

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. zh

2004. május 10.

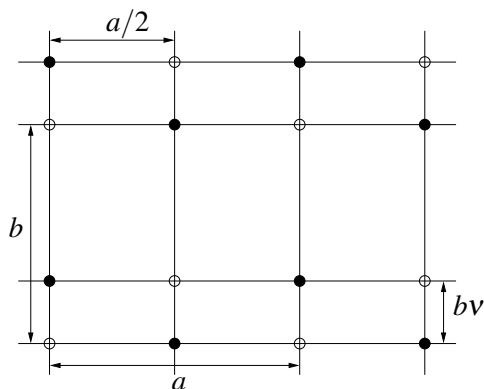
### 1.feladat

Tekintsük a rézoxid ( $CuO_2$ ) síkot az  $(xy)$  síkban és szűkítsük le az egyes atomok lehetséges elmozdulásait a  $z$ -irányra. Vizsgáljuk a  $\mathbf{q} = (\frac{\pi}{a}, 0)$  hullámvektorhoz tartozó fononmódusokat, ahol  $a$  a rácsállandó!

- Rajzold fel a rézoxid síkot! Határozd meg a bázisát! Hány atomból áll? (3 pont)
- Írd fel az egyes bázisatomok Fourier-térbeli mozgásegyenleteit! ( $\mathbf{q} = (\frac{\pi}{a}, 0)$ ) (5 pont)
- Határozd meg a lehetséges fononmódusok frekvenciáit! ( $\mathbf{q} = (\frac{\pi}{a}, 0)$ ) (3 pont)
- Határozd meg a fenti fononmódusokhoz tartozó sajátvektorokat! (3 pont)

### 2.feladat

Az ábrán látható kétdimenziós kristály kétféle atomból épül fel (körök és pontok).



legyen  $v$  általános (irracionális) paraméter!

- Határozd meg a kristály bázisát! Hány atomból áll? (3 pont)
- Írd fel a rács elemi rácsvektorait! Határozd meg a reciprokrácsot! (2 pont)
- Számítsd ki a szerkezeti tényezőket (körök:  $f_1$ , pontok:  $f_2$ )! (4 pont)
- Válaszolj az előző kérdésekre a  $v=1/2$  esetben! Hol lesznek ekkor megengedett- illetve tiltott reflexiók a reciprok térben? (3 pont)
- Ekkor a diffrakciós kép kvalitatíve különbözik az általános esettől. Oldd fel a látszólagos ellentmondást az általános esetből kiindulva a  $v \rightarrow 1/2$  határátmenetet vizsgálva! (4 pont)

### 3.feladat

Jégben a hangsebesség 4000 m/s (longitudinális módus). A rácsállandó  $a \approx 3$ . Mekkora az ehhez tartozó Debye-hőmérséklet? ( $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ) (10 pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. pótzh

2004. május 17.

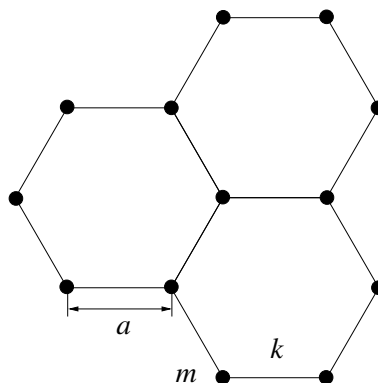
### 1.feladat

Tekintsük az  $fcc$  rácú  $C_{60}$  molekula Röntgen szórási képét.

- Számítsd ki a  $C_{60}$  molekula atomi szórási tényezőjét ( $f(\Delta\mathbf{k})$ ), feltételezve, hogy az elektronok a fullerén labda felületén egyenletes töéssűrűséget létrehozva helyezkednek el. (Minden szénatomnak 6 elektronja van,  $R_{Full} = 0.35\text{nm}$ .) (5 pont)
- Határozd meg a reciprokrácsot! Milyen  $\Delta\mathbf{k}$  szórásvektorokra kapunk intenzitás-maximumokat az  $fcc$  rácson? (5 pont)

### 2.feladat

Vizsgáljuk a hatszöges grafitsík síkra merőleges kitéréseihez tartozó fononmódusait a megfeszített rugós modellben.

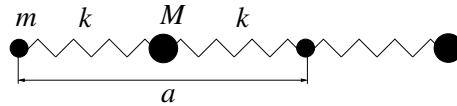


- Határozd meg a bázist és az elemi rácsvektorokat! Hány atomból áll az elemi cella? Számítsd ki a reciprokrács elemi rácsvektorait! Hány darab és milyen fononmódus(ok) van(nak) a rendszerben? (3 pont)
- Írd fel a bázisatomok mozgásegyenletét Fourier-térben általános  $\mathbf{q}$  hullámszámvektorra! (4 pont)
- Határozd meg a fononmódusok frekvenciáit és a hozzájuk tartozó atomi elmozdulás vektorokat  $\mathbf{q} = 0$ -ra! (5 pont)
- Mutasd meg, hogy létezik olyan fononmódus, ahol csak az atomok fele végez rezgést! Mekkora az ehhez tartozó fononfrekvencia és mekkorák az egyes atomok elmozdulásvektorai? (4 pont)
- +. Mutasd meg, hogy van egy teljes fononág (azaz van a Brillouin-zónában olyan irány), amelyben az elemi cella atomjai ugyanolyan kitérést végeznek! Rajzold be a kristálysíkba, hogy milyen irányban propagál ez a módus! Határozd meg a fononág energia diszperzióját! Diskutáld a kapott eredményt! (4 pont)

### 3.feladat

Az ábrán látható kétatomos lánc ( $M = 2m$ ) diszperziós relációja

$$\omega_{1,2}^2 = k \left[ \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4}{mM} \sin^2 \frac{qa}{2}} \right].$$



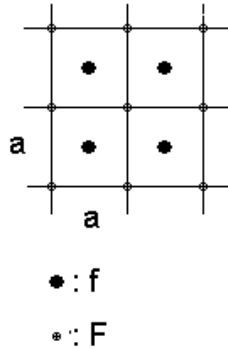
- Hány darab fononág van a rendszerben? Miért? Nevezd meg őket! (2 pont)
- Határozd meg a  $\mathbf{q} = 0$  hullámszámhoz tartozó frekvenciákat! Milyen ág(ak)hoz tartoznak ezek? (3 pont)
- Számítsd ki a hangsebességet! (4 pont)
- Számítsd ki az akusztikus ág állapotűrűségét kis hullámszámok esetén! (3 pont)
- Határozd meg a Debye-frekvenciát  $k$  és  $m$  függvényében! (2 pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. zh

2005. május 9.

### 1.feladat

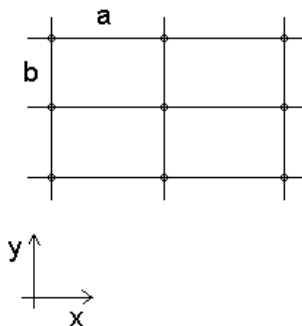
Tekintsük az alábbi, kétféle atomot tartalmazó két dimenziós kristályt!



- Az atomokat homogénean töltött  $r_0$  sugarú,  $f$  illetve  $F$  töltéssűrűségű gömbbel modellezzük. Adjuk meg a kétféle atom atomi szórási tényezőjét. (4 pont)
- Határozzuk meg az elemi cellát és a reciproktér rácsot! (3 pont)
- Számoljuk ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt! (4 pont)
- Milyen  $\Delta \mathbf{k}$  szórásvektorokra kapunk intenzitás-maximumokat? (4 pont)
- +. Mit tapasztalsz,  $F = f$  és  $F = -f$  esetén? Van-e fizikai jelentése az  $F = -f$  esetnek? (4 pont)

### 2.feladat

Vizsgáljuk az alábbi "téglalaprács" síkbeli kitéréseihez tartozó fononmódusait a megfeszített rugós modellben. Csak első szomszédokat összekötő rugókat tételezzük fel. Az  $x$  irányú elsőszomszédok közötti rugókat a rugóval párhuzamos illetve arra merőleges elmozdulások esetén  $k_1$  és  $k_2$  rugóállandók írják le. Az  $y$  irányú rugók párhuzamos illetve merőleges visszatérítő erejét  $\frac{a}{b}k_1$  és  $\frac{a}{b}k_2$  állandók jellemzik.



- Írd fel egy kiszemelt atom mozgásegyenletét az  $x$  és  $y$  irányokra. (5 pont)
- Írd fel a mozgásegyenleteket Fourier-térben általános  $\mathbf{q}$  hullámszámvektorra! (4 pont)

- c. Határozd meg a fononmódusok frekvenciáit! (3 pont)
- d. Számold ki a hangsebességet  $x$  és  $y$  irányban terjedő longitudinális és transzverzális módusok esetén is! (3 pont)
- + . Mit tapasztalsz, az  $\frac{a}{b} \rightarrow 1$  határesetben? (3 pont)

### 3.feladat

Tekintsük az egyatomos hiperkübös kristályt tetszőleges  $N$  dimenzióban.

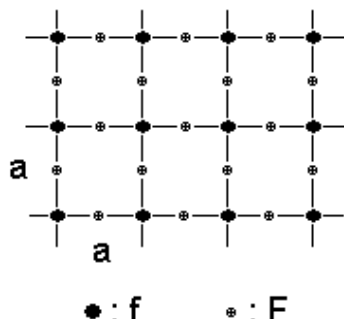
- a. Hány akusztikus és optikai fononágunk van a rendszerben? (4 pont)
- b. Határozd meg a fonon állapotsűrűséget a Debye-modellben! (6 pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. pótzh

2005. május 23.

### 1.feladat

Tekintsük az alábbi ábrán látható  $\text{CuO}_2$  síkot!



- Az atomokat  $r_0$  sugarú,  $f$  illetve  $F$  felületi töltéssűrűségű gömbhélyval modellezzük. Adjuk meg a kétféle atom atomi szórási tényezőjét. (4 pont)
  - Határozzuk meg az elemi cellát és a reciproktér rácsot! (3 pont)
  - Számoljuk ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt! (4 pont)
  - Milyen  $\Delta \mathbf{k}$  szórásvektorokra kapunk intenzitás-maximumokat és minimumokat? (4 pont)
- +. Mekkora az atomi szórási tényező, ha az atomokat  $r_0$  sugarú  $\rho(r) = r/(\pi r_0^4)$  töltéssűrűségű gömböknek tekintjük? (4 pont)

### 2.feladat

Vizsgáljuk a fenti  $\text{CuO}_2$  sík síkra merőleges kitéréseihez tartozó fononmódusait a megfeszített rugós modellben. Csak első szomszédokat összekötő rugókat tételezzünk fel.

- Írd fel az elemi cella atomjainak mozgásegyenletét a síkra merőleges irányban! (5 pont)
  - Az elemi cella atomjainak elmozdulását síkhullám alakban keresve írd fel a mozgásegyenleteket Fourier-térben általános  $\mathbf{q}$  hullámszámvektorra! (5 pont)
  - Hány darab akusztikus és optikai fononágat kapunk? Határozd meg a fononmódusok frekvenciáit! (5 pont)
- +. Hány akusztikus és optikai módust kapunk, ha a síkra merőleges kitérések helyett a síkbelieket vizsgáljuk? Hány dimenziós a dinamikus mátrix, ha a síkbeli és síkra merőleges rezgéseket egyaránt tekintjük? (4 pont)

### 3.feladat

Tekintsünk egy speciális diszperziójú akusztikus fononágat izotróp kristályban!

- Számítsd ki a fonon állapotossűrűséget 2 és 3 dimenzióban az alábbi diszperziós reláció esetén!  
 $\omega(\mathbf{q}) = \alpha q + \beta q^2$ , ahol  $q = |\mathbf{q}|$  (5 pont)
- Határozd meg a hangsebességet és az állapotossűrűség frekvenciafüggését  $\omega \rightarrow 0$  esetben! (5 pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2.zh

2007. május 15.

### 1. feladat

Tekintsünk egy egyszerű köbös rácsot egyatomos bázissal és  $a$  rácsállandóval.

- Az első szomszédokat összekötő, egyensúlyban is megfeszített rugókat feltételezve számoljuk ki a rendszer dinamikus mátrixának sajátvektorait és a rácsrezgések  $\omega(\mathbf{q})$  disz-perziós relációját! (9 pont)
- Adjuk meg  $|\mathbf{q}| \rightarrow 0$  esetén az  $\omega(\mathbf{q})$  aszimptotikus viselkedését! (4 pont)
- Mondjuk meg az összes fononág esetén, hogy akusztikus vagy optikai rezgést ír le! (4 pont)

### 2. feladat

Tekintsünk egy olyan háromdimenziós tércentrált köbös rácsot, melyben az atomokat homogén töltésű,  $r_0$  sugarú gömbökkel modellezzük oly módon, hogy a kockák csúcaiban elhelyezkedő atomok  $+q$ , a kockák középpontjában elhelyezkedők pedig  $-q$  töltéssűrűséggel rendelkeznek.

- Számítsd ki a kétféle atom atomi szórási tényezőjét! (4 pont)
- Határozd meg az elemi cellát és a reciprok rácsot! (3 pont)
- Számold ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt! (4 pont)
- Milyen  $\mathbf{k}$  szórásvektorokra kapunk intenzitás-maximumokat, illetve intenzitás minimumokat? Milyen felületeket határoznak meg ezek a pontok a szórásvektorok terében? (4 pont)

### 3.feladat

Egy 1 dimenziós lánc esetén a láncirányú rácsrezgéseket a következő diszperziós reláció írja le:  $\omega(q) = \alpha \cdot q \cdot \cos(qa)$ .

- Számítsd ki a fenti diszperziós relációval leírt fononállapotok állapotsűrűségét! (7pont)
- Add meg a láncirányú rezgések hangsebességét! (3pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, pótzh

2007. május 21.

### 1. feladat

Tekintsünk egy 1 dimenziós végtelen láncot, melyet kétféle, felváltva elhelyezkedő atom épít fel (1-2-1-2-1-2) és atomok távolsága  $a$ . A láncban az első szomszédokat  $k_1$ , a másodsomszédokat  $k_2$  rugóállandójú rugó köti össze.

- Számoljuk ki a rendszer dinamikus mátrixának ortogonális sajátvektorait és a rácsrezgések  $\omega(\mathbf{q})$  diszperziós relációját! (8 pont)
- Adjuk meg  $|\mathbf{q}| \rightarrow 0$  esetén az  $\omega(\mathbf{q})$  aszimptotikus viselkedését! (4 pont)
- Mondjuk meg az összes fononág esetén, hogy akusztikus vagy optikai rezgést ír le! (3 pont)

### 2. feladat

Tekintsünk egy háromdimenziós egyszerű köbös rácsot  $a$  rácsállandóval. A kristály bázisát egy oktaéder 6 csúcsán illetve az oktaéder középpontjában elhelyezkedő atomok alkotják. A csúcsban lévő atomi szórástényezője  $-f$ , míg a középpontban lévőé  $6f$ . Az oktaéder szemközti csúcsainak távolsága pont a rácsállandó,  $a$ .

- Határozd meg a reciproktér rácsot és add meg az elemi reciproktér rácsvektorokat! (3 pont)
- Számold ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt! (4 pont)
- Rajzold fel a szerkezeti tényező hullámszám függését a  $k$ -térbeli  $(1 \ 1 \ 1)$  irányban! (4 pont)
- Milyen  $\mathbf{k}$  reciproktér rácsvektorokra eredményez a szerkezeti tényező kioltást az intenzitásban? (4 pont)

### 3. feladat

Egy 1 dimenziós lánc esetén a láncirányú rácsrezgéseket a következő diszperziós reláció írja le:  $\omega(q) = \sin(|q|a) + \cos(|q|a)$ , ahol  $a$  a rácsállandó.

- Számítsd ki a fenti diszperziós relációval leírt fononállapotok állapotssűrűségét! (7pont)
- $\omega(|q| = 0)$  esetet vizsgálva mondd meg milyen módust ír le a fenti kifejezés! (3pont)



## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. zh

2008. május 13.

### 1.feladat

Tekintsük az  $a$  rácsállandójú szabályos (2D) háromszöggrács rezgéseit! Az atomokat elsőszomszédjukkal egyensúlyban is feszített rúgok kötik össze ( $F_0$  előfeszítéssel).

- Határozd meg a bázist, rácsvektorokat, a reciprok rácsot és a Brillouin zónát! (4 pont)
- Írd fel a mozgásegyenleteket a kristályrács síkjára merőleges kitérések esetén! (3 pont)
- Határozd meg a diszperziós relációt! Milyen módust/módusokat kaptál? (3 pont)
- Vizsgáld a  $q \rightarrow 0$  esetet! Mutasd meg, hogy kis  $q$ -ra izotróp a diszperziós reláció és számítsd ki a hangsebbséget! (4 pont)

### 2.feladat

Tekintsük a gyémánt szerkezetét. (Segítség: a gyémánt kristályrácsa fcc két atomos bázissal, ahol az egyik atom az origóban, a másik az  $a$  rácsállandójú konvencionális köbös cella testátlóját negyedelő pontban van.)

- Rajzolj le vázlatosan a gyémánt szerkezetet, add meg az elemi cellát és a bázist! (3 pont)
- Számítsd ki az fcc szerkezet reciprok rácsának bázisvektorait! (3 pont)
- Határozd meg a gyémánt szerkezeti tényezőjét! (Útmutatás: az fcc rács reciprokrácsának bázisvektorait jelöljük  $g_1, g_2, g_3$ -mal. Add meg azokat a  $h, k, l$  értékeket, amelyekre a  $G = hg_1 + kg_2 + lg_3$  irányban kapunk röntgen diffrakciós csúcsot!) Ábrázold a reciprok rácson a megfelelő intenzitás értékeket! (4 pont)
- A gyémánttal azonos szerkezetű GaAs-ban a Ga és As atomi szórási tényezője különböző. Hogyan módosul a röntgen szórási kép GaAs-et vizsgálva a gyémánthoz képest? (4 pont)

### 3.feladat

Tekintsünk egy speciális diszperziójú fononágot!

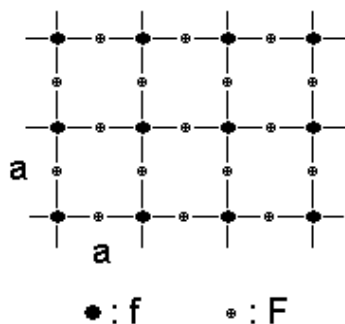
- Számítsd ki a fonon állapotszámot 3 dimenzióban az alábbi diszperziós reláció esetén!  
 $\omega(\mathbf{q}) = \sum_i \alpha_i^2 q_i^2$ , ahol az  $i$  indexek a koordinátákat jelölik  $(x, y, z)$  (4 pont)
- Számítsd ki a fonon állapotsűrűséget 3 dimenzióban az előbbi diszperziós reláció esetén! (3 pont)
- Határozd meg a kapott állapotsűrűség segítségével az alacsonyhőmérsékleti fahő hőmérsékletfüggését (a belső energia kifejezés segítségével)! (5 pont)
- Milyen fahőjárulékot kapunk a következő diszperziós reláció esetén:  $\omega(\mathbf{q}) = \Delta + \sum_i \alpha_i^2 q_i^2$ ? (5 pont)

## Szilárdtestfizika II. gyakorlat, 2. pótzh

2008. május 13.

### 1.feladat

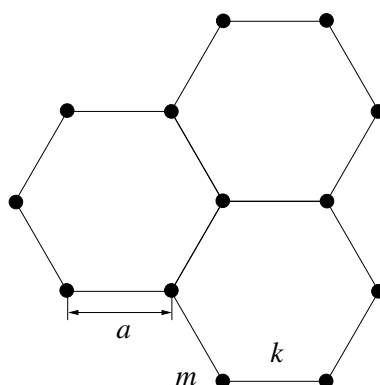
Tekintsük az alábbi ábrán látható  $\text{CuO}_2$  síkot!



- Határozd meg az elemi cellát és a reciprokrácsot! (3 pont)
- Számold ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt, ha az atomi szórási tényező az oxigén és a réz esetén  $F$  ill  $f$ ! (4 pont)
- Milyen  $\Delta \mathbf{k}$  szórásvektorokra kapunk intenzitás-maximumokat és minimumokat? (4 pont)
- Add meg a kétféle atom atomi szórási tényezőjét, ha az atomokat  $r_0$  sugarú,  $f$  illetve  $F$  felületi töltésű gömbhellyal modellezzük (a töltéeloszlást modellezd Dirac-delta eloszlással)! (4 pont)

### 2.feladat

Vizsgáljuk a hatszöges grafitsík síkra merőleges kitéréseihez tartozó fononmódusait a megfeszített rugós modellben.



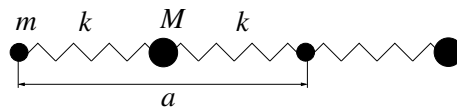
- Határozd meg a bázist és az elemi rácsvektorokat! Hány atomból áll az elemi cella? Számítsd ki a reciprokrács elemi rácsvektorait! Hány darab és milyen fononmódus(ok) van(nak) a rendszerben? (3 pont)
- Írd fel a bázisatomok mozgásegyenletét Fourier-térben általános  $\mathbf{q}$  hullámszámvektorra! (4 pont)

- c. Határozd meg a fononmódusok frekvenciáit és a hozzájuk tartozó atomi elmozdulás vektorokat  $\mathbf{q} = 0$ -ra! (5 pont)
- +. Mutasd meg, hogy létezik olyan fononmódus, ahol csak az atomok fele végez rezgést! Mekkora az ehhez tartozó fononfrekvencia és mekkorák az egyes atomok elmozdulásvektorai? (4 pont)

### 3.feladat

Az ábrán látható kétatomos lánc ( $M = 2m$ ) diszperziós relációja

$$\omega_{1,2}^2 = k \left[ \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4}{mM} \sin^2 \frac{qa}{2}} \right].$$



- a. Hány darab fononág van a rendszerben? Miért? Nevezd meg őket! (2 pont)
- b. Határozd meg a  $\mathbf{q} = 0$  hullámszámhoz tartozó frekvenciákat! Milyen ág(ak)hoz tartoznak ezek? (3 pont)
- c. Számítsd ki a hangsebességet! (4 pont)
- d. Számítsd ki az akusztikus ág állapotosságát kis hullámszámok esetén! Határozd meg erre a fononágra a Debye-frekvenciát  $k$  és  $m$  függvényében! (6 pont)

**Szilárdtestfizika II. gyakorlat, gyakIV 2. zh témaköre**  
2008. május 28.

**1.feladat**

A kálium (K) tércentrált köbös rácsban kristályosodik, a köbös cella oldaléle  $a = 0.52\text{nm}$ .

- a. A K atom elektroneloszlását közelítsük egy homogénean töltött  $r_0 = 0.46\text{nm}$  sugarú,  $q$  töltésű gömbbel. Számítsd ki az atom Röntgen-szórási alaktényezőjét! (5 pont)
- b. A kristályon szórás kísérletet végzünk  $\lambda = 0.1\text{ nm}$  hullámhosszú Röntgen sugarakkal. Határozd meg a köbös cella  $[111]$ ,  $[200]$ ,  $[211]$  reflexióihoz tartozó  $\sin \theta$  értékét, ahol  $2\theta$  a bejövő- és a szórt Röntgensugarak által bezárt szög! (Emlékeztetőül: a  $[hkl]$  reflexió az a reflexió, amelyet a  $\mathbf{G} = h\mathbf{g}_1 + k\mathbf{g}_2 + l\mathbf{g}_3$  szórás vektorral kapunk, ahol a  $\mathbf{g}_i$  vektorok a reciprokrács primitív translációs vektorai.) (6 pont)
- c. Mekkora az előző alkérdés három reflexiójának relatív intenzitása? (5 pont)

**2. feladat**

Tekintsünk egy egyszerű köbös rácsot egyatomos bázissal és  $a$  rácsállandóval.

- a) Az első szomszédokat összekötő, egyensúlyban is megfeszített rugókat feltételezve (melyeket  $k_1$  illetve  $k_2$  rugóállandó jellemez a velük párhuzamos illetve a rájuk merőleges elmozdulások esetén) számold ki a rendszer dinamikus mátrixának sajátvektorait és a rácsrezgések  $\omega(\mathbf{q})$  diszperziós relációját! (6 pont)
- b) Add meg  $|\mathbf{q}| \rightarrow 0$  esetén az egyes fononágakra  $\omega(\mathbf{q})$  aszimptotikus viselkedését! (4 pont)
- c) Mondd meg az összes fononág esetén, hogy akusztikus vagy optikai rezgést ír le illetve hogy transzverzális vagy longitudinális rezgésről van szó! (4 pont)

**3.feladat**

Egy 1 dimenziós lánc esetén a láncirányú rácsrezgéseket a következő diszperziós reláció írja le:  $\omega(q) = \alpha \cdot |\sin(qa)| + \beta \cdot [1 - \cos(qa)]$ .

- a) A  $|q| \rightarrow 0$  határesetben számítsd ki a fenti diszperziós relációval leírt fononállapotok állapotsűrűségét! (7pont)
- b) Add meg a láncirányú rezgések hangsebességét! (3pont)

## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. zh

2008. október 22.

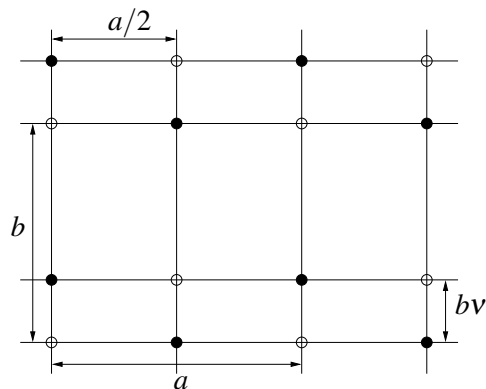
### 1.feladat

Egy kristályos anyag szerkezetét vizsgáltuk rugalmas röntgen szórással. A kapott Lau szórási képet a következő ábra mutatja a kristály legmagasabb szimmetriájú irányaiban, melyekről az is kiderült, hogy egymásra merőlegesek.

- Milyen a kristályrács szimmetriája? Milyen lehet a Bravais rács?
- A Neumann elv felhasználásával számold ki, hogy milyen alakú lesz az anyag  $\sigma_{ij}$  vezetőképesség tenzora (hány független eleme van; mely elemei zérustól különbözők).

### 2.feladat

Az ábrán látható kétdimenziós kristály kétféle atomból épül fel (körök és pontok).



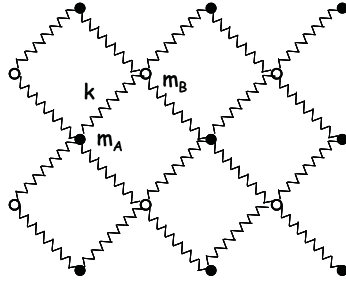
legyen  $v$  általános (irracionális) paraméter!

- Határozd meg a kristály bázisát! Hány atomból áll? (3 pont)
- Írd fel a rács elemi rácsvektorait! Határozd meg a reciprokrácsot! (2 pont)
- Számítsd ki a szerkezeti tényezőt (körök:  $f_1$ , pontok:  $f_2$ )! (4 pont)
- Válaszolj az előző kérdésekre a  $v=1/2$  esetben! Hol lesznek ekkor megengedett- illetve tiltott reflexiók a reciprok térben? (3 pont)
- Ekkor a diffrakciós kép kvalitatíve különbözik az általános esettől. Oldd fel a látszólagos ellentmondást az általános esetből kiindulva a  $v \rightarrow 1/2$  határátmenetet vizsgálva! (4 pont)

### 3.feladat

Tekintsük a képen látható rácsot, első szomszéd kölcsönhatással, ahol az  $A$  típusú  $m_A$  tömegű atomok  $B$  típusú,  $m_B$  tömegű atomokkal vannak összekötve. Vizsgáljuk a síkra merőleges rezgéseket!

- Határozd meg a bázist, és a rácsvektorokat!
- Írd fel  $A$  és  $B$  atomok mozgásegyenletét!
- Határozd meg a diszperziós relációt!
- Vizsgáld  $q = 0$ -ra a kapott diszperziós relációt! Határozd meg kitéréseket (sajátvektorokat)! Milyen módusokat kapsz?



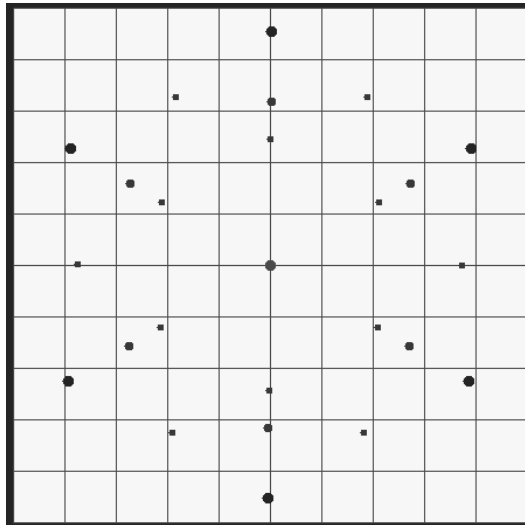
## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. pótzh

2008. december 18.

### 1.feladat

Egy két dimenziós, egy atomos elemi cellájú kristályos anyag szerkezetét vizsgáltuk rugalmas röntgenszórással. A kristály síkjára merőlegesen érkező röntgen nyaláb esetén a kapott Laue szórési képet a következő ábra mutatja.

- Add meg a rács összes szimmetriáját az eltolásoktól eltekintve? Milyen rácsról van szó? (6 pont)
- A Neumann elv felhasználásával számold ki, hogy milyen alakú lesz ezen két dimenziós anyag  $\sigma_{ij}$  vezetőképesség tenzora, ahol  $i, j = \{x, y\}$ . Hány független eleme van és mely elemei zérustól különbözők? (7 pont)



### 2.feladat

Tekintsük azt a kristályt, melyben mind az  $A$  mind a  $B$  típusú atomok egyszerű köbös rácsot alkotnak  $a$  rácsállandóval. Az  $A$  és  $B$  atomok alrácса egymáshoz képest  $\mathbf{r} = a/2 \times (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$  vektorral el van tolva.

- Határozd meg a kristály bázisát! (3 pont)
- Írd fel a rács elemi rácsvektorait! Határozd meg a reciprokrácsot! (2 pont)
- Számítsd ki a rugalmas röntgenszórás szerkezeti tényezőjét, ha az  $A$  illetve  $B$  típusú atomok szórási tényezője  $f_A$  illetve  $f_B$ ! (4 pont)

- d. Válaszolj az előző kérdésre az  $f_A \rightarrow f_B$  határesetben! Az előző esethez képest hol lesznek ekkor tiltott reflexiók a reciprok térben? A röntgen szórás kép alapján milyennek látjuk ekkor a kristályrácsot? (4 pont)

### 3.feladat

Egy háromszögrács rezgéseit a következő egyszerű modellel írjuk le: a szomszédos atomokat  $k$  rugóállandójú, egyensúlyban feszítetlen rugók kötik össze. Vizsgáljuk meg a rács síkbeli rezgéseit!

- b. Írd fel a mozgásegyenletet a síkbeli elmozdulás komponenseire! (6 pont)
- c. Határozd meg a diszperziós relációt! (5 pont)
- d. Vizsgáld  $q = 0$ -ra a kapott diszperziós relációt! Határozd meg kitéréseket (sajátvektorokat)! Optikai vagy akusztikus módusokat kaptál? (3 pont)

## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. zh

2009. november 6.

### 1.feladat

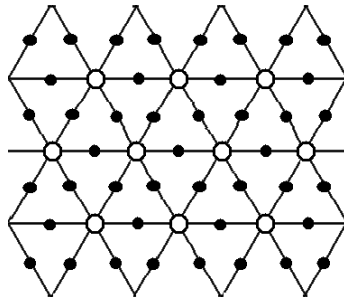
Tekintsünk egy kristályt egy atomos bázissal, melyben az atomok az egyik kristálytani tengelyre merőleges síkban  $a$  rácsállandójú háromszög rácsot alkotnak és ezek a síkok a tengely irányában eltoltan  $\sqrt{3}/2 \cdot a$  távolságoként ismétlődnek.

- Add meg a kristály elemi rácsvektorait és reciproklátsvektorait! Milyen Bravais rácsa van a valós kristálynak és a reciproklátsvektorok térbelének? Rajzold fel a rács és a reciproklátsvektorok elemi celláját a jellemző méreteket feltüntetve! (4 pont)
- Add meg, ábrán is jelölve, a kristály Wigner-Seitz cellájára jellemző összes szimmetria műveletet! (4 pont)
- A kristály szimmetria műveleteinek ismeretében mutasd meg, hogy maximálisan hány független eleme van a kristály valamely tulajdonságát leíró  $\varepsilon_{ij}$  két indexes tenzormennyiségnek! (5 pont)

### 2.feladat

Az előző feladatban szereplő kristályból pormintát készítünk és monokromatikus fénnel rugalmas röntgen szórási kísérletet végzünk.

- A rács elemi rácsvektorainak ismeretében add meg, milyen  $\theta$  szórási szögeknél kapunk véges szórt intenzitást a Bragg feltétel alapján? (5 pont)
  - Abban az esetben, ha a kristály (ezen belül az őt alkotó háromszög rácsok) bázisa több atomosá válik az alábbi ábrának megfelelő módon, add meg a röntgen szórási szerkezeti tényezőjének reciproklátsvektoroknál fölvetett értékét! Az  $f_A$  (teli körrel jelölt atomok) és  $f_B$  (üres körrel jelölt atomok) atomi szórási tényezők mely aránya esetén és mely reciproklátsvektoroknál lesz a szerkezeti tényező miatt kioltás? (6 pont)
- + Mely  $\theta$  szórási szögeknél tűnik el a szórt intenzitás a szerkezeti tényező miatt? (4 pont)



### 3.feladat

Tekintsük egy kristályt, melynek Bravais rácsa egyszerű tetragonális (azaz elemi rácsvektoraira teljesül:  $\mathbf{a}_1 \perp \mathbf{a}_2 \perp \mathbf{a}_3$  és  $a_1 = a_2 \neq a_3$ ) és elemi cellája egy atomot tartalmaz. Vizsgáljuk a rács rezgéseit harmonikus közelítésben, mindhárom kristálytani irányban első szomszéd kölcsönhatást feltételezve egyensúlyban is megfeszített rugókkal. Az  $\mathbf{a}_1$  és  $\mathbf{a}_2$  irányban a rugóállandó  $k_1$  és az egyensúlyi feszítő erő  $F_1$ , míg  $\mathbf{a}_3$  irányban a rugóállandó  $k_2$  és a feszítettség  $F_2$ .

- Egy kiszemelt atomra írd fel a mozgásegyenleteket! (4 pont)



- b. Határozd meg a rezgési módusok frekvenciáját (diszperziós reláció) és rezgési vektorát (polarizáció)! (6 pont)
- c. Nevezd meg, mely fonon ág ír le akusztikus és melyik optikai rezgést! (2 pont)
- d. Határozd meg az egyes fonon ágak állapotosságát a rövid hullámszámú ( $q \rightarrow 0$ ) határesetben! (4 pont)

## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. zh

2010. október 29.

### 1.feladat

A  $CuO_2$  sík olyan szerkezet, ahol a  $Cu$  atomok egyszerű négyzetrácsot alkotnak és az  $O$  atomok a szomszédos  $Cu$  atomokat összekötő szakaszok felezőpontjában találhatók.

- Határozd meg a  $CuO_2$  sík, mint 2 dimenziós kristály bázisát és a hozzá tartozó Bravais rácsot! Számítsd ki a reciprokrács elemi rácsvektorait! Hány darab és milyen fononmódus van a rendszerben, ha az atomok tetszőleges irányú (3 dimenziós) elmozdulása megengedett? (4 pont)
- Írd fel a bázisatomok mozgásegyenletét  $CuO_2$  síkra merőleges kitérések esetére a megfeszített rugós modellben, ahol csak a szomszédos Cu-O párok között van kölcsönhatás! (5 pont)
- Határozd meg a fononmódusok frekvenciáit általános  $\mathbf{q}$  hullámszámvektorra!  $\mathbf{q} = 0$  esetén add meg értéküket és a hozzájuk tartozó atomi elmozdulás vektorokat! (6 pont)
- Az akusztikus módus esetén add meg a fonon diszperzió ( $\omega(\mathbf{q})$ ) közelítő alakját  $\mathbf{q} \rightarrow 0$ -ra és határozd meg erre az állapotosűrűséget! (4 pont)

### 2.feladat

Tekintsünk egy köbös szimmetriájú kristályt, melyben alacsony hőmérsékleten a köbös z-tengely irányában ferroelektromosság alakul ki. Ezt szimmetria szempontjából úgy tekinthetjük, hogy minden rácspontra ráhelyezünk egy vektort, ami egységesen a z-tengely pozitív irányába mutat – ez fogja esetünkben szemléltetni az elemi cella szimmetriáját az alacsony hőmérsékleti fázisban.

- Add meg e ferroelektromos kristály összes szimmetriáját! (6 pont)
- A Neumann-elv felhasználásával határozd meg, hogy a két indexes tenzormennyiségeknek (pl. dielektromos tenzor), hány független eleme van a ferroelektromos fázisban! (7 pont)

### 3.feladat

Egy kristály elemi celláját egy szabályos tetraéder csúcsain elhelyezkedő 4 darab A típusú atom és a tetraéder középpontjában található B típusú atom adja.

- Határozd meg a fenti elemi cellára a szerkezeti tényező! (8 pont)

## Szilárdtestfizika gyakorlat, pótzh 2.

2010. december 16.

### 1.feladat

Vegyük egyforma  $m$  tömegű atomok egy dimenziós láncát, ahol az atomok  $a$  távolságra helyezkednek el egymástól és azonos  $k$  rugóállandójú rugókkal vannak összekötve. Vizsgáljunk csak láncirányú kitéréseket!

- Határozd meg a fononmódusok diszperziós relációját! Hány akusztikus és hány optikai fonon van? (5 pont)
- Most vegyük ugyanezt az atomi láncot, de minden második rugó rugóállandóját válasszuk  $k$  helyett  $k + \Delta k$ -nak! Vezesd le ismét a fononmódusok diszperziós relációját! Hány akusztikus és hány optikai fonon van? Mi okozta a változást ezek számában? (6 pont)
- Rajzold fel az a.) és b.) eset diszperziós relációit egy ábrára. (4 pont)

### 2.feladat

- Adjuk meg a grafén Bravais rácsát és annak eltolási szimmetriáit! (3 pont)
- Adjuk meg a grafén Wigner-Seitz celláját és annak szimmetriáit! (4 pont)
- Hatarozzuk meg a grafén röntgenszórási szerkezeti tényezőjét általános  $\Delta \mathbf{k}$  szórási vektorra! (6 pont)
- (+3 pont) Egyetlen grafén rétegen mérünk rugalmas röntgen szórást úgy, hogy a bejövő röntgen nyaláb hullámszámvektora benne van a grafén réteg síkjában. Milyen lesz a szórási kép?

### 3.feladat

Egy dimenziós  $a$  rácsállandójú kristályban az egyik optikai fononág diszperziós relációja  $k^2 + m^2 = c^2 \omega^2$  alakú, ahol az  $m$  és  $c$  konstansok.

- Rajzoljuk fel a fenti diszperziós relációt! Írjuk fel ezen optikai fononok  $g(\omega)$  állapotsűrűségét! (12 pont)
- (+3 pont) Mekkora a fononok  $\partial \omega / \partial k$  csoportsebessége? Nézzük meg a kis és nagy  $k$ -ra vonatkozó határesetet! Mi  $m$  és  $c$  jelentése?

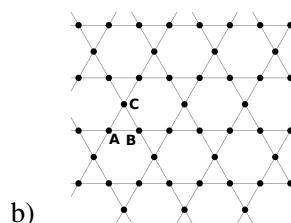
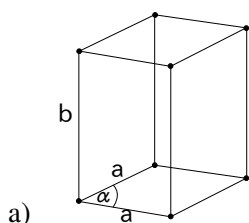
## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. zh

2013. november 8.

### 1. feladat

Egy háromdimenziós rács Bravais cellája egy az a) ábrán látható rombusz alapú egyenes hasáb. A hasáb élei  $a$  és  $b \neq a$  hosszúságúak, és az alapot jellemző szög  $\alpha \neq 90^\circ$ .

- Határozd meg az elemi rácsvektorokat és add meg azok Descartes koordinátáit! (3 pont)
- Határozd meg az összes pontműveletet, amelyre a rács invariáns! (4 pont)
- Lehetséges-e a rendszerben mágnesezettség? A választ indokold! (2 pont)
- Hány független eleme van a vezetőképesség tenzornak? (4 pont)
- Mi lenne a válasz a c) és d) kérdésekre, ha  $\alpha = 90^\circ$  lenne? (3 pont)



### 2. feladat

A b) ábrán látható kagome rács atomjainak atomi szórási tényezője  $f_A = 2f_B = 2f_C$ .

- Határozd meg az elemi cellát és az elemi rácsvektorok Descartes koordinátáit! Ábrázold a reciprok rácsot és rajzold be az első Brillouin-zónát! (2+3 pont)
  - Számold ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt! (2 pont)
  - A reciprok rácson ábrázolva szemléltesd, hogy a szerkezeti tényező mely Bragg csúcsoknál eredményez kioltást! Hogyan módosítja a többi csúcsot a szerkezeti tényező? (4 pont)
- +) Miért nem látunk a szórási képen háromfogású forgatási szimmetriát? (2 pont)

### 3. feladat

Tekintsük egy kétdimenziós szabályos háromszögrács atomjainak síkra merőleges kitéréseit! Az atomok kollektív mozgását olyan rugómodellben határozzuk meg, melyben az első szomszéd atomokat egy  $F_0$  előfeszítésű,  $k$  rugóállandójú rugó, míg a másodsomszédokat egy előfeszítetlen,  $k'$  rugóállandójú rugó köt össze. A kétdimenziós rács rácsállandója  $a$ .

- Határozd meg az elemi cellát és az elemi rácsvektorok Descartes koordinátáit! (2 pont)
- Írd fel az atomok síkra merőleges mozgásának mozgásegyenletét harmonikus közelítésben! (3 pont)
- Határozd meg a mozgásegyenlet alapján a síkra merőleges rezgések diszperziós relációját! Hány akusztikus és hány optikai ágat kaptál? (4 pont)
- Milyen hangsebesség jellemzi a diszperziós relációt kis frekvenciáknál? Hogyan viselkedik a frekvenciafüggő állapotsűrűség ebben a tartományban? (4 pont)

Segítség:  $\sin x \approx x$ , ha  $x$  kicsi.

**Szilárdtestfizika 1. pótzh.**  
(2013. december 17.)

1. A kvázikristályokban megfigyelhetőek eltolási szimmetriával nem összeegyeztethető forgatási szimmetriák is. Tegyük fel, hogy a Neumann elv alkalmazható a kvázikristályok esetén is. Kaptunk egy 3 dimenziós kvázikristályt, amiről annyit tudunk, hogy van egy  $C_{5v}$  szimmetriája az egyik tengely körül, a többi szimmetriáját nem ismerjük.

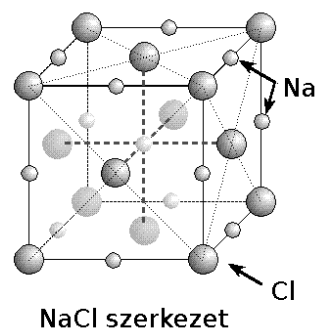
- (a) Írd fel 2 dimenzióban az eltolással összeegyeztethető forgatási szimmetriákat! (2 pont)  
 (b) A Neumann elvet alkalmazva milyen alakú lesz a vezetőképesség tenzor a tengelyre merőleges síkban? (4 pont)  
 (c) Milyen alakú lesz a teljes (3 dimenziós) vezetőképesség tenzor? Hány független eleme lehet maximumán? (3 pont)  
 (d) Lehet-e az anyag ferroelektromos, vagy ferromágneses? Miért? (2 pont)

2. Határozd meg a konyhasóból (NaCl) készült porminta szórési képét! A NaCl szerkezetét mutatja a mellékelt ábra.

- (a) Mi a NaCl Bravais rácsa? Hány atomos az elemi cella? Határozd meg az elemi rácsvektorokat és azok Descartes koordinátáit, valamint a reciprok rácsvektorokat! Mi lesz a reciprokrács? Írd fel a bázis atomjaihoz mutató vektorokat az elemi rácsvektorokkal kifejezve! (3 pont)  
 (b) Határozd meg a szerkezeti tényezőt és a szórt intenziást! (4 pont)  
 (c) Milyen szögekben látunk szóródást? A szögekre  $\sin^2(\theta) = cN$  alakú feltételt kapunk, ahol  $N$  egész szám. Add meg  $c$  és  $N$  kifejezését! Add meg a 4 lehetséges legkisebb értékét  $N$ -nek! Mely reciprokrácsvektorok adnak járulékot  $N$  legkisebb nem 0 értékéhez? Milyen intenzitás tartozik az egyes járulékokhoz? (6 pont)

Segítség: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$



3. Tekintsünk egy kétdimenziós derékszögű kristályt az  $xy$  síkban, amelyben az elemi rácsvektorok  $a$  ill.  $b$  hosszúak! Modellezzük úgy a rács rezgéseit, hogy az elsőszomszéd atomokat  $x$  irányban  $k_1$  rugóállandójú,  $F_0$  előfeszítésű,  $y$  irányban pedig  $k_2$  rugóállandójú, és szintén  $F_0$  előfeszítésű rugók kötik össze.

- (a) Írd fel az atomok mozgásegyenleteit az  $x$ ,  $y$  és  $z$  irányokban! (6 pont)  
 (b) Határozd meg az egyes fononágak diszperziós relációit! (4 pont)  
 (c) Tekintsük a rácsra merőleges rezgések diszperziós relációját! Határozd meg ezen fonon-ág frekvenciafüggő állapotsűrűségét alacsony frekvenciákon! (6 pont)

**Szilárdtestfizika 1. zh. (2014. november 7.)**

A zh összpontszáma 46 pont, de a maximálisan szerezhető pontszám 40. Minden feladatot be lehet adni.

Név:

NEPTUN:

Pontszám: 1.

2.

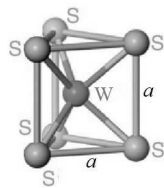
3.

4.

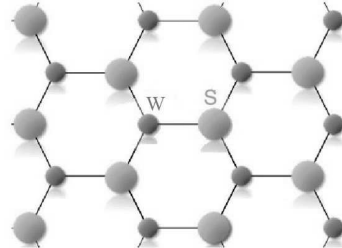
$\Sigma$

1. A  $WS_2$  (wolfram-diszulfid) kristályos anyag, amelyből ma már kvázi kétdimenziós, összesen 3 atomi réteg vastagságú mintákat is elő tudnak állítani. A felső rétegben csak kén, a középsőben csak wolfram, az alsó rétegben pedig szintén csak kén atomok találhatóak. A  $WS_2$  kristályszerkezetét az alábbi ábra mutatja, a jobb oldalon felülnézetben (a két kén réteg fedésben van egymással, ezért csak a felső réteg látszik), a bal oldalon pedig a wolfram lokális környezete látható 3D-ben.

**a**



**b**



A  $W - W$  távolság, a  $S - S$  távolság egy adott rétegben, valamint az alsó és felső kénréteg távolsága egyaránt  $a$ . A középső  $W$  réteg a felső és alsó kénrétegtől egyaránt  $a/2$  távolságra van, míg az elsőszomszéd  $W - S$  távolság  $\sqrt{\frac{7}{12}}a$ .

**A dolgozat feladatai ezen három atomi réteg vastagságú kvázi 2D anyagra vonatkoznak.**

- Határozd meg a Bravais-rácsot, az elemi rácsvektorokat, az elemi cellát, valamint a bázisatomokhoz mutató  $\tau$  vektorokat! Hány atomos az elemi cella? (4)
- Határozd meg az elemi reciprokrács-vektorokat, ábrázold a reciprokrácsot és rajzold be a Brillouin-zónát! (5)

**2. Rácsrezgések**

Vizsgáld meg a  $WS_2$  kvázi 2D kristály síkra merőleges rezgéseit, az *előfeszítetlen* rugós modellben! Tegyük fel, hogy csak a szomszédos wolfram és a kén atomokat köti össze  $k_1$  rugóállandójú rugó, a  $W - W$  és az  $S - S$  kötésekét hagyjuk figyelmen kívül.

- Határozd meg, hogy a szomszédos  $W$  és  $S$  atomok  $\Delta u_z$  – rácssíkra merőleges – elmozdulásaihoz mekkora  $z$  irányú  $F_z = k\Delta u_z$  erő tartozik! Határozd meg  $k$  értékét  $k_1$ -gyel kifejezve! (4)
- Írd fel az atomok mozgásegyenleteit  $k$  segítségével, majd határozd meg a dinamikai mátrixot Fourier-térben. (4)
- Mutasd meg, hogy van olyan fonon-módus, amiben csak a wolfram atomok végeznek mozgást! Milyen hullámszámok tartoznak ehhez a módushoz? Jelöld ezeket a hullámszámokat a Brillouin-zónában is. Mekkora frekvencia tartozik ehhez a rezgéshez? (4)
- Miben változna a b) és c) részfeladatok eredménye, ha az azonos síkban lévő kén atomokat, ill. az azonos síkban fekvő wolfram atomokat is összekötné egy  $k_2$  ill.  $k_3$  rugóállandójú, előfeszítetlen rugó? (2)

*Segítség:*  $\mathbf{F}_{12} \approx F_0 \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} + \left( \frac{F_0}{|\mathbf{r}_{12}|} + \left( k - \frac{F_0}{|\mathbf{r}_{12}|} \right) \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} \circ \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} \right) \Delta \mathbf{u}$

**3. Szórás kísérlet**

A  $WS_2$  mintán a minta síkjában fekvő nyalábbal szórás kísérletet végzünk (a hullámszámvektor  $z$  komponense 0).

- Határozd meg a szerkezeti tényezőt! Van-e tiltott reflexió valamely hullámszámnál? Ábrázold a

reciprokrácson, hogy hol láthatunk szórást, és jelöld az intenzitást is. (6)

b) A minta enyhén szennyezett, amit úgy modellezünk, hogy a kén atom helyett  $p$  valószínűséggel oxigén atomokat találunk. Ábrázoljuk, hogyan változik a szórási kép jellege? (2)

#### 4. Neumann-elv alkalmazása

a) Határozzuk meg a  $WS_2$  kvázi 2D kristály mint 3D objektum pontszimmetriáit. (5)

b) Milyen feltételeket szabnak ezek a szimmetriatulajdonságok a 3D vezetőképesség tenzorra? Hány független eleme lesz a vezetőképesség tenzornak?(5)

c) Rendelkezh-e a kristály spontán polarizációval? (1)

d) A kristályra a  $b$ ) ábra síkjában fekvő, az ott látható szabályos hatszögek egyik oldalával párhuzamos irányú mágneses teret kapcsolunk. Az ezen térrel párhuzamosan kialakuló mágnesezettség csökkenti a rendszer szimmetriáját, egyes műveletek már nem, vagy csak az időtükrözéssel együtt végrehajtva transzformálják önmagába a mágneses kristályt. Az időtükrözést úgy értelmezzük, hogy megfordítja az időtükrözésre páratlan vektorok, például a mágnesezettség irányát. Mik lesznek a mágneses kristály pontszimmetriái? (3)

e) A mágneses szimmetria megenged-e, és ha igen milyen irány(ok)ban elektromos polarizációt? (1)

## Szilárdtestfizika gyakorlat, 1. zh

2015. november 6.

A zh összpontszáma 46 pont, de a maximálisan szerezhető pontszám 40. Minden feladatot be lehet adni, a csillagozott példák nehezebbek. Minden feladatot külön, névvel és NEPTUN-kóddal ellátott lapra írjatok.

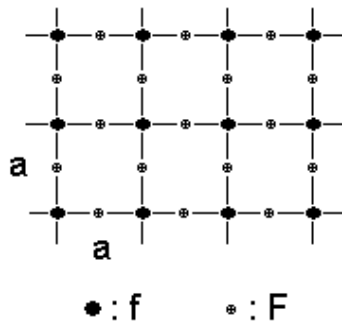
Név:

NEPTUN:

Pontszám: 1.      2.      3.      4.

### 1.) Szórás kísérlet

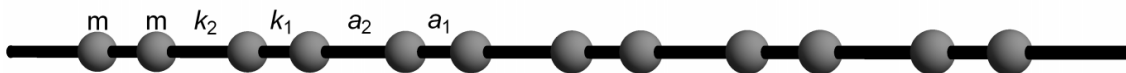
Tekintsük az alábbi ábrán látható  $\text{CuO}_2$  síkot!



- a.) Határozd meg az elemi cellát, az elemi rácsvektorokat és a reciprok rácsvektorokat! (3 pont)
- b.) Számold ki az elemi cellát jellemző szerkezeti tényezőt, ha az atomi szórási tényező az oxigén és a réz esetén  $F$  illetve  $f$ ! (4 pont)
- c.) Határozd meg az egykristály Laue-szórás kísérletben a szórt intenzitás hullámszám-függését! (4 pont)
- d.) Add meg a rézatom atomi szórási tényezőjét, ha az atomot  $r_0$  sugarú,  $Q$  felületi töltésű gömbhéjjal modellezzük (a töltéseloszlást modellezd Dirac-delta eloszlással)! A számolás során szükség lehet az  $x = r \cos \theta$  helyettesítésre. (4 pont)

### 2.) Rácsrezgések

Adott egy egydimenziós lánc, ahol az egyforma ( $m$  tömegű) atomok felváltva  $a_1$  és  $a_2$  távolságra követik egymást. Ezen lánc longitudinális rezgéseit vizsgáljuk. Tegyük fel, hogy az  $a_1$  távolságú atomokat  $k_1$ , az  $a_2$  távolságú atomokat  $k_2$  rugóállandójú, előfeszítetlen rugók kötik össze ( $k_1 > k_2$ ).



- a.) Számold ki, és vázold a fononspektrumot. Tüntesd fel a körfrekvenciákat a Brillouin-zóna közepén és szélén, valamint figyelj ezen pontok közelében a diszperzió meredekségére. (6 pont)
- \*b.) Mennyi a hangsebesség? (2 pont)



- c.) Legyen  $a_1 = a_2$ ! Hogyan módosul a spektrum? (1 pont)
- \*d.) Fehér fényel megvilágítjuk ezt az anyagot. A fény terjedési iránya merőlegesen a láncrea, és a rezgő elektromos tér párhuzamos a lánccal. Lesz-e, és ha igen milyen körfrekvencán lesz abszorpció? (2 pont)
- e.) Rajzold le vázlatosan az állapotosűrűséget (nem szükséges kiszámolni)! (2 pont)
- \*f.) Vegyük a  $k_1 = k_2$  esetet! Mi történik a fononágak körfrekvenciájával a zónahatáron? Ennek mi a magyarázata? (2 pont)

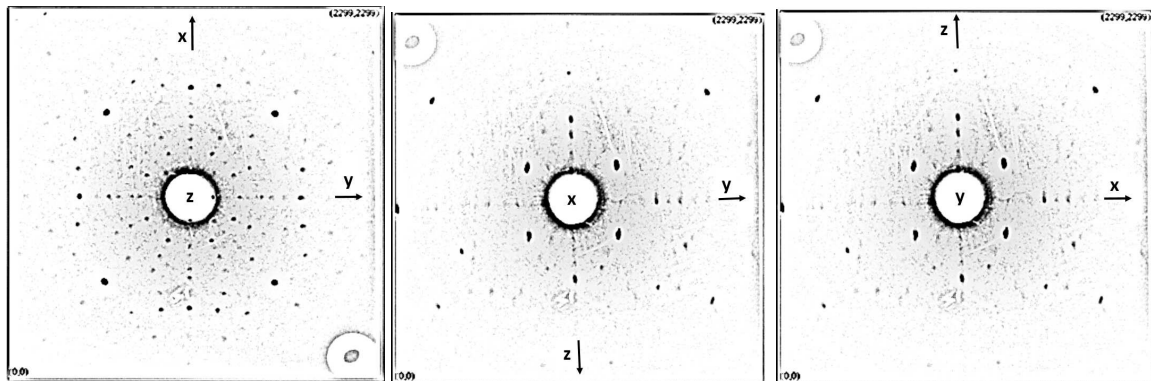
### 3.) Fononok állapotosűrűsége

Adott egy egydimenziós lánc, ahol az egyforma ( $m$  tömegű) atomok  $a$  távolságra követik egymást. Ezen lánc longitudinális rezgéseit vizsgáljuk. Tegyük fel, hogy az atomokat  $k$  rugóállandójú, előfeszítetlen rugók kötik össze.

- a.) Írd föl és rajzold le vázlatosan a fonon diszperziós relációt (ha nem emlékszel rá, számold ki)! (1 pont)
- b.) Számold ki az állapotosűrűséget! (Használd az  $\omega_0 = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$  jelölést.) (6 pont)

### 4.) Neumann-elv

Az alábbi ábrán egy multiferroikus egykristályon, a  $\text{Sr}_2\text{CoSi}_2\text{O}_7$ -on Laue-módszerrel készült Röntgen-szórás kísérlet eredménye látható három egymásra merőleges irányból beeső Röntgen-sugárzás esetén. A fekete pontok a szórt intenzitásban megjelenő csúcsokat jelzik. (Az ábrán Kocsis Vilmos mérése látható.)



- a.) Sorold fel, a szórási kép alapján milyen forgatási szimmetriákkal rendelkezik a kristály Bravais-rácsa! (2 pont)
- b.) Sorold fel a szórási kép alapján a kristály Bravais-rácsának tükrözési szimmetriáit! Inverziós szimmetriával rendelkezik a Bravais-rács? (3 pont)
- c.) A Neumann-elv felhasználásával határozd meg a vezetőképesség-tenzor alakját, ha feltesszük, hogy a bázis nem csökkenti a kristály szimmetriáját! Hány független eleme van? Létrejöhét spon-tán elektromos polarizáció az anyagban? (4 pont)