Fizika feladatok

2014. december 8.

1. Feladatok a termodinamika tárgyköréből

Hővezetés, hőterjedés sugárzással

1.1. Feladat: (HN 19A-23) Határozzuk meg egy 20 cm hosszú, 4 cm átmérőjű hengeres vörösréz rúdon időegység alatt átvezetett hőmennyiséget, ha a rúd két vége 0 ^{0}C, ill. 220 ^{0}C hőmérsékletű!
Megoldás:

1.2. Feladat: (HN 19A-25) **Órai kidolgozásra 1. feladat** Egy épület téglafalának mérete: 4 m $\times$ 10 m és, a fal 15 cm vastag. A hővezetési együtthatója $\lambda = 0,8$ W/m K. Mennyi hő áramlik át a falon 12 óra alatt, ha az átlagos belső hőmérséklet 20 ^{0}C, a külső pedig 5 ^{0}C?

Megoldás: Jelölések: a fal felülete $A = 4$ m $\times$ 10 m = 40 m^2; a falvastagság $d = 15$ cm; az eltelt idő $t = 12$ óra = 43200 s; $T_1 = 20$ ^{0}C és $T_2 = 5$ ^{0}C.
A hőáram (a belső energia árama, itt most a fal teles felületére vett teljesítmény) a Fourier-törvény szerint

$$I = P = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d} A. \tag{1.2.1}$$

A 12 óra alatt átáramlott hő

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d} A t = 1,38 \cdot 10^8 \text{J}. \tag{1.2.2}$$

1.3. Feladat: (HN 19B-33) **Órai kidolgozásra 2. feladat** Egy 3 cm élhosszúságú alumínium kockát lámpakorommal vontak be és így ideális hősugárzó lett. A kockát vákuumkamrába tették, amelynek falait 27 ^{0}C-on tartották. Milyen teljesítményű legyen az a fűtőtest, amely annyi energiát ad a kockának, hogy hőmérséklete állandóan 90 ^{0}C maradjon?

Megoldás: Jelölések, adatok: $a = 3$ cm; $T_0 = 27$ ^{0}C = 300 K; $T_1 = 90$ ^{0}C = 363 K és $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$

$W/(m^2K^4)$.
A stacionárius (időben állandó) állapot beálltakor a fűtőtest teljesítménye

$$P = \sigma(T_1^4 - T_0^4)A \tag{1.3.1}$$

ahol a kocka felszíne $A = 6a^2$. Az adatok behelyettesítése után

$$P = 2,836\text{W}. \tag{1.3.2}$$

Ideális gázok állapotegyenlete

1.4. Feladat: (HN 20B-26) **Órai kidolgozásra 3. feladat** Egy tó fenekén, ahol a hőmérséklet 4 ^{0}C, egy 0,2 cm átmérőjű légbuborék képződött. Ez 25 m-t emelkedik a felszínig, ahol a víz hőmérséklete 24 ^{0}C. Határozzuk meg a gömb alakú buborék méretét, amint éppen eléri a víz felszínét, feltételezve, hogy a buborék belsejében lévő levegő mindig felveszi a környező víz hőmérsékletét! A légköri nyomás 10^5 Pa.

Megoldás: Jelölések: $T_1 = 4\ ^0\text{C} = 277$ K; $d_1 = 0,2$ cm; $h = 25$ m; $T_2 = 24\ ^0\text{C} = 297$ K; a külső légnyomás $p_k = 10^5$ Pa; a víz sűrűsége $\varrho = 1000$ kg/m^3.
Az egyesített gáztörvény szerint

$$\frac{(p_k + \varrho g h)\frac{4}{3}(\frac{d_1}{2})^3\pi}{T_1} = \frac{p_k\frac{4}{3}(\frac{d_2}{2})^3\pi}{T_2}, \tag{1.4.1}$$

ahonnan — behelyettesítés után — a buborék átmérője

$$d_2 = 0,31\text{cm}. \tag{1.4.2}$$

1.5. Feladat: (HN 20A-29) A Nap belsejének hőmérséklete kb. $2 \cdot 10^7$ K.
(a) Határozzuk meg egy proton átlagos kinetikus energiáját a Nap belsejében!
(b) Határozzuk meg a proton négyzetes középsebességét!
Megoldás:

1.6. Feladat: (HN 20B-36) **Órai kidolgozásra 4. feladat** Milyen hőmérsékleten egyenlő az oxigén atomok négyzetes középsebessége a Föld felszínéről való szökési sebességgel?

Megoldás: Adatok: A Föld sugara $R_F = 6370$ km, tömege $M_F = 6 \cdot 10^{24}$ kg; gravitációs állandó $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2; egyetmes gázállandó $R = 8,31$ J/(mol K); az oxigén móltömege $M = 16$

g/mol.
A v_{sz} szökési sebesség

$$v_{sz} = \sqrt{\frac{2\gamma M_F}{R_F}}, \tag{1.6.1}$$

a v_{nks} négyzetes középsebesség

$$v_{nks} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \tag{1.6.2}$$

A kettő egyenlőségéből a fenti adatokkal a kérdéses hőmérséklet

$$T = 80642\mathrm{K}. \tag{1.6.3}$$

1.7. Feladat: 2 mól, 2 atomos gázzal állandó nyomáson 747,9 J hőt közlünk. A hőmérséklete 10 ^{0}C-kal változik. Hány szabadsági fokú a gáz?

Megoldás: Az állandó nyomásom vett mólhő és a szabadsági fokok száma közötti összefüggés

$$c_p = \frac{f+2}{2} R. \tag{1.7.1}$$

A közölt hő és a hőmérséklet változás között fenn áll, hogy

$$Q = c_p n \Delta T, \tag{1.7.2}$$

amelyből behelyettesítés után az állandó nyomáson vett mólhőre $c_p = \frac{9}{2}$ adódik. Innen egyszerűen leolvasható, hogy a szabadsági fokok száma

$$f = 7. \tag{1.7.3}$$

Megjegyzés: A szoba hőmérsékletű kétatomos gázok állandó nyomáson vett mólhője $c_p = \frac{7}{2}$, a szabadsági fokok száma $f = 5$, amelyek a transzlációs és rotációs mozgásokhoz kapcsolódnak. Magas hőmérsékleten ($\sim$ 2000 K) azonban a rezgéshez tartozó 2 újabb szabadsági fok jelenik meg. A mérést ezen a hőmérsékleten végezték!

1.8. Feladat: (HN 21B-12) **Órai kidolgozásra 5. feladat** Mutassuk meg, hogy egyatomos ideális gázra az izotermikus kompresszió-modulus ($K = -V \cdot dp/dV$) egyenlő a nyomással!

Megoldás: Az ideális gáz állapotegyenlete

$$pV = nRT, \tag{1.8.1}$$

ahonnan a nyomás

$$p(V) = nRT \frac{1}{V}. \tag{1.8.2}$$

A dp/dV differenciálhányadost kiszámolva

$$\frac{dp}{dV} = -nRT \frac{1}{V^2}, \tag{1.8.3}$$

az izoterm kompresszió-modulus — felhasználva az állapotegyenlet alakját —

$$K = -V \frac{dp}{dV} = VnRT \frac{1}{V^2} = p. \tag{1.8.4}$$

Körfolyamatok ideális gázzal

1.9. Feladat: (HN 21C-22) **Órai kidolgozásra 6. feladat** Kezdeti p_1, V_1, T_1 állapotjelzőkkel jellemzett egyatomos ideális gázzal a következő, három lépésből álló körfolyamatot végezzük: izotermikus expanzió V_2 térfogatig, izobár kompresszió az eredeti térfogatig és izochor melegítés a kezdeti nyomás és hőmérséklet visszaállítására.
(a) Ábrázoljuk a körfolyamatot a $p-V$ síkon!
(b) Határozzuk meg a gáz mólszámát a megadott paraméterekkel, a gázállandóval és c_v-vel kifejezve.
(c) Határozzuk meg a T_2 hőmérsékletet az izobár kompresszió végén a b) feladat eredményét felhasználva!
(d) Írjuk fel mindhárom folyamatra a hőmérséklet változását a megfelelő változók függvényében.

Megoldás:
(a) (ábra)
(b) Az ideális gáz

$$pV = nRT \tag{1.9.1}$$

állapotegyenletéből és a mólhőre érvényes

$$c_v = \frac{3}{2}R \tag{1.9.2}$$

összefüggéssel az n mólszám

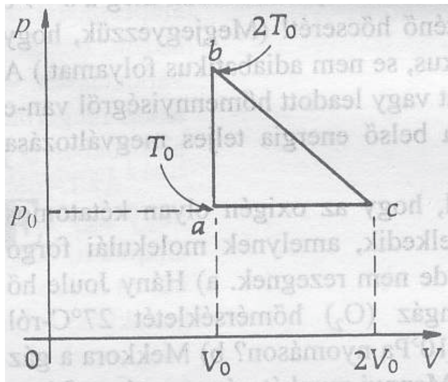
$$n = \frac{3p_1V_1}{2c_vT_1} = \frac{3p_2V_2}{2c_vT_1} = \frac{3p_2V_1}{2c_vT_2}. \tag{1.9.3}$$

(c) A fenti egyenletből a T_2 hőmérséklet

$$T_2 = \frac{V_1}{V_2}T_1. \tag{1.9.4}$$

(d) Az első folyamatban $\Delta T = 0$; a másodikban $\Delta T = T_2 - T_1 = (\frac{V_1}{V_2} - 1)T_1$; míg a harmadikban $\Delta T = T_1 - T_2 = (1 - \frac{V_1}{V_2})T_1$.

1.10. Feladat: (HN 21C-26) **Órai kidolgozásra 7. feladat** Két mól egyatomos gázzal a 1. ábrán látható abca körfolyamatot végezzük. A $p-V$ síkon mindhárom folyamat ábrája egyenes. Az a pontban a paraméterek: p_0, V_0, T_0. Az alábbi feladatokat oldjuk meg RT_0 függvényében.
(a) Határozzuk meg egy teljes ciklus alatt végzett munkát.
(b) Határozzuk meg a $b \to c$ folyamat során történő hőcserét! A rendszer által felvett vagy leadott hőmennyiségről van-e szó?
(c) Mekkora a belső energia teljes megváltozása egy ciklus során?



1. ábra.

Megoldás: Az egyesített gáztörvény alkalmazásával az egyes pontokban az állapothatározók:
a: (p_0, V_0, T_0)
b: $(2p_0, V_0, 2T_0)$
c: $(p_0, 2V_0, 2T_0)$
(a) A körfolyamatban végzett munka

$$W = \frac{1}{2}(2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{2}p_0V_0 = \frac{1}{2}nRT_0. \tag{1.10.1}$$

(b) A $b \to c$ folyamat kezdő és végállapotában a hőmérséklet egyaránt T_2, de ettől a folyamat maga nem izotermikus. Ugyanakkor a belső energia megváltozása zérus. A gáz által végzett munka

$$W_{b\to c} = \frac{1}{2}(2p_0 + p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{3}{2}p_0V_0 = \frac{3}{2}nRT_0, \tag{1.10.2}$$

s ennek megfelelően a felvett hő

$$Q_{b\to c} = \frac{3}{2}nRT_0. \tag{1.10.3}$$

Megjegyzés: E folyamat további diszkusszióra érdemes!
(c) A körfolyamat egy teljes ciklusában a belső energia megváltozása zérus.

1.11. Feladat: (HN 22A-5) **Órai kidolgozásra 8. feladat** Egy hőerőgép, amelynek a Carnot-hatásfoka 30%, a 400 K hőmérsékletű hőtartályból vesz fel hőt. Határozzuk meg a hidegebb hőtartály hőmérsékletét!

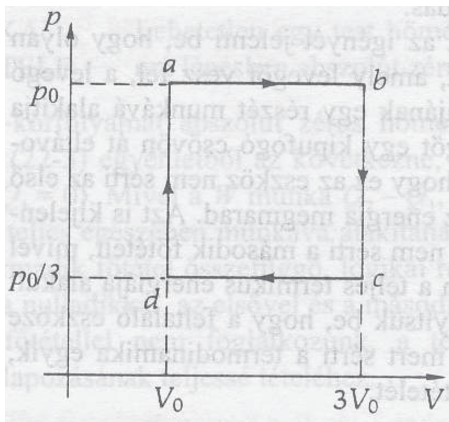
Megoldás: A Carnot-körfolyamat hatásfoka

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{1.11.1}$$

ahol T_1 a felső, T_2 az alsó hőtartály hőmérséklete. Innen

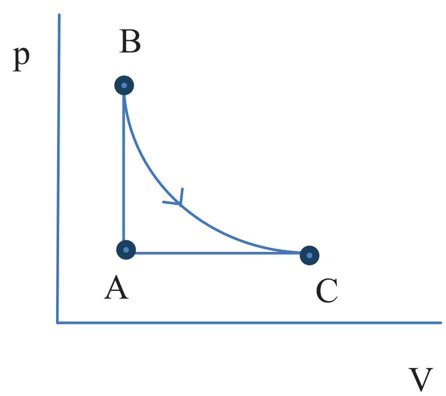
$$T_2 = (1 - \eta)T_1 = 280\text{K}. \tag{1.11.2}$$

1.12. Feladat: (HN 22B-23) Egyatomos ideális gázzal a 2. ábrán látható, a $\to b \to c \to d \to a$ körfolyamatot végezzük.
(a) Határozzuk meg a gáz által végzett eredő munkát p_0 és V_0 segítségével!
(b) Határozzuk meg a körfolyamat hatásfokát! Megoldás:



2. ábra.

1.13. Feladat: A 3. ábra 1 kmol héliumgázon végzett körfolyamatot mutat. A BC ív izotermát jelöl, $p_A = 10^5$ Pa, V_A =22,4 m^3, $p_B = 2 \cdot 10^5$ Pa. a, Határozzuk meg T_A, T_B és V_C értékeit! b, Számítsuk ki a körfolyamatban az AB és BC folyamatban végzett munkát!



3. ábra.

Megoldás: a, Az ideális gáz állapotegyenletét

$$p_A V_A = nRT_A \tag{1.13.1}$$

felhasználva az A-beli hőmérséklet

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 269,6\,\mathrm{K}. \tag{1.13.2}$$

A B-beli hőmérsékletet Gay-Lussac II. törvénye

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \tag{1.13.3}$$

segítségével határozhatjuk meg. Innen

$$T_B = T_A \frac{p_B}{p_A} = 539,2\,\mathrm{K}. \tag{1.13.4}$$

Mivel a $B \longrightarrow C$ folyamat izoterm, így

$$T_C = T_B = 539,2\,\mathrm{K}. \tag{1.13.5}$$

A C-beli térfogatot pl. Gay-Lussac I. törvénye

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_C}{T_C} \tag{1.13.6}$$

segítségével határozhatjuk meg. Innen

$$V_C = V_A \frac{T_C}{T_A} = 44,8\,\mathrm{m}^3. \tag{1.13.7}$$

b, Mivel az $A \longrightarrow B$ folyamatban nincs térfogatváltozás, így a végzett munka is zérus:

$$W_{A \longrightarrow B} = 0. \tag{1.13.8}$$

A $B \longrightarrow C$ izoterm folyamatban a gáz által végzett munka

$$W = \int_{V_B}^{V_C} p(V)\mathrm{d}V = \int_{V_B}^{V_C} \frac{nRT_B}{V}\mathrm{d}V = nRT_B \ln\frac{V_C}{V_B} = 3,1 \cdot 10^6\,\mathrm{J}. \tag{1.13.9}$$

1.14. Feladat: 1 m^3, 0 C^0-os 10^5 Pa nyomású héliumot állandó nyomáson addig hűtenek, amíg térfogata 0,75 m^3 nem lesz. Mennyi hőt kell ehhez elvonni?

Megoldás: Jelölések: $V_1 = 1$ m^3, $T_1 = 0$ C^0 = 273 K, $p_1 = p_2 = 10^5$ Pa és $V_2 = 0,75$ m^3. Mivel egyatomos gázról van szó, az állandó nyomáson vett mólhő $c_p = \frac{5}{2}R$. A folyamat állandó nyomáson történik, így

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \tag{1.14.1}$$

amelyből a hűtés utáni hőmérséklet

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 204,75\,\mathrm{K}. \tag{1.14.2}$$

A elvont hő kiszámolásához tudni kell, hány mól hélium van rendszerben. Ez a

$$pV = nRT \tag{1.14.3}$$

összefüggésből tehető meg, azaz

$$n = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = 44,08\,\text{mol}. \tag{1.14.4}$$

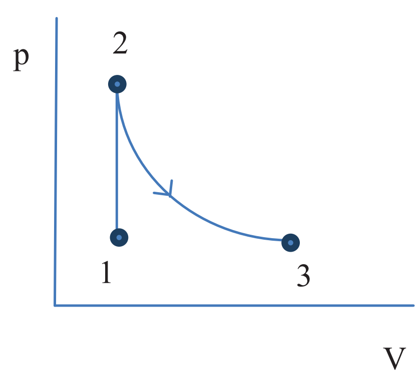
Ezzel a közölt hő

$$Q = c_p n(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} R n(T_2 - T_1) = -62500\,\text{J}. \tag{1.14.5}$$

Megjegyzés: A negatív előjel arra utal, hogy hőelvonás történik.

1.15. Feladat: Tekintsünk $n = 2$ mólnyi egyatomos ideális gázt: $p_1 = 10^5$ Pa, $T_1 = 273$ K. A gázzal $Q = 6806$ J hőt közlünk, állandó térfogat mellett, majd izoterm módon tágulni engedjük úgy, hogy a végső térfogat háromszorosa legyen a kiindulási térfogatnak.
(a) Ábrázolja a folyamatot állapotdiagramon!
(b) Mennyi lesz a hőközlés utáni hőmérséklet?
(c) Mekkora lesz a nyomás a folyamat végén?
(d) Mekkora az entrópia-változás a két folyamatban?

Megoldás:
(a) Az állapotdiagram a 4. ábrán látható.



4. ábra.

(b) A közölt hő és a hőmérséklet változás közötti összefüggés

$$Q = c_v n \Delta T, \tag{1.15.1}$$

ahol $c_v = \frac{3}{2}nR$. Innen a hőközlés utáni hőmérséklet

$$\Delta T = \frac{Q}{c_v n} = \frac{Q}{\frac{3}{2}nR} = 273\,\text{K}. \tag{1.15.2}$$

Így az állandó nyomású hőközlés utáni hőmérséklet

$$T_2 = 546\,\mathrm{K}. \tag{1.15.3}$$

(c) Az állandó térfogaton végzett hőközlés során kialakuló p_2 nyomás a

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \tag{1.15.4}$$

összefüggésből

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}. \tag{1.15.5}$$

A térfogatváltozás miatti nyomás – figyelembe véve, hogy $V_1 = V_2$ és $V_3 = 3V_1$ – a Boyle-Mariotte törvény szerint a

$$p_2 V_2 = p_3 V_3 \tag{1.15.6}$$

összefüggésből

$$p_3 = \frac{V_2}{V_3} p_2 = 0,667 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}. \tag{1.15.7}$$

(d) Az izochor ($1 \longrightarrow 2$) folyamatbeli S_1 entrópiaváltozás a

$$S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v n \mathrm{d}T}{T} = \frac{3}{2} nR \ln\frac{T_2}{T_1} = 17,28\,\mathrm{J/K}. \tag{1.15.8}$$

Az izoterm ($2 \longrightarrow 3$) folyamatban a gáz belsőenergia változása, a felvett hő a tágulási munkára fordítódik. Így a felvett hő

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_2}{V}\mathrm{d}V = nRT_2 \ln\frac{V_2}{V_1} = 9969,4\,\mathrm{J}. \tag{1.15.9}$$

Az izoterm S_2 entrópiaváltozás

$$S_2 = \frac{Q}{T_2} = 18,26\,\mathrm{J/K}. \tag{1.15.10}$$

Az össz entrópiaváltozás: 35,54 J/K.

1.16. Feladat: 8 g tömegű, 5 l térfogatú, 27 ^{0}C hőmérsékletű N_2 gázt (M = 28 g) adiabatikusan kiterjesztünk 50 liter térfogatra. Mennyi hőmennyiséget kell ezen a térfogaton a gázzal közölni, hogy hőmérséklete újra 27 ^{0}C legyen?

Megoldás: Jelölések: $m = 8$ g, $V_1 = 5$ l, $T_1 = 27^0\mathrm{C} = 300$ K és $V_2 = 50$ l. Mivel kétatomos szoba hőmérsékletű gázról van szó, ezért a mólhők $c_p = \frac{7}{2}R$, $c_v = \frac{5}{2}R$, így $\kappa = c_p/c_v = \frac{7}{5}$. Elsőként az adiabatikus folyamat végi hőmérsékletet határozzuk meg a $TV^{\kappa-1} = const$. összefüggés alapján

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}. \tag{1.16.1}$$

Behelyettesítés után

$$T_2 = 119,43\,\mathrm{K}. \tag{1.16.2}$$

A 8 g nitrogén gáz n = 0,2857 molnak felel meg, így az állandó térfogaton történő visszamelegítéshez szükséges hő

$$Q = c_v n \Delta T = \frac{5}{2} R n (T_1 - T_2) = 1071,8\,\mathrm{J}. \tag{1.16.3}$$

Hőátadás

1.17. Feladat: A c_1 fajhőjű, m_1 tömegű, T_1 hőmérsékletű pohárba c_2 fajhőjű, m_2 tömegű, T_2 hőmérsékletű sört öntünk. ($c_1 = 670$ J/kgK, $T_1 = 37\ ^0$C, $m_1 = 0,3$ kg, $c_2 = 4000$ J/kgK, $T_2 = 8\ ^0$C, $m_2 = 0,5$ kg)
(a) Mekkora lesz a közös hőmérséklet?
(b) Mennyi az átadott hő?
(c) Mekkora a hőáram, ha $\Delta t = 5$ s alatt áll be az egyensúly?
(d) Mekkora a teljes entrópia változás?

Megoldás:
(a) Az energiamegmaradás kifejezhető úgy, hogy a belső energiákat a $T_0 = 0\ ^0$C-hoz viszonyítjuk:

$$c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2 = (c_1 m_1 + c_2 m_2) T, \tag{1.17.1}$$

ahol T a közös hőmérséklet. Innen

$$T = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} = 10,64\,^0\mathrm{C} = 283,64\,\mathrm{K}. \tag{1.17.2}$$

(b) Az átadott hő nagysága

$$\Delta Q = c_1 m_1 (T_1 - T) = 5298\,\mathrm{J}. \tag{1.17.3}$$

(c) A hőáram

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 1059,6\,\mathrm{W}. \tag{1.17.4}$$

(d) A teljes entrópiaváltozás

$$S = \int_{T_1}^{T} c_1 m_1 \frac{\mathrm{d}T}{T} + \int_{T_2}^{T} c_2 m_2 \frac{\mathrm{d}T}{T} = c_1 m_1 \ln\frac{T}{T_1} + c_2 m_2 \ln\frac{T}{T_2} \tag{1.17.5}$$

$$= (-17,86 + 18,70)\,\mathrm{J/K} = 0,84\,\mathrm{J/K}.^{*} \tag{1.17.6}$$

**Emlékeztető:* A hőmérsékletet kelvinben kell behelyettesíteni.

1.18. Feladat: $m = 1$ kg tömegű, $T_1 = 273$ K hőmérsékletű vizet $T_2 = 300$ K hőmérsékletű végtelen hőkapacitású hőtartállyal hozunk kapcsolatba. (A víz fajhője: 4,18 kJ/kg.) Mennyi a rendszer teljes entrópiájának megváltozása?

Megoldás: A víz és a hőtartály által cserélt hő nagysága

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} c_v m \, \mathrm{d}T = c_v m (T_2 - T_1), \tag{1.18.1}$$

amely pozitív a vízre, negatív a hőtartályra nézve. A víz S_1 entrópiaváltozása – figyelembe véve, hogy a hőfelvétel a víz esetén nem állandó hőmérsékleten történik –

$$S_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v m \frac{\mathrm{d}T}{T} = c_v m \ln \frac{T_2}{T_1} = 394,2\,\mathrm{J/K}. \tag{1.18.2}$$

A hőtartály végtelen hőkapacitású, ami azt jelenti, hogy T_2 hőmérséklete nem változik, azaz a hőtártály S_2 entrópiaváltozása egyszerűen

$$S_2 = -\frac{Q}{T_2} = -376,2\,\mathrm{J/K}. \tag{1.18.3}$$

Azaz az össz entrópiaváltozás: 18 J/K.

1.19. Feladat: (HN 23B-9) Igazoljuk, hogy n mól ideális gáz V_0 kezdeti térfogatról $2V_0$ végső térfogatra való izobár tágulásakor a gáz entrópiaváltozása $nR[\kappa/(\kappa-1)]$ ln 2 !

Megoldás: A folyamat során felvett elemi hő

$$\mathrm{d}Q = n c_p \mathrm{d}T, \tag{1.19.1}$$

így az entrópiaváltozás

$$\triangle S = \int \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} n c_p \frac{\mathrm{d}T}{T} = n c_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \tag{1.19.2}$$

ahol T_1 a kezdeti, T_2 a végső hőmérséklet. Felhasználva Gay-Lussac I. törvényét

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_k}, \tag{1.19.3}$$

ahol most $V_1 = V_0$ a kezdeti, $V_2 = 2V_0$ a végső térfogat, az entrópiaváltozás

$$\triangle S = n c_p \ln \frac{V_2}{V_1} = n c_p \ln 2. \tag{1.19.4}$$

Most már csak az kell belátni, hogy

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} R = \frac{\frac{c_p}{c_v}}{\frac{c_p}{c_v} - 1} R = c_p. \tag{1.19.5}$$

Így az állítást igazoltuk.

1.20. Feladat: (HN 23C-17) Igazoljuk, hogy az egyatomos ideális gáz izochor állapotváltozása során az entrópiaváltozás 3/2 nR ln (p_v/p_k), ahol p_k a kezdeti, p_v a végső nyomás!

Megoldás: Mivel egyatomos gázról van szó, az állandó térfogaton vett mólhő

$$c_v = \frac{3}{2}R. \tag{1.20.1}$$

A folyamat során felvett elemi hő

$$\mathrm{d}Q = nc_v\mathrm{d}T, \tag{1.20.2}$$

így az entrópiaváltozás

$$\triangle S = \int \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \int_{T_k}^{T_v} \frac{3}{2}nR\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{3}{2}nR\ln\frac{T_v}{T_k}, \tag{1.20.3}$$

ahol T_k a kezdeti, T_v a végső hőmérséklet. Felhasználva Gay-Lussac II. törvényét

$$\frac{T_v}{T_k} = \frac{p_v}{p_k}, \tag{1.20.4}$$

az entrópiaváltozás

$$\triangle S = \frac{3}{2}nR\ln\frac{p_v}{p_k}. \tag{1.20.5}$$