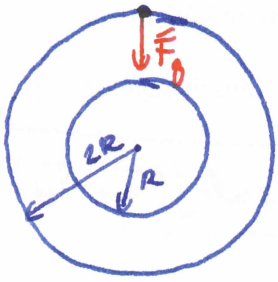
$$\sum M = \Theta\beta \Rightarrow \frac{mga}{8}(2\mu_1 - 2\mu_2) = \Theta\beta \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{mga(\mu_1 - \mu_2)}{4\Theta}}$$

d) Kis Δt idő múlva mekkora szöget zár be az autó hosszanti tengelye az eredeti haladási iránnyal? (0,5)

$$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot \Delta t^2 = \boxed{\frac{mga}{8\Theta}(\mu_1 - \mu_2)\Delta t^2}$$

3. Az M tömegű, R sugarú Föld felszíne felett R magasságban kering egy űrállomás.

a) Mekkora az űrállomás keringési ideje? (1)



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

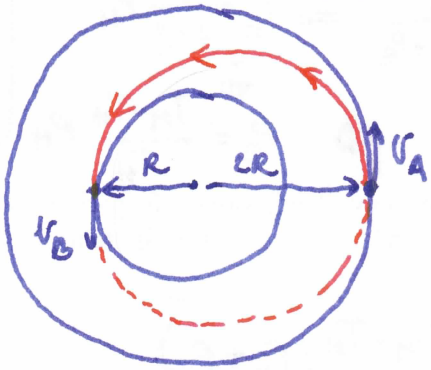
$$F_g = m a_{cp}$$

$$\gamma \frac{Mm}{4R^2} = m\frac{v^2}{2R}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{2R}}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 2R}{v} = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{\gamma M}{2R}}} = \boxed{4\pi\sqrt{\frac{2R^3}{\gamma M}}}$$

b) Az űrállomásról egy űrsikló indul vissza a Földre. Az űrsikló sebességét hajtóművek segítségével rövid idő alatt v_A értékűre állítják be úgy, hogy a v_A sebességvektor az űrállomás sebességvektorával párhuzamos. A hajtóműveket ezután kikapcsolják. Ennek következtében az űrsikló egy olyan ellipszispályára áll, mely érinti a Föld felszínét. A leszállási pontban a földfelszínnek és az ellipszispályának közös érintője van, tehát az űrsikló simán, közelítőleg vízszintesen landol. Vázlatosan rajzolja le a Földet, az űrállomás és az űrsikló pályáját! (1)



c) Megfelelő megmaradási tételek alkalmazásával határozza meg a fenti manőverhez szükséges v_A kezdősebességet! (2)

Impulzusmomentum-megmaradás

$$2R \cdot m v_A = R \cdot m v_B$$

$$2v_A = v_B$$

Mech. energia megmaradás

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \gamma \frac{mM}{2R} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \gamma \frac{mM}{R}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = \gamma \frac{M}{R}$$

$$4v_A^2 - v_A^2 = \gamma \frac{M}{R}$$

$$3v_A^2 = \frac{\gamma M}{R}$$

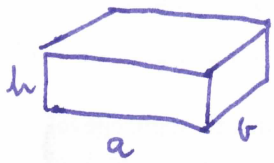
$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{\gamma M}{3R}}}$$

d) Mekkora sebességgel ér földet az űrsikló? A légkör közegellenállásától tekintsünk el! (1)

$$v_B = 2v_A = \boxed{2\sqrt{\frac{\gamma M}{3R}}}$$

4. Egy $a \times b$ alapterületű, h magasságú üzemcsarnok falai és teteje egyaránt d vastagságú, λ hővezetési tényezőjű lemezből készültek. A csarnokban T_H hőmérsékletet kívánnak fenntartani, miközben odakint nyáron T_M hőmérséklet van. ($T_H<T_M$) A talaj irányában nem történik hőcsere.

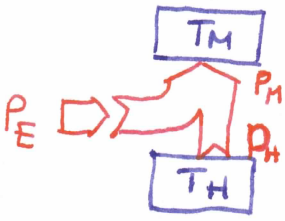
a) Mennyi hőt kell időegységenként kiszivattyúznia a klímaberendezésnek (hőszivattyúnak) a csarnokból? (1,5)



$$A = 2(a+b)\cdot h + ab$$

$$P_H = \frac{\Delta Q_H}{\Delta t} = \lambda \frac{A}{d}(T_M - T_H) = \boxed{\frac{\lambda\left[2(a+b)h + ab\right](T_M - T_H)}{d}}$$

b) Mekkora teljesítményt vesz fel a klímaberendezés az elektromos hálózatból, ha hőszivattyút ideális Carnot-gépként modellezzük? (1)



$$\eta = \frac{P_E}{P_M} = \frac{P_E}{P_H + P_E} \Rightarrow P_E = \frac{\eta}{1-\eta} P_H$$

$$\Downarrow$$

$$\eta = \frac{T_M - T_H}{T_M} \Rightarrow P_E = \frac{T_M - T_H}{T_H} P_H$$

$$\boxed{P_E = \frac{\lambda\left[2(a+b)h + ab\right](T_M - T_H)^2}{T_H d}}$$

c) A csarnokban üzembe helyeznek egy P teljesítményű ipari berendezést. Mennyivel nő meg a klímaberendezés elektromos fogyasztása, ha továbbra is fenn kívánjuk tartani a hőmérsékleti viszonyokat? (1)

$$P_E' = \frac{P_H'(T_M - T_H)}{T_H} = \frac{T_M - T_H}{T_H}(P_H + P)$$

$$\Delta P_E = P_E' - P_E = \boxed{P \cdot \frac{T_M - T_H}{T_H}}$$

b) Elromlik a klíma. Kis Δt idő múlva mennyivel nő meg a csarnok légterének hőmérséklete? A levegő sűrűsége ρ fajhője c (1,5)

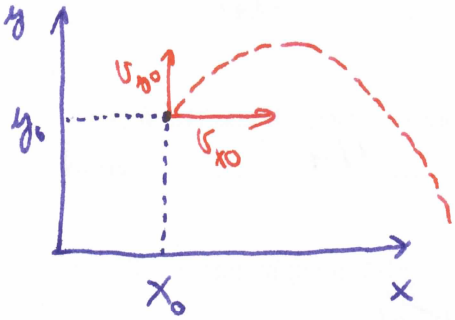
$$P_H = \frac{\Delta Q_H}{\Delta t} = \frac{c\,m \cdot \Delta T}{\Delta t} \qquad \Delta T = \frac{P_H \cdot \Delta t}{c\,m} \qquad m = \rho \cdot V = \rho \cdot abh$$

$$\Delta T = \frac{P_H \cdot \Delta t}{c \cdot \rho \cdot abh} = \boxed{\frac{\lambda\left[2(a+b)h + ab\right](T_M - T_H)}{d c \rho a b h} \cdot \Delta t}$$

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Az xy koordináta-rendszer x tengelye a vízszintes talajon fekszik, y tengelye függőleges. Egy tetszőleges x_0, y_0 pontból elhajítunk egy testet általános v_{x0}, v_{y0} kezdősebességgel. Adja meg a test sebességvektorának, valamint helyvektorának időfüggvényét! (1) Mutasson be matematikai módszert a pálya tetőpontára érkezés pillanatának, (1) valamint a földetérés pillanatának (1) meghatározására.



$$v_x(t) = v_{x0} \qquad x(t) = x_0 + v_{x0}\, t$$

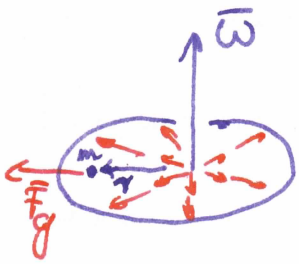
$$v_y(t) = v_{y0} - g t \qquad y(t) = y_0 + v_{y0}\, t - \frac{g}{2} t^2$$

Tetőponton: $v_y(t_t) = 0 = v_{y0} - g t_t \Rightarrow \boxed{t_t = \frac{v_{y0}}{g}}$

Földetéréskor:

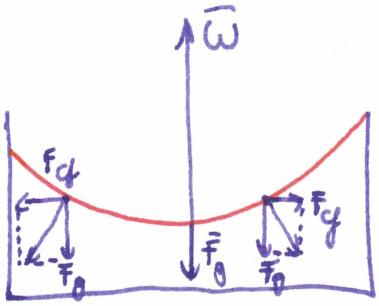
$$y(t_f) = 0 = -\frac{g}{2} t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0 \Rightarrow \boxed{t_f = \frac{+v_{y0} + \sqrt{v_{y0}^2 + 2 g y_0}}{g}}$$

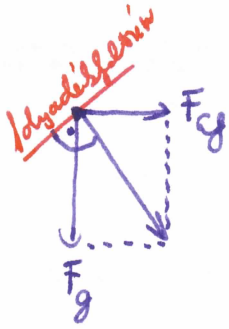
2. Adjon meg matematikai összefüggést a forgó koordináta-rendszerekben értelmezett centrifugális erő kiszámítására! (0,5) Vázlatosan rajzolja le egy függőleges tengely körül forgó folyadék felszínét, néhány pontban rajzolja meg a felszínhez közeli folyadékrészecskére ható nehézségi és centrifugális erő vektorát! (0,5) Milyen kapcsolatban van ezen két vektor eredője a folyadék felszínével? (0,5) Milyen alakú a folyadékfelszín? (0,5) Fejtse ki egy mondatban, a geoid fogalmát! Készítsen ábrát is! (1)



$$\bar{F}_{cf} = -m\, \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$$

$$|\bar{F}_{cf}| = m\, \omega^2 \cdot R$$



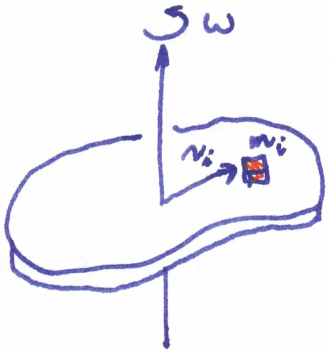


• A folyadékfelszín érintősíkja minden pontban merőleges a gravitációs erő, valamint a centrifugális erő eredőjére.

A Föld alakja geoid, É-D irányban kissé lapult gömbölyű alakzat. A lapultságot a Föld forgásából adódó centrifugális erő okozza.

3. Adjon meg matematikai összefüggést, mellyel egy tetszőleges kiterjedt test tehetetlenségi nyomatéka meghatározható. (0,5) Ábra segítségével értelmezze a bevezetett fizikai mennyiségeket! (0,5) Mi az összefüggés rögzített tengely körül forgó merev test impulzusmomentuma, valamint szögsebessége között? (0,5) Írja fel általános alakban a pontrendszerekre vonatkozó impulzusmomentum tételt (0,5) és vezesse le merev testek forgó mozgásának alapegyenleteként ismert M=Θβ összefüggést! (1)

$$\Theta = \sum m_i r_i^2$$



Rögzített tengely körül forgó merev test impulzusmomentuma:

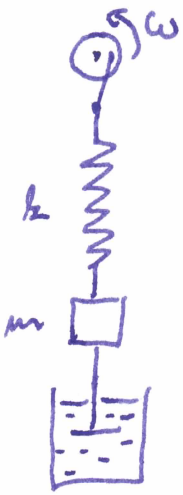
$$N = \Theta \cdot \omega$$

Pontrendszer impulzusmomentum-tétele:

$$\bar{M} = \dot{\bar{N}} \qquad \bar{M} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{N}}{\Delta t}$$

$$M = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{N}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Theta \cdot \Delta \omega}{\Delta t} = \Theta \cdot \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}}_{\beta} = \boxed{\Theta \cdot \beta}$$

4. Írja fel a gerjesztett harmonikus rezgés alapegyenletét, (0,5) és nevezze meg az egyenletben szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) Vázlatosan ábrázolja a gerjesztett rezgés amplitúdóját a gerjesztő rezgés frekvenciájának függvényében két eltérő csillapítású rezgő rendszer esetén! (1) Hogyan változik az amplitúdó-rezonancia frekvenciája, ha a csillapítás nő? (0,5) Mekkora a fáziskülönbség a gerjesztés és a gerjesztett rendszer rezgése között, ha a gerjesztés frekvenciája nagyságrendekkel alacsonyabb, mint a rendszer sajátfrekvenciája? (0,5)



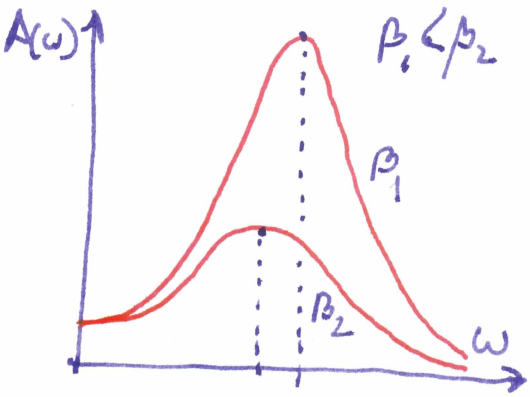
Gerjesztett rezgés alapegyenlete:

$$\ddot{x}_{(t)} + 2\beta \dot{x}_{(t)} + \omega_0^2 x_{(t)} = a_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$x_{(t)}$: kitérés-idő fv. $\quad \dot{x}_{(t)}$: sebesség-idő fv.

$\ddot{x}_{(t)}$: gyorsulás-idő fv. $\quad \beta$: csillapítási tényező

ω_0: sajátfrekvencia $\quad a_0$: gerjesztés amplitúdója



- Nagyobb csillapítás esetén az amplitúdó-rezonancia az alacsonyabb frekvenciák felé tolódik el. $\omega_{re} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$
- A rezonancia frekvenciánál lényegesen alacsonyabb gerjesztő frekvencia esetén a gerjesztő rezgés és a gerjesztett rezgés közel azonos fázisú.

5. Fogalmazza meg a hőtan II. főtételét három különböző alakban! (3)

- Külső beavatkozás nélkül a hő mindig a melegebb test felől a hidegebb test felé áramlik termikus kölcsönhatás során.
- Nem konstruálható olyan ciklikusan működő hőerőgép, mely a felvett hőt teljes egészében mechanikai munkává alakítja.
- Külső beavatkozás nélkül egy rendszer teljes entrópiája nem csökkenhet.

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Két vektor ..vektoriális szorzatának..... nagysága arányos a két vektor által kifeszített parallelogramma területével.

2. Függőlegesen elhajított test esetén a földetérésig eltelt idő a kezdősebesség ....első..... hatványával arányos.

3. Videofelvételt készítünk egy szabadon eső testről. A felvételt feleakkora sebességgel, lassítva játsszuk le. A filmen úgy tűnik, mintha a g nehézségi gyorsulás az eredeti érték .....1/4.....-szerese lenne.

4. Egy repülőgép függőleges síkú körpályán mozog, annak éppen a legalsó pontján tartózkodik. A centripetális gyorsulás, valamint a nehézségi erő vektora ....ellentétes..... irányba mutat.

5. A gravitációs tömegvonzás törvényében szereplő γ gravitációs állandó SI mértékegysége: .....$\frac{Nm^2}{kg^2}$.....

6. Az egyenlítőn .....„szemere"..... felé haladó járműre ható Coriolis-erő déli irányú.

7. Pontrendszer tömegközéppontjának mozgásállapotát csak .....külső..... erők változtathatják meg.

8. Tökéletesen rugalmas ütközéskor a mechanikai energia megmarad, mert az ütközéskor fellépő rugalmas erők ....konzervatívak.....

9. Egy rugóból és tömegből álló rezgő rendszer rugóját középen kettévágjuk, és a fél rugóra akasztjuk vissza a tömeget. A rendszer sajátfrekvenciája .....$\sqrt{2}$..... -szeresére változott.

10. Egyik végén nyitott, másik végén zárt síp alaphangjának és első felharmonikusának frekvencia-aránya: .....1 : 3.....

11. Egy gáz .....nyomása..... az edény falának ütköző részecskék impulzusváltozásából származik.

12. Egy ideális gáz ..izobár és izochor.....mólhőjének különbsége az univerzális gázállandót adja.

13. A P-V diagramon ábrázolt állapotváltozás .....görbe alatti területe..... a gáz által végzett munkát adja meg.

14. .....adiabatikus..... állapotváltozás során a gáz és környezete között nincs hőcsere.

15. Egy Carnot-gép hatásfoka 50% A hideg hőtartály abszolút hőmérsékletét megfelezzük. A gép hatásfoka: .....75 %.....