

### Kauzalitás és a Krámers-Kronig egyenletek. EMH terjedése és visszaverődése

**A22.)**

Tekintsünk egy, a „z” tengely mentén haladó,  $\Psi_0(z, t)$  (Gauss függvény alakú) lokalizált hullámcsomagot. A közeg, amelyben a hullám halad olyan, hogy az  $\omega(k)$  ún. diszperziós reláció nem lineáris. Ez a következő „inverz” alakban adható meg.

$$k(\omega) = k_0 + k_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2$$

A szóban forgó hullámcsomag  $\Delta z$  (félérték) szélessége időben növekedni fog. Azt szoktuk erre szemléletesen mondani, hogy a hullámcsomag „szétfolyik”. Innen ered a „diszperzió” (latin: szétszóródás) elnevezés. Ennek a jelenségnek a jellemzésére azt a  $\Delta t$  időt válsztjuk, amely alatt a hullámcsomag  $\Delta z$  szélessége megduplázódik. A feladat, ennek a  $\Delta t$  időnek a **közelítő meghatározása**, a fent megadott  $k(\omega)$  esetén!

Válasszunk ki három, egymástól azonos „távolságra” lévő,  $\omega_A < \omega_0 < \omega_B$  frekvencia értéket. Legyen  $C_r(\omega)$  az  $\omega_r$  környezetére lokalizált spektrum (Fourier transzformált), ahol  $r = 0, A, B$ . (Ezek szintén Gauss alakú függvények legyenek/lesznek) Valamint legyen jó közelítéssel igaz, hogy

$$C_0(\omega) \approx C_A(\omega) + C_B(\omega)!$$

Ez azt (is) jelenti, hogy a szóban forgó hullámcsomagra jó közelítéssel érvényes, hogy

$$\Psi_0(z, t) \approx \Psi_A(z, t) + \Psi_B(z, t).$$

Mármost a  $\Psi_0(z, t)$  hullámcsomag szétfolyását (**ebben a közelítésben**) felfoghatjuk úgy, mint annak a következménye, hogy a  $\Psi_A(z, t)$  és  $\Psi_B(z, t)$  diszperzió mentesnek tekintett hullámcsomagok különböző csoportsebességgel mozognak.

a.) Rajzolja fel az  $\omega(k)$  függvényt!

b.) Rajzolja fel a  $\Psi_0(z, t_1) \approx \Psi_A(z, t_1) + \Psi_B(z, t_1)$  és  $\Psi_0(z, t_2) \approx \Psi_A(z, t_2) + \Psi_B(z, t_2)$  függvényeket.

c.) Legyen  $t_2 - t_1 = \Delta t$ . Az elmondott **közelítésben** határozza meg a  $\Delta t$ -t.

d.) Egy optikai szálban  $k_2 = 20 \text{ ps}^2 / \text{km}$  ( $\text{ps} = \text{pikoszekundum}$ ). Egy Gauss impulzus szélessége kezdetben  $10 \text{ ps}$ . Mekkora lesz az impulzus szélessége  $15 \text{ km}$  megtétele után?

**A23.)**

Adott egy, nagyon nagy, az (x,y) síkkal párhuzamos, „a” vastagságú fémlemez. A fémlemez két felülete a  $z = \pm a/2$  helyen van. A lemezre, a „-z” irányból, merőleges beeséssel,  $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$  linárisan polarizált elektromágneses hullám (EMH) érkezik. A fémlemez elektromágneses anyagjellemzői:  $\{\epsilon, \mu, \sigma\}$ .

- Írja fel a  $\vec{B}$ -t meghatározó hullámegyenletet az elektromosan vezető fém belsejében!
- A határfeltételek ismeretében határozza meg a  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  függvényt a fém belsejében!
- Határozza meg a fémlapban indukálódott  $\vec{j}(\vec{r}, t)$  áramsűrűséget!
- Határozza meg a fémlap egységnyi felületű darabjában disszipálódó ( $\text{W/m}^2$ ) átlag teljesítményt !

**A24.)**

Adott egy, nagyon nagy, az  $(x,y)$  síkkal párhuzamos, „ $a$ ” vastagságú szigetelő ( $\sigma = 0$ ) (dielektrikum) lemez. A dielektrikum elektromágneses anyagjellemzői  $\{\epsilon, \mu\}$ . A lemez két felülete a  $z = \pm a/2$  helyen van. A lemezre, a „ $-z$ ” irányból, merőleges beeséssel, lineárisan polarizált elektromágneses hullám (EMH) érkezik.

Határozza meg a lemez reflexiós tényezőjét!

---

<b>ELEKTRODINAMIKA 2</b>	<b>B) HF 08.</b>
--------------------------	------------------

**B15.)**

Kramers-Kronig relációk 1 (KÉSŐBB!!)

---

**B16.)**

Kramers-Kronig relációk 2 (KÉSŐBB!!)

---