

Villamosmérnök alapszak Fizika2 Pót nagy zárthelyi, 2017. április 27.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

NÉV: \_\_\_\_\_

Neptun kód: \_\_\_\_\_

Előadó: Márkus / Sarkadi-Barócsi

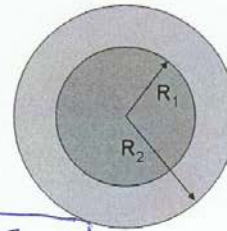
1. Adott egy  $R_1$  sugarú, homogén  $\rho$  térfogati töltéssűrűséggel ellátott gömb. Ezt körülveszi egy  $-\rho$  térfogati töltéssűrűséggel rendelkező gömbhéj.

a) Mekkora a gömbhéj külső,  $R_2$  sugara, ha tudjuk, hogy a töltésselrendezés kívülről semlegesnek mutatkozik? (1)

$$V_1 = \frac{4}{3} R_1^3 \pi \quad V_2 = \frac{4}{3} R_2^3 \pi - \frac{4}{3} R_1^3 \pi$$

$$\Sigma Q = 0 = \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow V_1 = V_2$$

$$\frac{4}{3} R_1^3 \pi = \frac{4}{3} R_2^3 \pi - \frac{4}{3} R_1^3 \pi \Rightarrow 2R_1^3 = R_2^3 \Rightarrow R_2 = \sqrt[3]{2} R_1$$



b) Határozza meg az elektromos térerősség  $E(r)$  nagyságát a gömb középpontjától mért  $r$  távolság függvényében a  $0 < r < R_1$  tartományon! (1)

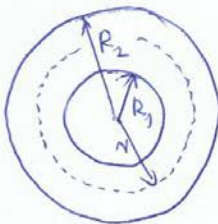


$r$  sugarú gömb felülete:  $A(r) = 4r^2 \pi$

$r$  sugarú gömb által beárított töltés:  $Q_r = \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot \rho$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_r}{\epsilon_0} \Rightarrow 4r^2 \pi E = \frac{\frac{4}{3} r^3 \pi \rho}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r \quad 0 < r < R_1$$

c) Határozza meg az elektromos térerősség  $E(r)$  nagyságát a gömb középpontjától mért  $r$  távolság függvényében a  $R_1 < r < R_2$  tartományon! (1)



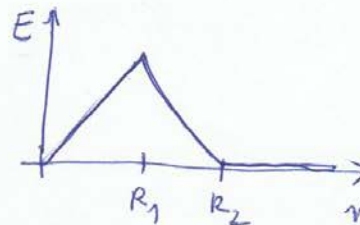
$r$  sugarú gömb felülete  $A(r) = 4r^2 \pi$

$r$  sugarú gömb által beárított töltés:

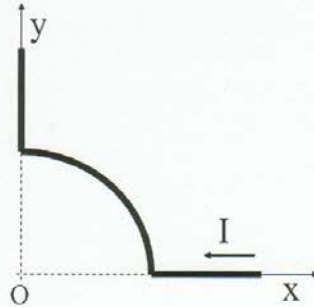
$$Q_r = \frac{4}{3} R_1^3 \pi \cdot \rho - \left( \frac{4}{3} r^3 \pi - \frac{4}{3} R_1^3 \pi \right) \rho = \frac{4}{3} \pi \rho (2R_1^3 - r^3)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_r}{\epsilon_0} \Rightarrow 4r^2 \pi E = \frac{4\pi \rho}{3\epsilon_0} (2R_1^3 - r^3) \Rightarrow$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left( \frac{2R_1^3}{r^2} - r \right) \quad R_1 < r < R_2$$



2. Az ábra szerint meghajlított vezetékben  $I$  áram folyik a megjelölt irányban. A negyedkörív alakú vezetékszakasz sugara  $R$ , a kör középpontja az origóban van.



a) Határozza meg az íves vezető kicsiny,  $dl$  hosszúságú szakasza által keltett  $d\vec{B}$  mágneses indukció vektor nagyságát az O pontban! (1)

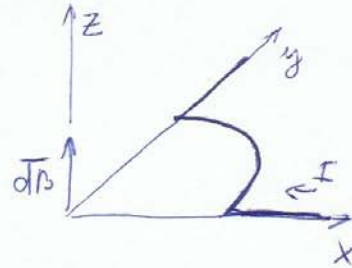
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$|\vec{r}| = R; \quad \vec{r} \perp d\vec{l} \Rightarrow$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot R}{R^3} = \boxed{\frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2}}$$

b) Írja fel a  $d\vec{B}$  vektort koordinátás alakban! (0,5)

$$d\vec{B} = \left[ 0, 0, \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl \right]$$

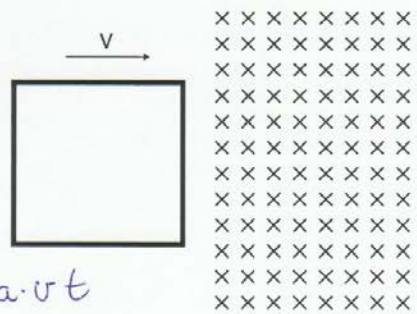


c) Határozza meg a teljes vezető geometria által keltett mágneses indukció nagyságát az origóban! (1,5)

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \Rightarrow d\vec{B} \parallel \hat{z} \Rightarrow |\vec{B}| = \int |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{\frac{2\pi R}{4}} dl =$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \frac{\pi R}{2} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{8R}}$$

3. Egy négyzet alakú vezető keret mozog egyenletes  $v$  sebességgel. A  $t=0$  időpillanatban a keret elülső éle homogén mágneses tér határához ér az ábra szerinti elrendezésben, majd a keret egyenletes sebességgel behatol a mágneses térbe. A keret oldalai  $a$  hosszúságúak, a vezetőhurok ellenállása  $R$ . A mágneses indukció vektor nagysága  $B$ , iránya merőleges a keret síkjára.



a) Határozza meg a keret által határolt terület  $\phi(t)$  mágneses fluxusát az idő függvényében! (1)

Handwritten solution for part (a):

$$\phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot a \cdot vt$$

$$\boxed{\phi(t) = B a v t}$$

b) Határozza meg a keretben indukálódó feszültséget, és a keretben induló áram erősségét! (1)

Handwritten solution for part (b):

$$|U| = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \boxed{B a v}$$

$$|I| = \frac{|U|}{R} = \boxed{\frac{B a v}{R}}$$

c) Számítsa ki a vezetőhurokban indukált áram teljes munkavégzését a folyamat során! (1)

Handwritten solution for part (c), split into electrical and mechanical calculations:

*Elektronos*

$$P = UI = \frac{B^2 a^2 v^2}{R} \quad t = \frac{a}{v}$$

$$W = P \cdot t = \frac{B^2 a^2 v^2}{R} \cdot \frac{a}{v} = \boxed{\frac{B^2 a^3 v}{R}}$$

*Mechanikai*

$$F_c = B I a = \frac{B^2 a^2 v}{R}$$

$$W = F_c \cdot a = \boxed{\frac{B^2 a^3 v}{R}}$$

4. Egy vákuumban terjedő elektromágneses síkhullámban az elektromos térerősség vektorát az alábbi kifejezés adja meg a hely és az idő függvényében:  $\vec{E} = [0, E_0 \sin(\omega t - kx), 0]$

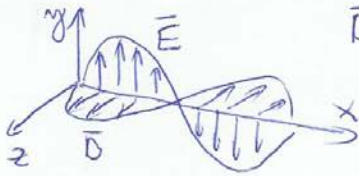
a) Milyen irányban terjed a hullám? (0,5)

$\hat{x}$  irányban terjed

b) Határozza meg a mágneses indukció amplitúdóját! (0,5)

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

c) Írja fel a mágneses indukció vektort a hely és az idő függvényében koordinátás alakban! (1)



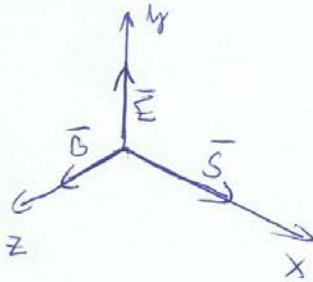
$\vec{B} \parallel \hat{x}$

$$\vec{B} = [0, 0, \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kx)]$$

d) Adja meg a Poynting vektort a hely és az idő függvényében koordinátás alakban! (1)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{S} \parallel \hat{x} \quad \vec{E} \perp \vec{B}$$



$$S_x = \frac{1}{\mu_0} E_0 \sin(\omega t - kx) \cdot \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kx)$$

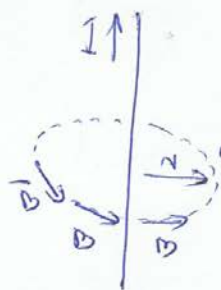
$$\vec{S} = \left[ \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin^2(\omega t - kx), 0, 0 \right]$$

Kifejtendő kérdések

1. Írja fel az Ampère-féle gerjesztési törvényt matematikai alakban! (0,5) Fogalmazza meg a törvényt egész mondatban! (1) A törvény alkalmazásával határozza meg egy hosszú egyenes,  $I$  árammal átjárt vezető mágneses terét a távolság függvényében! (1,5)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

A mágneses indukció zárt görbére vett integrálja megegyezik a zárt görbe által határolt területen átfolyó áram  $\mu_0$ -szorosával



zárt görbe:  $r$  sugarú kör

$$\mu_0 I = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint |\vec{B}| |d\vec{l}| = |\vec{B}| \oint |d\vec{l}| = |\vec{B}| \cdot 2\pi r \Rightarrow$$

$\vec{B} \parallel d\vec{l}$  forgáshív.  $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}$

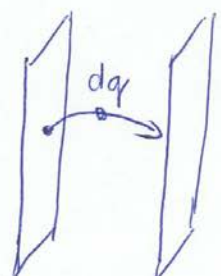
2. Adott egy  $C$  kapacitású kondenzátor, melyet  $q$  töltéssel látunk el. Mekkora a fegyverzetek közti feszültség? (0,5) Mekkora  $dW$  elemi munkát kell végeznünk, ha a negatív töltésű fegyverzetről infinitezimális  $dq$  mennyiségű töltést viszünk át a pozitív töltésű fegyverzetre? (1)

Képzeltben töltsünk fel egy kondenzátort úgy, hogy a kezdetben semleges fegyverzetek egyikéről kicsiny  $dq$  töltést viszünk át a másikra. Ezt addig ismételjük, amíg a kondenzátor töltése  $Q$  nem lesz.

A fenti gondolatmenet alkalmazásával vezesse le a kondenzátorban tárolt energiára vonatkozó ismert összefüggést! (1,5)

$U = \frac{q}{C}$

$dW = U \cdot dq = \frac{q}{C} \cdot dq$



$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} \cdot dq = \left[ \frac{q^2}{2C} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} U \cdot Q = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Két ponttöltés közt ébredő Coulomb-erő a távolság ..... $r^{-2}$ ..... hatványával arányos.
2. A *Van de Graaff*..... nevű kísérleti eszköz elektrosztatikus alapjelenségek bemutatására szolgál. A készülék szigetelő oszlopon álló fém gömbjében töltést halmozunk fel úgy, hogy a töltéseket egy motorral hajtott szalag szállítja a fémgömb belsejébe.
3. A „villámhárítón” bekövetkező kisülés a .....*csícskhatás*..... nevű jelenséggel magyarázható.
3. Elektromos dipólra .....*homogén*..... elektromos erőterben ható erők eredője nulla.
4. Ha az elektromos mező két pontja között mozgatott próbatöltésen a tér nem végez munkát, akkor a mozgás kezdő és végpontja egy .....*ekvipotenciális*..... felületen helyezkedik el.
5. Elektrosztatikában az ideális vezetők belsejében az elektromos térerősség .....*zérus*.....
6. Síkkondenzátor lemezeit távolítjuk egymástól. A kapacitás .....*csökken*.....
7. A differenciális Ohm törvény értelmében a vezető egy adott pontjában mérhető .....*áramsűrűség*..... arányos az .....*elektromos térerősséggel*.....
8. Áramjárta tekercs szomszédos menetei .....*vonzzák*..... egymást.
9. Egy  $v$  sebességgel mozgó ponttöltés homogén mágneses térben .....*kör, csavar*..... pályán mozog.
10. Egy vasmagra 100 menetű tekercset csévélték. Rátekerünk még 100 menetet. A tekercs önindukciós együtthatója .....*4*.....szerezésére változik.
11. Adott felületen átfolyó eltolási áram arányos az adott felület .....*elektromos fluxusának*..... időegységenkénti megváltozásával.
12. Maxwell az eltolási áram bevezetésével az .....*Ampère-féle gyűrtes*..... törvényt egészítette ki.