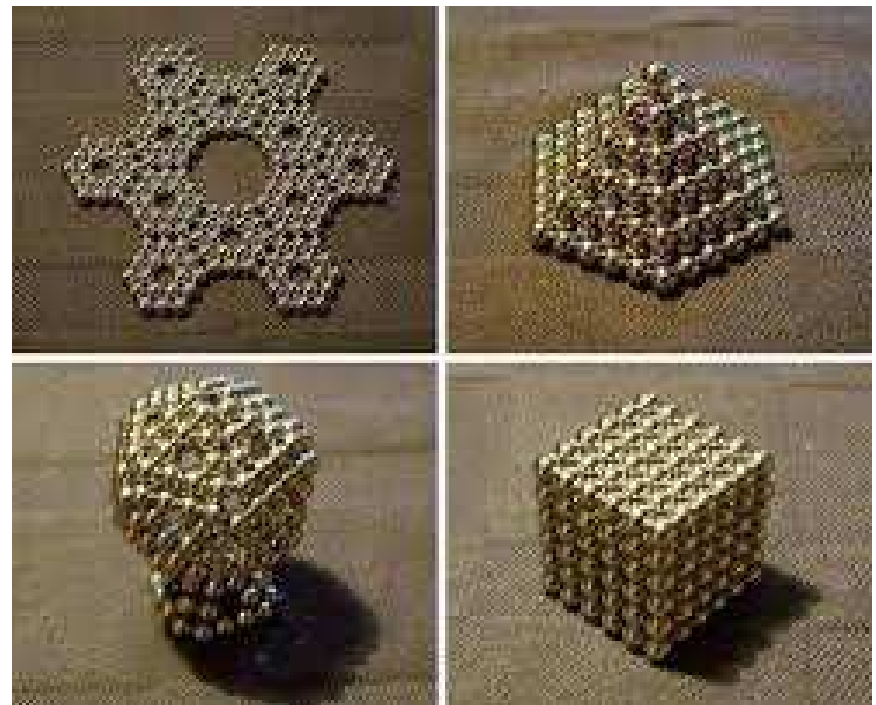


Fizika 112

10. és 11. Előadás



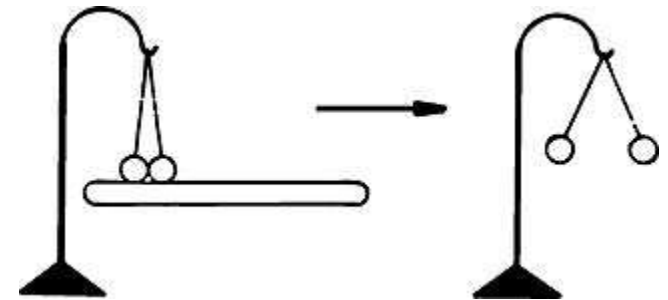
Dörzselektromosság I.

üvegrudat bőrrel dörzsölve...

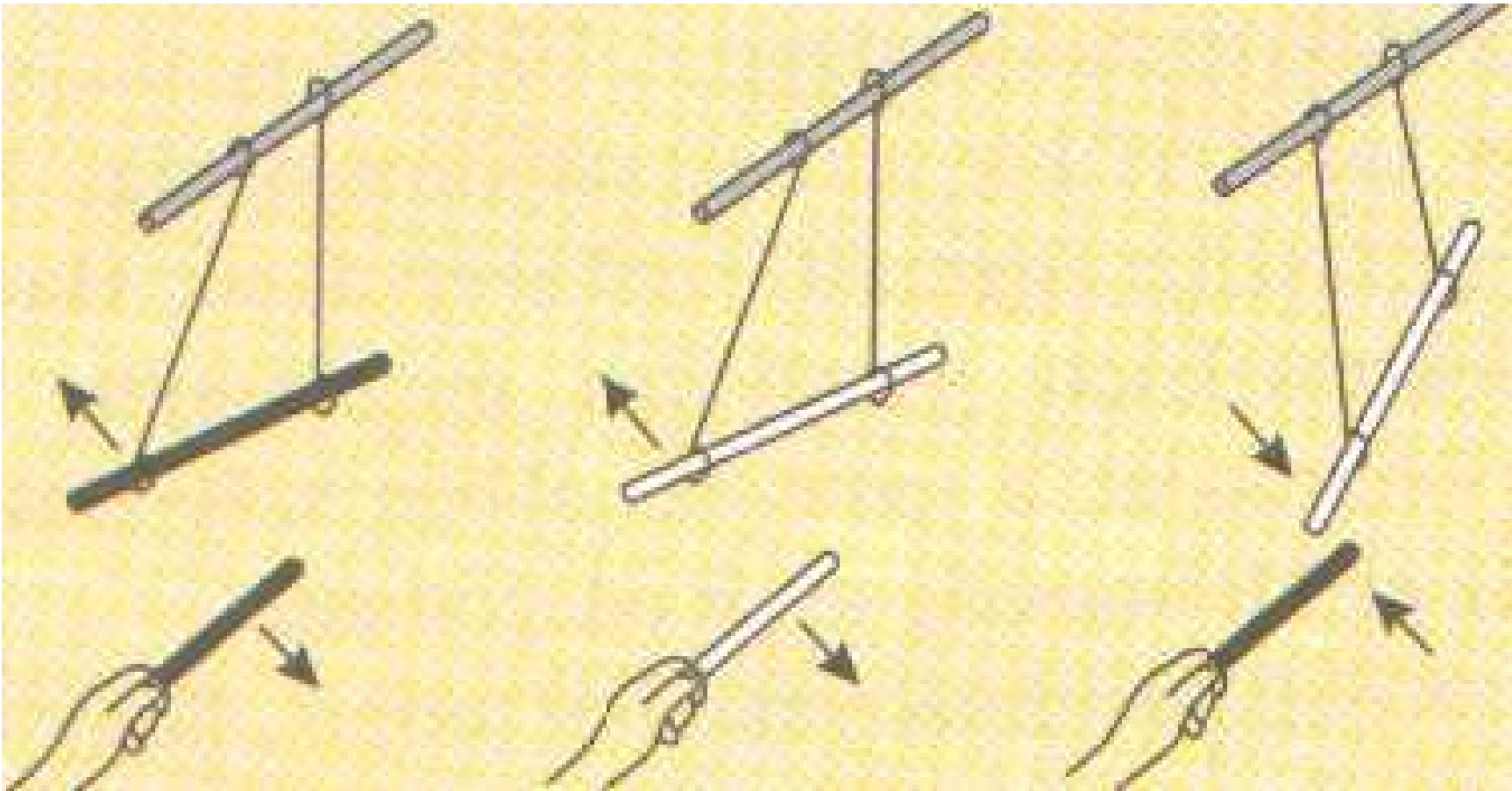


Kísérlet !!!

Megállapodás: az üvegrúd pozitív



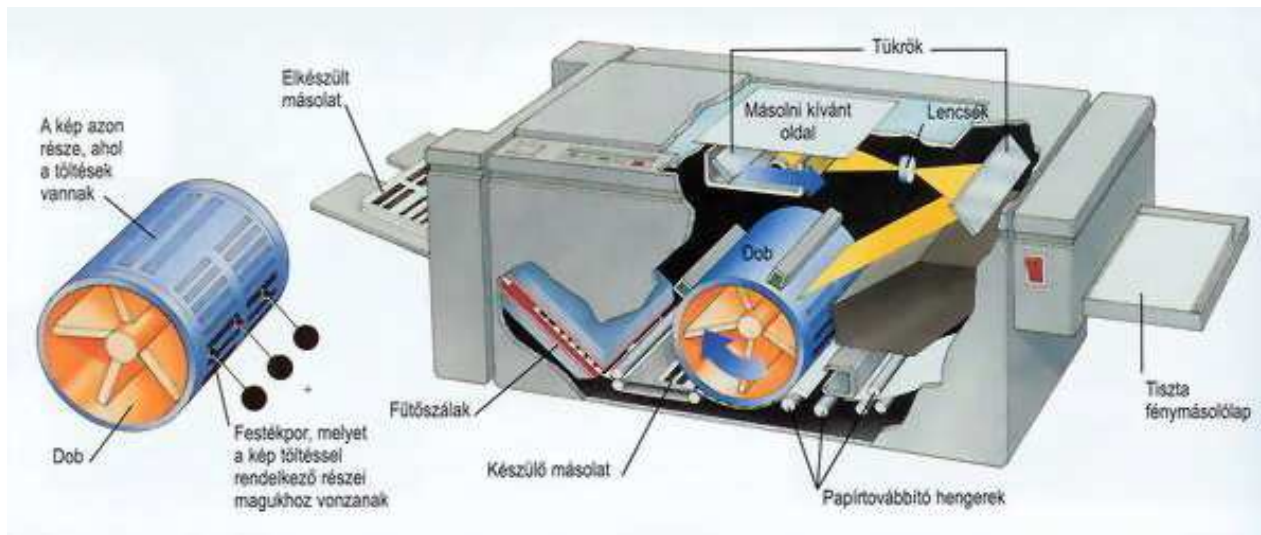
Dörzselektromosság II.



A fénymásoló

Selényi Pál: az első fénymásoló 1928-ban (eljárás képek elektromos rögzítésére).
1935-ben publikálta eredményeit.

1938-ban Chester F. Carlson Amerikában szabadalmaztatja az első félautomata Xerox gépet.



Selényi Pál
1884 - 1954

Működése: Az eredeti dokumentum képét egy elektrosztatikusan feltöltött félvezetőréteggel bevont hengerre, vagy szalagra vetítik. Ahol a réteget elegendő fény éri, elveszti a töltöttségét. A finom porként adagolt festék az elektrosztatikusan feltöltött részekhez tapad, amit, a továbbfordulás során a másolópapírra továbbít. A papírra került festékpórt magas hőmérsékleten „beleégetik” a papírba. (Wikipedia)

Coulomb törvény I.

Két töltött, pontszerű részecske közötti elektrosztatikus erőhatás nagysága a közöttük lévő távolság négyzetével fordítva arányos.

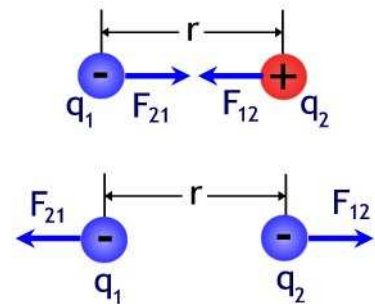
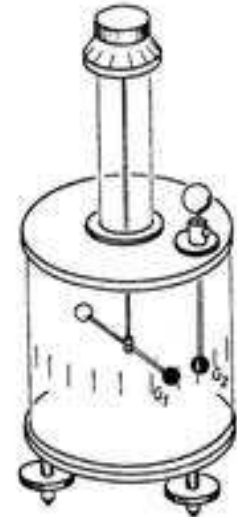
Az elektrosztatikus erők esetében is érvényes a kölcsönhatás törvénye (erő-ellenerő).

A töltött részecskék közötti erőhatás a két pontszerű töltés nagyságának szorzatával arányos.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Töltés egysége: C (Coulomb)

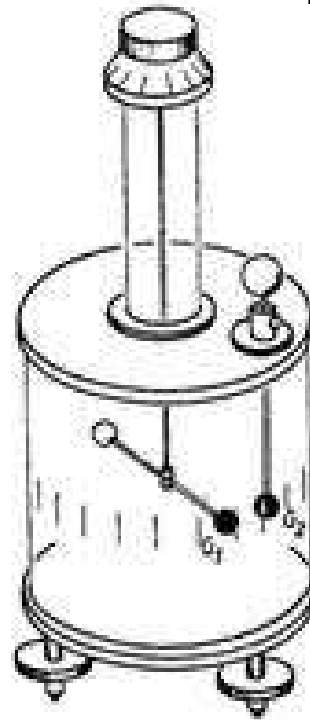
ahol: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ és ϵ_0 a vákuum permittivitása : $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$
 $\left(k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right)$



Torziós mérleg



Charles Augustin
Coulomb
1736 - 1806



Forgatónyomaték

$$M = k\varphi$$

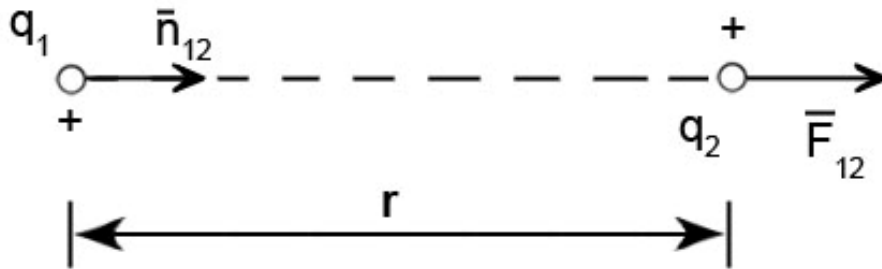
Torziós
állandó

Elfordulás
(csavarodás)
szöge

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

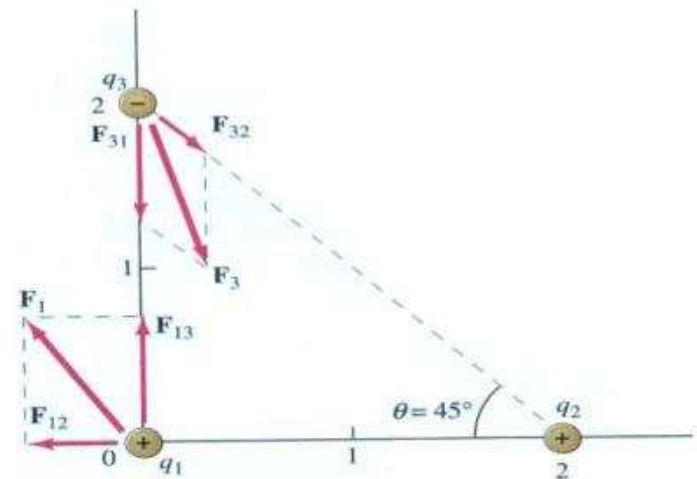
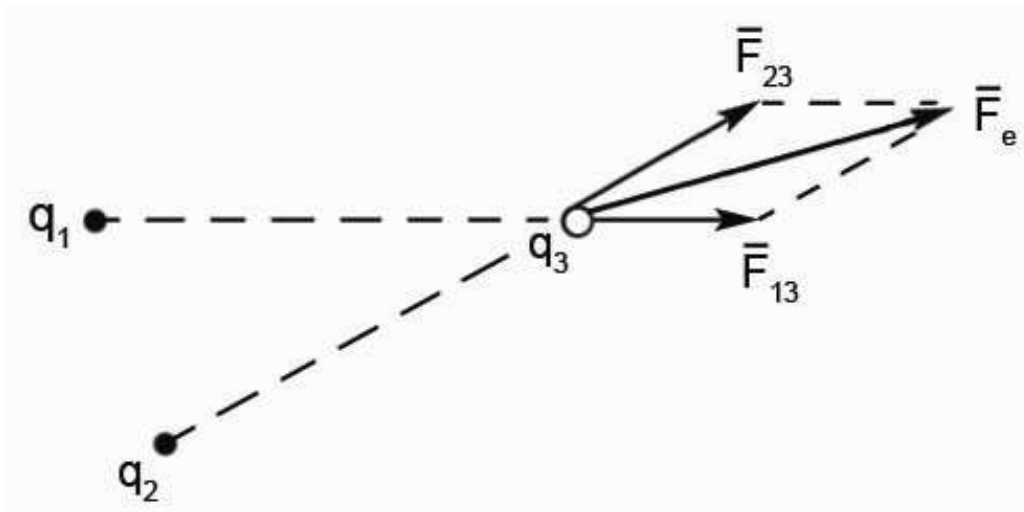
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Coulomb törvény II.



$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{n}_{12}$$

Szuperpozíció



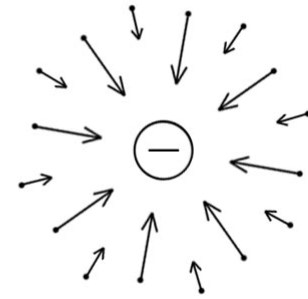
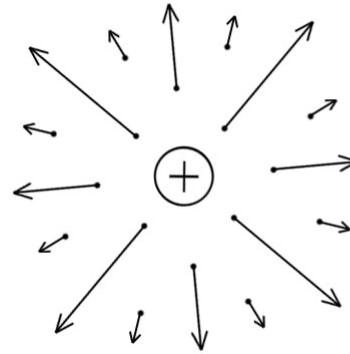
Elektromos erőtér

$$\vec{F} = k \frac{Q}{r^2} \vec{n} * q$$

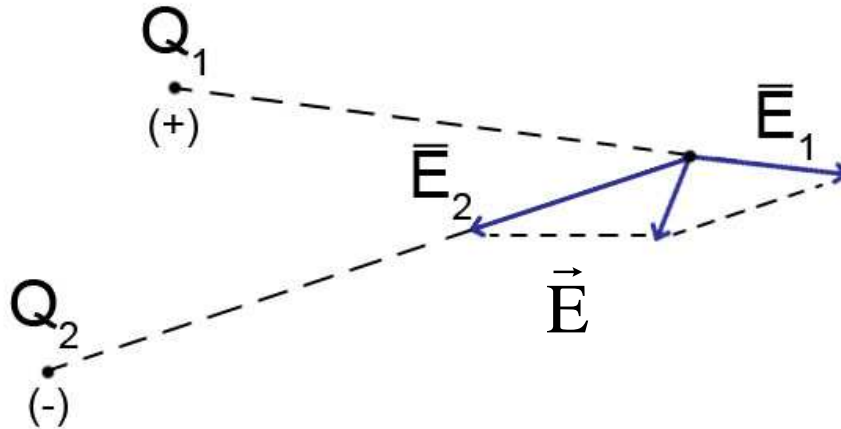
$$\vec{F} = \vec{E}q$$

Ponttöltés elektromos
erőtere:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \vec{n}$$

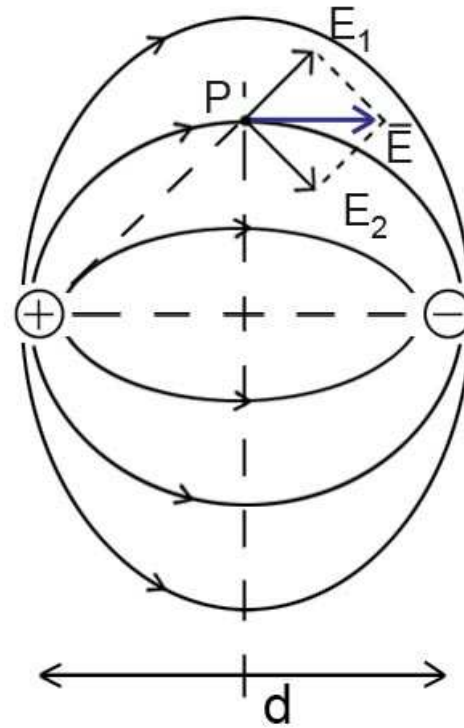
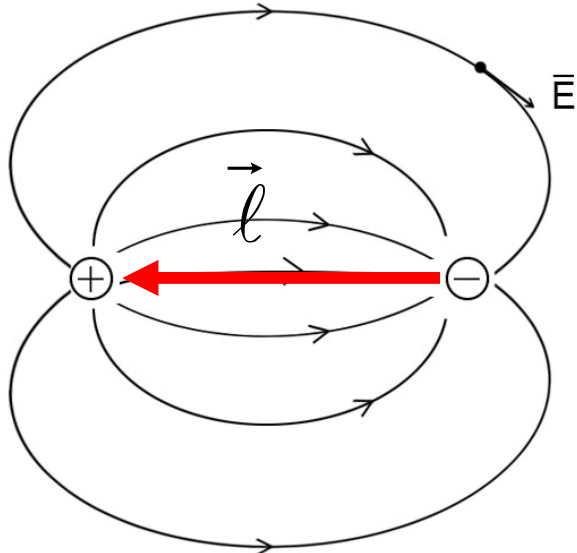


Szuperpozíció:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

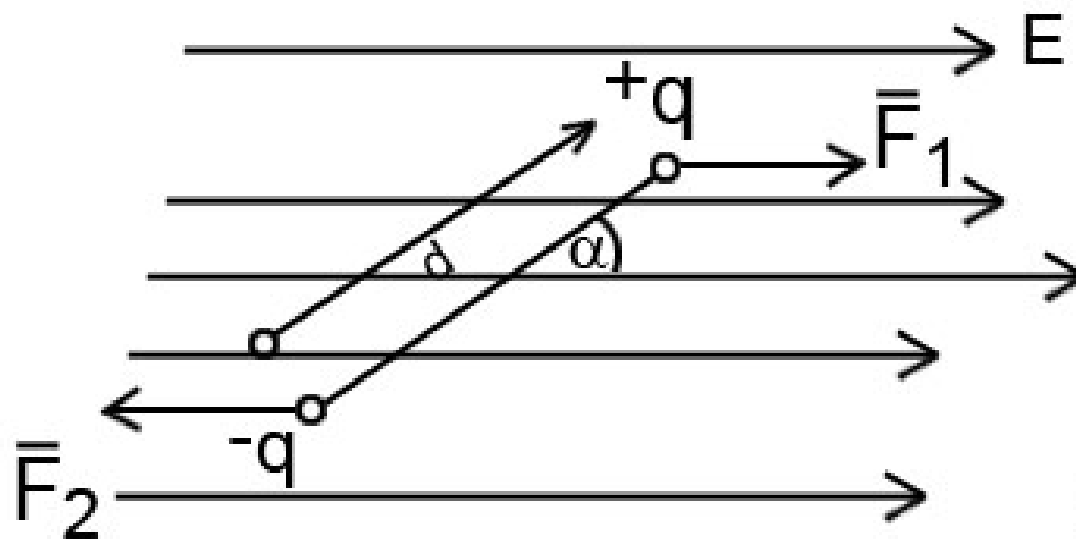
Elektromos dipól



Elektromos dipólmomentum:

$$\vec{p} = q\vec{\ell}$$

Dipólra ható forgatónyomaték:



$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F = qE$$

$$M = 2 \cdot \frac{d}{2} \sin \alpha \cdot qE$$

$$M = dqE \sin \alpha = pE \sin \alpha$$



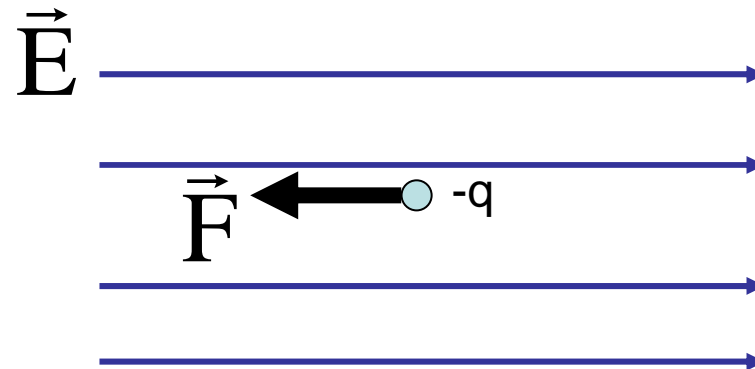
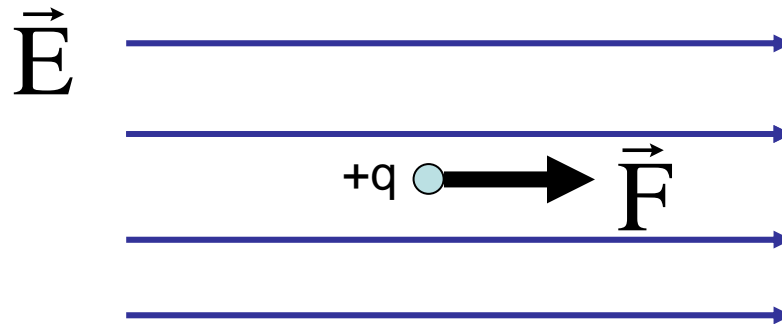
$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$



Töltött részecske elektromos erőterben

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

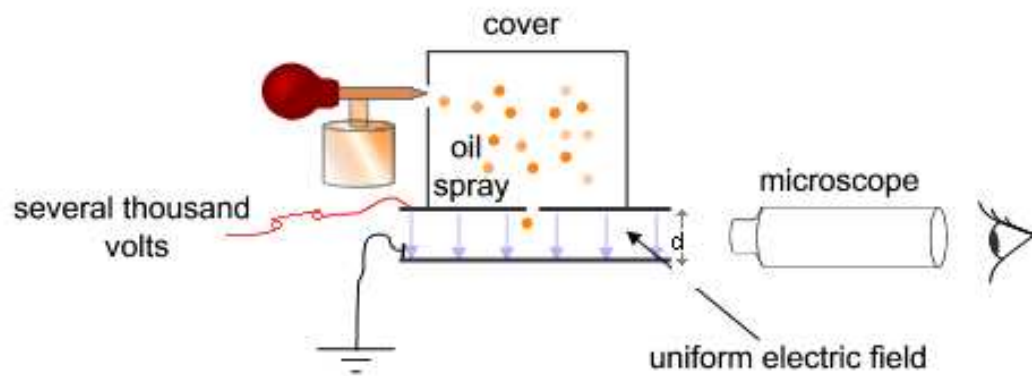
$$\vec{F} = q\vec{E}$$



Az elektron töltése

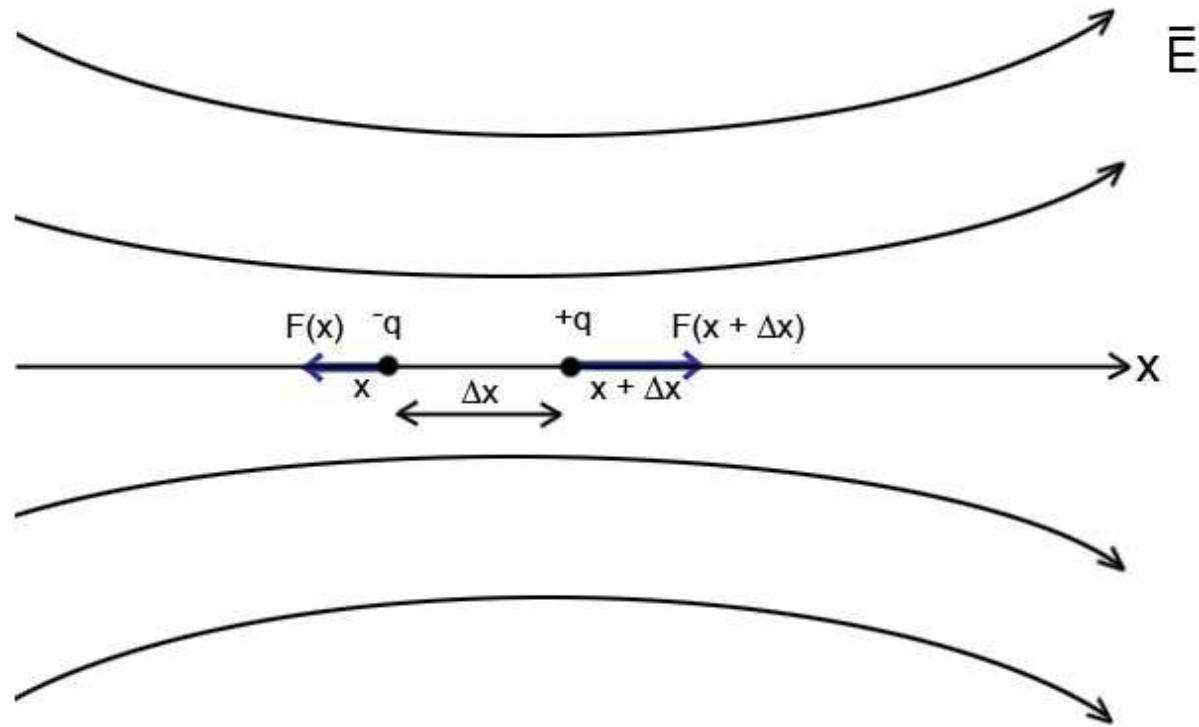
Millikan (1910)

$$q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



”boltban kapható”

Elektromos dipól inhomogén erőtérben



$$F = q[E(x + \Delta x) - E(x)]$$

$$F = q \frac{dE}{dx} \Delta x = \frac{dE}{dx} p$$

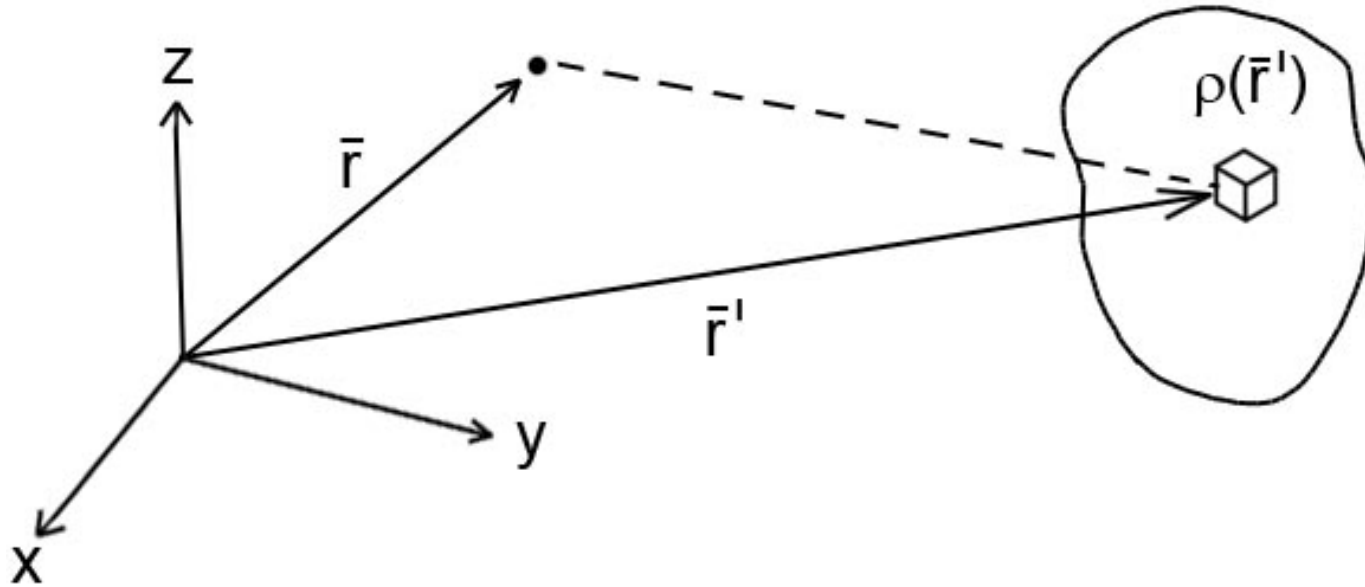
Töltéssűrűség

lineáris: $\lambda = \frac{q}{l} \left(\text{ill. } \lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \right)$

felületi: $\sigma = \frac{q}{A} \left(\text{ill. } \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta A} \right)$

térfogati: $\rho = \frac{q}{V} \left(\text{ill. } \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \right)$

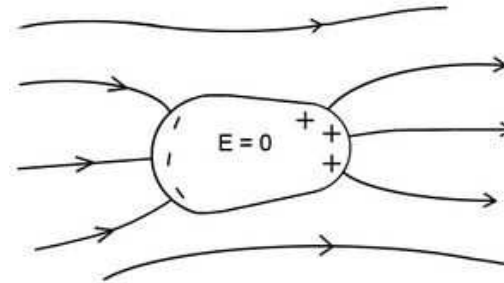
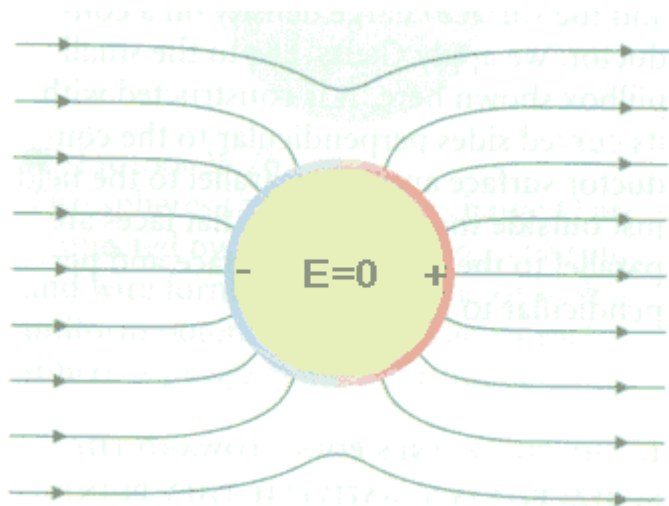
Példa



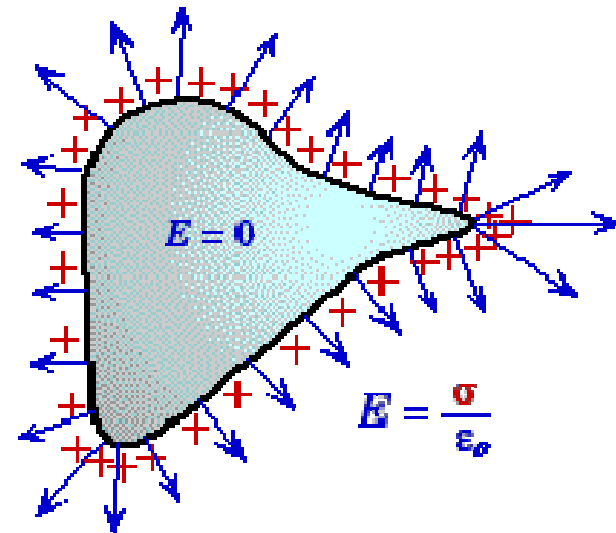
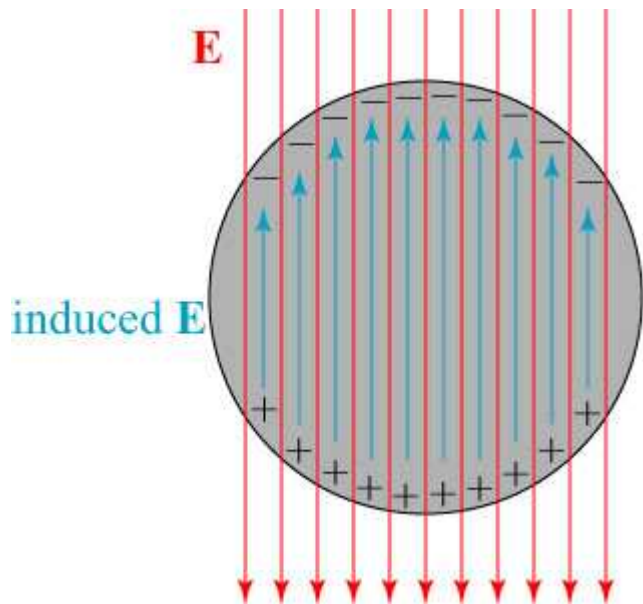
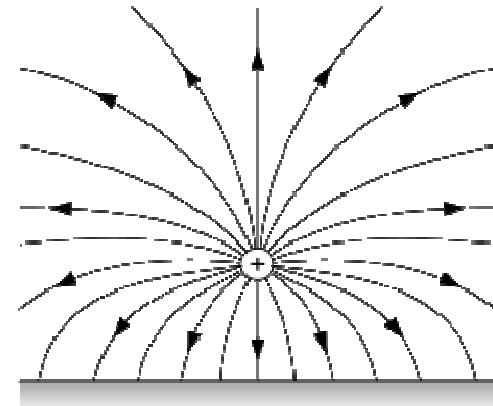
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_V k \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \vec{n} dV$$

ahol:
$$\vec{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

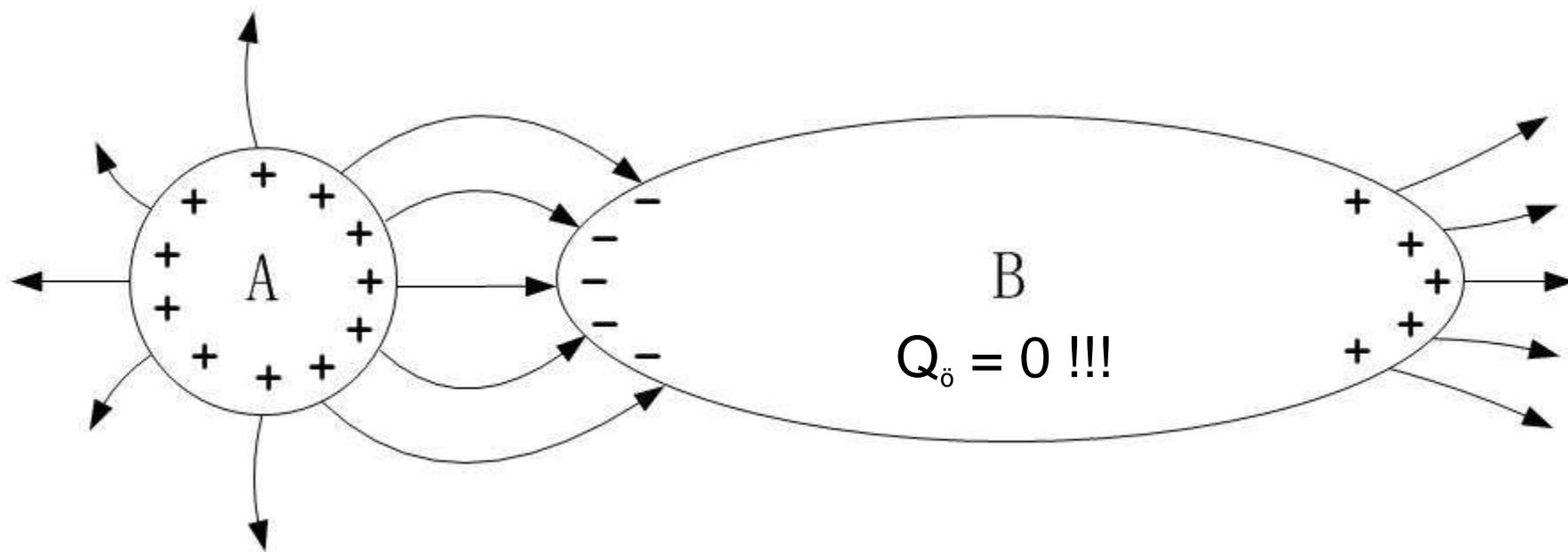
Vezető elektromos térben



Tükörtöltés!

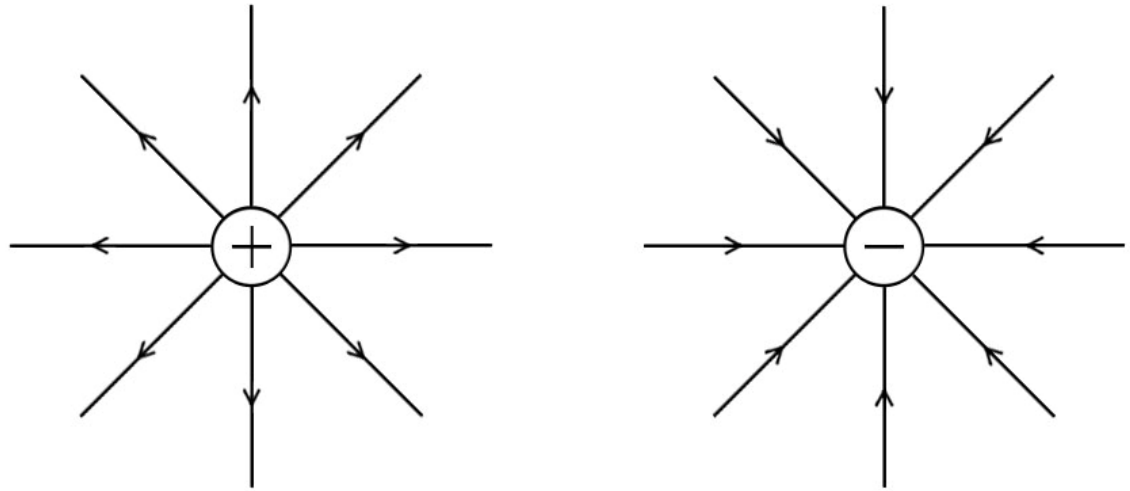


Elektromos megosztás



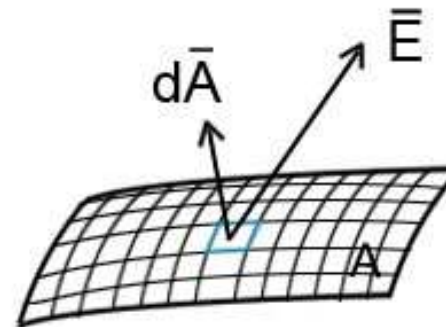
Az elektromos fluxus

Elektromos erővonalak
(erővonalak)
már használtuk



$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(\vec{r}) d\vec{A}$$

a felületen

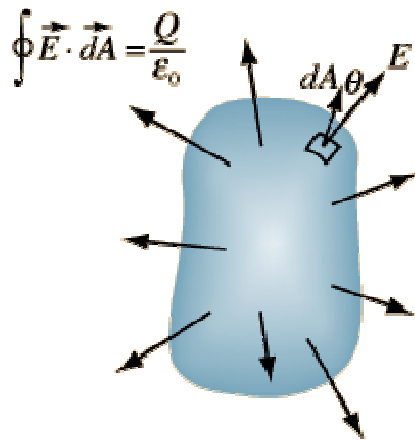
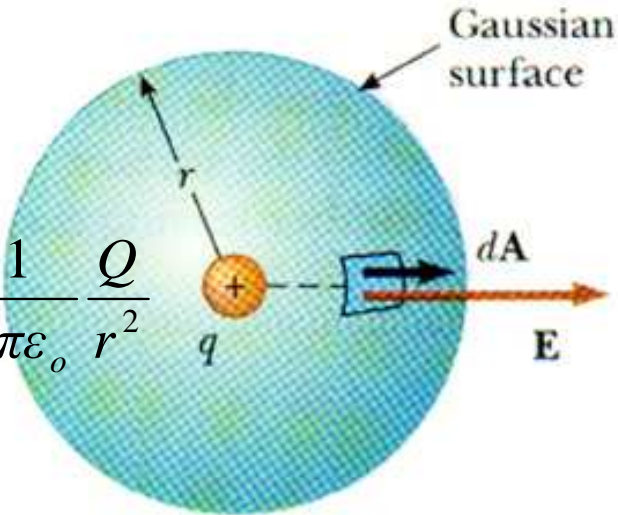


A zárt felületből kifelé mutat: $d\vec{A}$

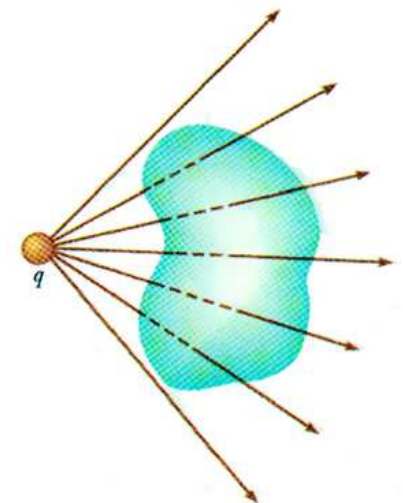
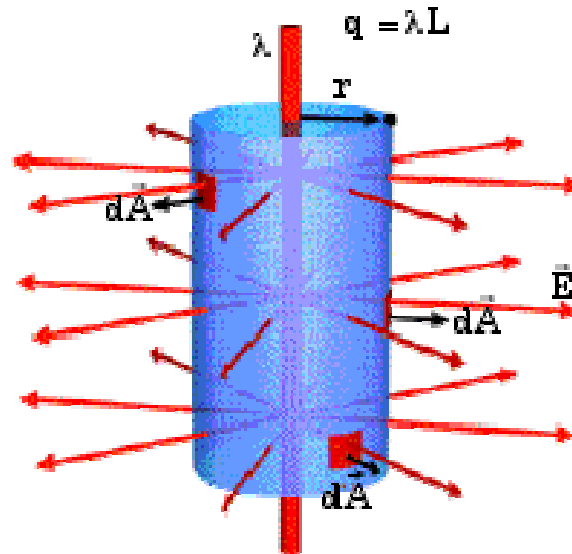
A Gauss-törvény

$$\oint_A \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ö}}}{\epsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



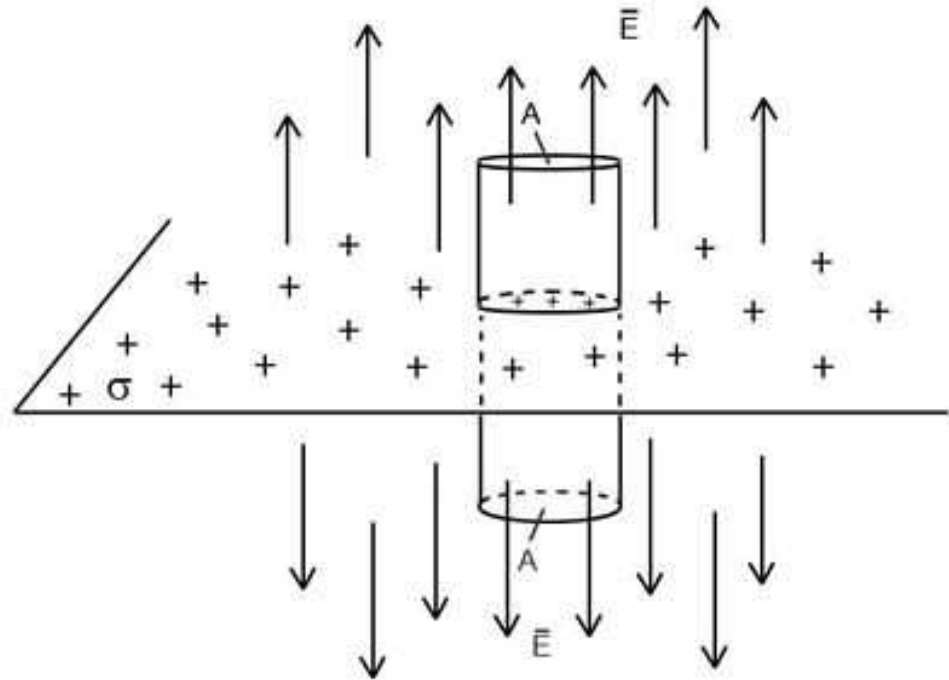
Gauss-törvény folytatás

$$\oint_A \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ö}}}{\epsilon_0}$$

$$\int_A \vec{E} d\vec{A} = 2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

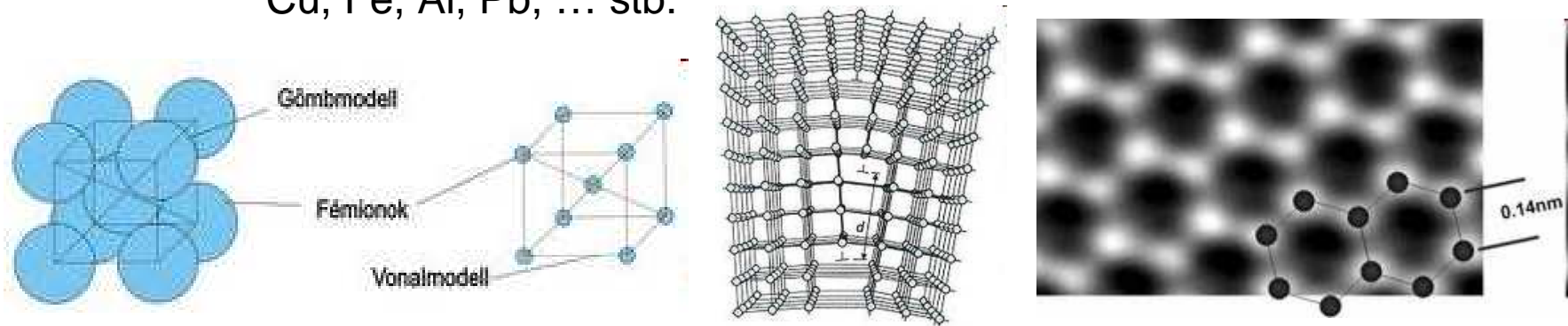


$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Homogén elektromos erőtér

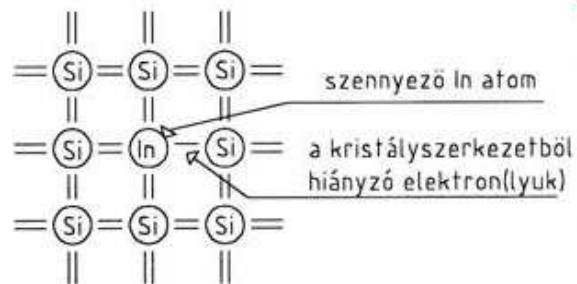
Vezetők: fémek (kristályszerkezet, csaknem szabadon mozgó elektronok)
Cu, Fe, Al, Pb, ... stb.



Szigetelők: műanyag, porcelán, papír(száraz), csillám, üveg, ... stb.



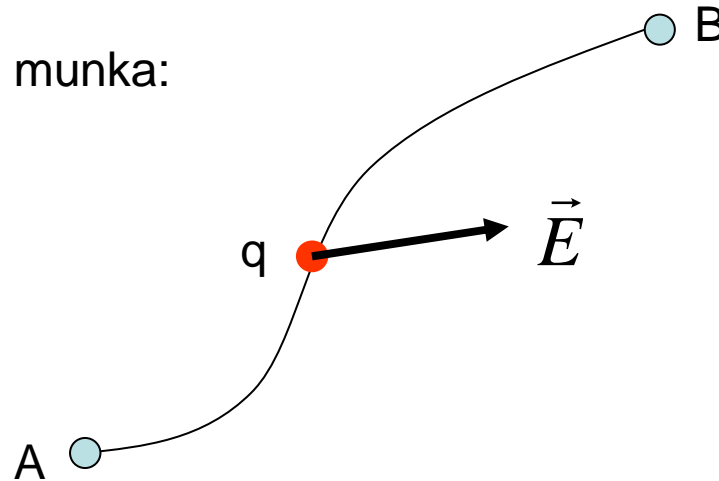
Félvezetők: Si, Ge, ...



Elektromos potenciál és energia I.

Az elektromos erőter által végzett munka:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$



A töltött részecske potenciális energiájának megváltozása: $\Delta E_p = - \int_A^B q\vec{E} \cdot d\vec{s}$

Def.: az **elektromos potenciálkülönbség**: $\Delta U_{AB} = \frac{\Delta E_p}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Elektromos potenciál és energia II.

Potenciális energiaváltozás: $\Delta E_p = q\Delta U$

Homogén térben: $\Delta U_{AB} = -\vec{E}\vec{s}$

A tér által végzett munka: $W_{tér} = -q\Delta U_{AB}$

$$W_{tér} = \Delta E_k \quad \text{ill.} \quad -q\Delta U_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Ponttöltés elektromos potenciálja

$$\Delta U_{AB} = - \int_A^B \vec{E} d\vec{s} = - \int_A^B k \frac{Q}{r^2} \vec{n} d\vec{s}$$

$$\Delta U_{AB} = kQ \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Ha az A pont a ∞ – ben van ($r_A = \infty$) és $r_B = r$: $U(r) = k \frac{Q}{r}$

$$U(r = \infty) = 0$$

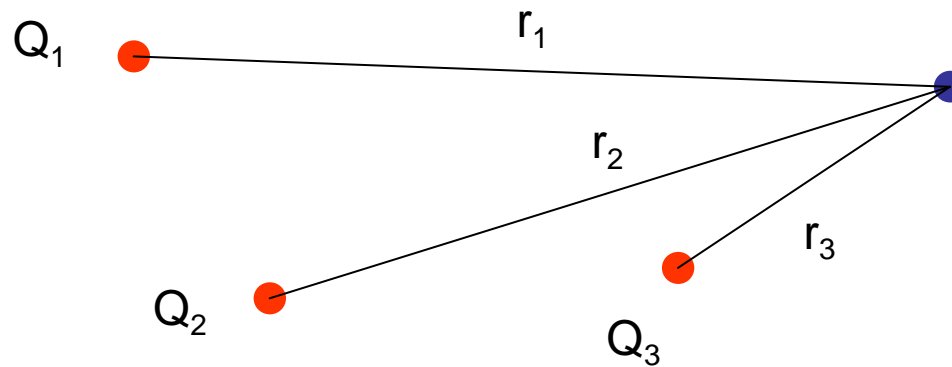
Ponttöltések terében az elektromos potenciál

Láttuk: szuperpozíció

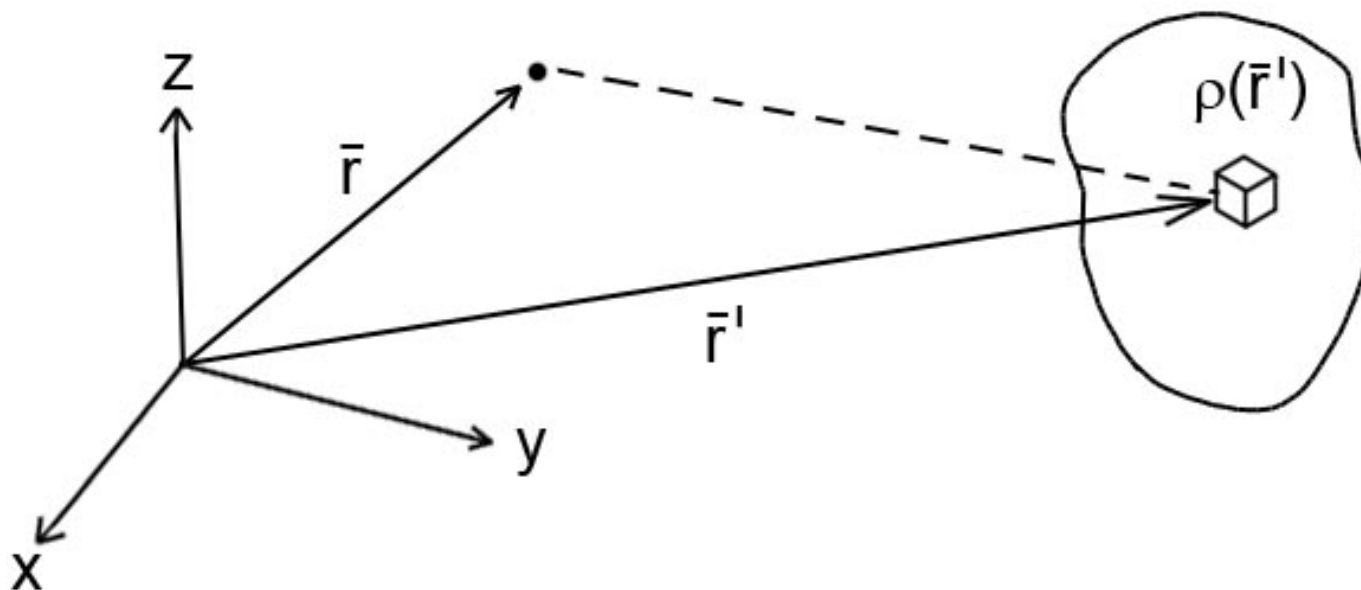
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

$$\Delta U_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \, d\vec{s} = - \int_A^B (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots) \, d\vec{s} = - \int_A^B \vec{E}_1 \, d\vec{s} - \int_A^B \vec{E}_2 \, d\vec{s} - \dots$$

$$U(r) = \sum_i U_i = \sum_i k \frac{Q_i}{r_i}$$

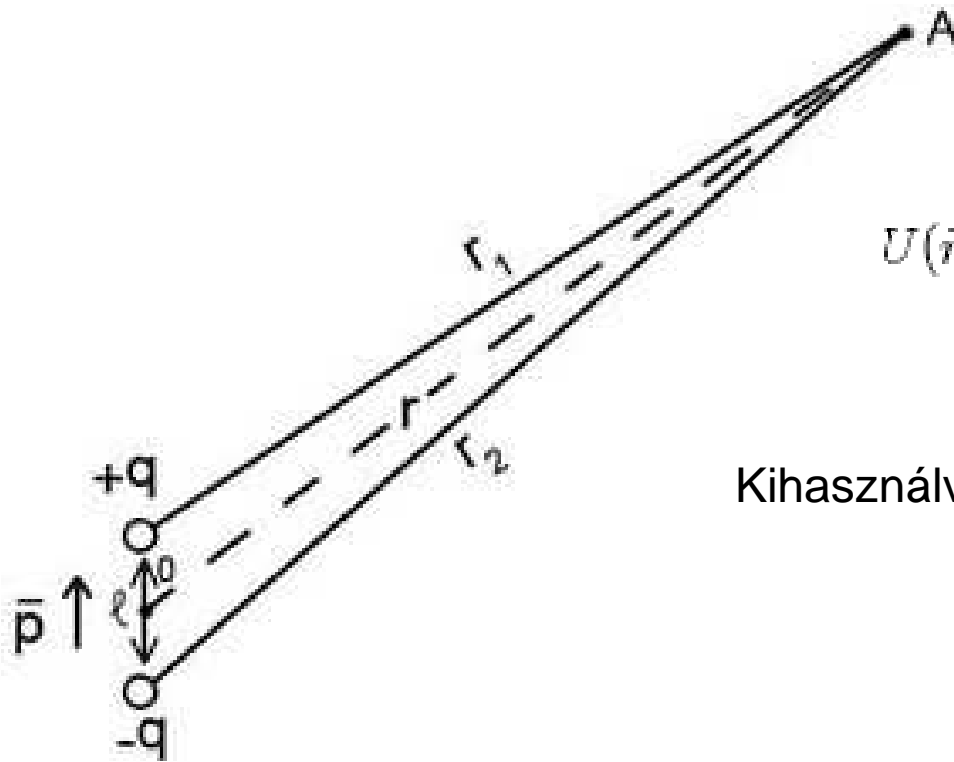


Folytonos töltéseloszlás terében az elektromos potenciál



$$U(\vec{r}) = \int_{V'} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

Az elektromos dipól potenciálja



$$U(\vec{r}) = kq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = kq \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

Kihasználva, hogy: $r_2 - r_1 \approx \ell \cos \theta$

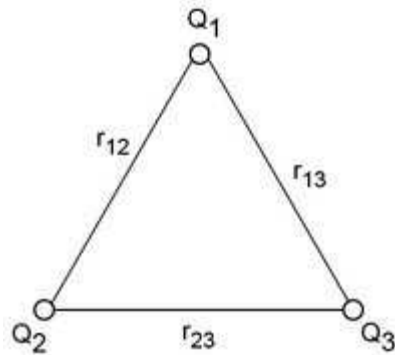
$$r_1 r_2 \approx r^2$$

$$U(\vec{r}) = k \frac{q\ell \cos \theta}{r^2} = k \frac{p \cos \theta}{r^2} = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$p = q\ell$$

Töltésrendszer elektrosztatikus energiája

$$U(r) = k \frac{Q_1}{r} \longrightarrow E_p(r) = Q_2 U(r) = k \frac{Q_1 Q_2}{r}$$



A Q_1 töltés helyén az elektromos potenciál:

$$U_{Q_1} = k \frac{Q_2}{r_{12}} + k \frac{Q_3}{r_{13}}$$

A Q_1 töltés potenciális energiája:

$$Q_1 U_{Q_1} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + k \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}}$$

A töltésrendszer potenciális energiája: $E_p = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + k \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + k \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$

Ált.:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N k \frac{Q_i Q_j}{r_{ij}}$$

ahol $i \neq j$

ill.: $E_p = \frac{1}{2} \int_V \rho(\vec{r}) U(\vec{r}) dV$

Elektromos erőter származtatása az elektromos potenciálból

$$dU = -E_x dx$$

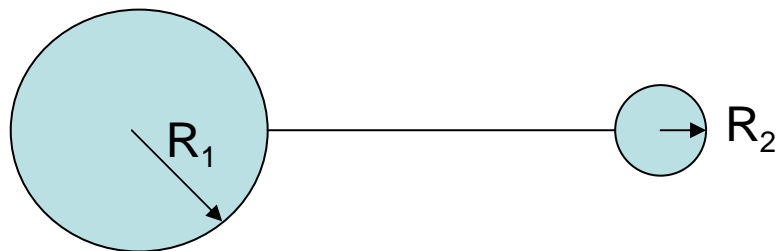
$$E_x = -\frac{dU}{dx}$$

$$\vec{E} = -\text{grad}U(x, y, z)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 0 \quad , \text{mert} \quad \text{rot}(\vec{E}) = \text{rot}(\text{grad}(U(\vec{r}))) = 0$$

Ekvipotenciális felületek ...

A csúcshatás



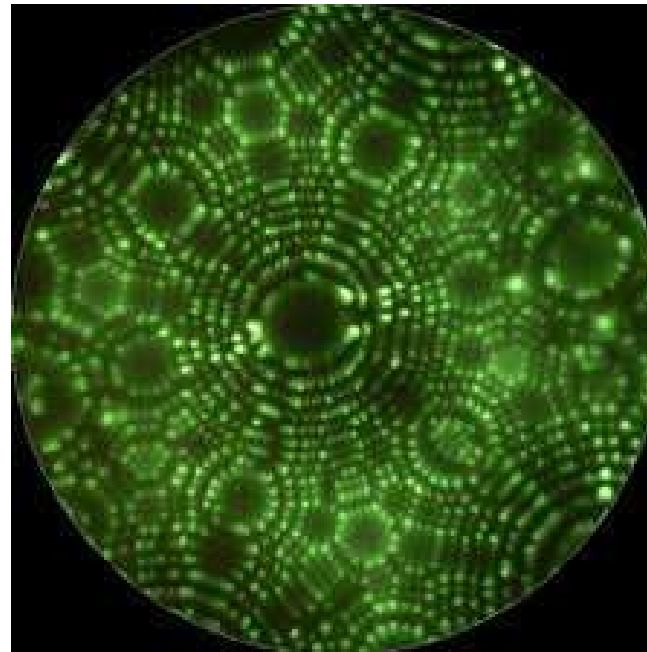
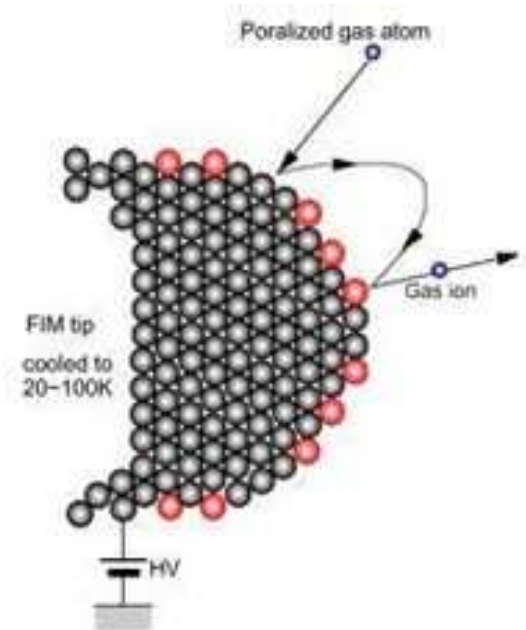
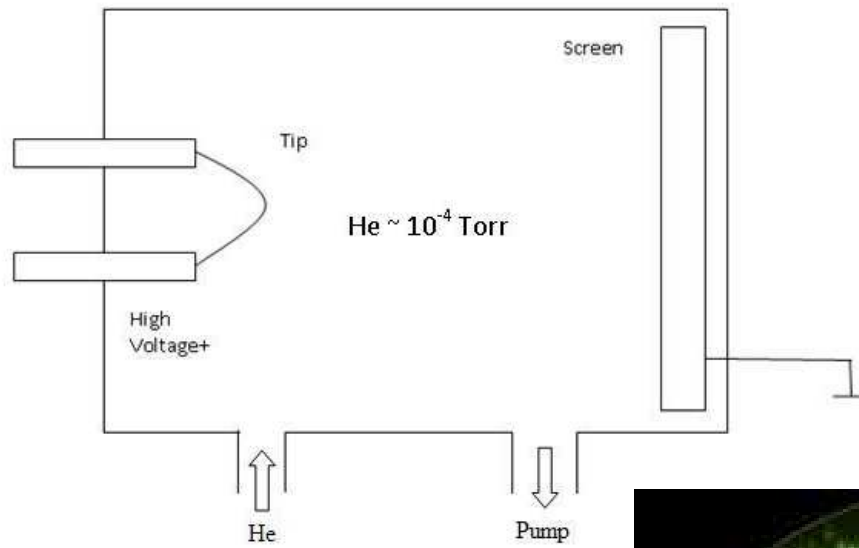
$$k \frac{Q_1}{R_1} = k \frac{Q_2}{R_2}$$

$$E_1 = \frac{Q_1}{R_1^2} \quad \text{ill.} \quad E_2 = \frac{Q_2}{R_2^2}$$

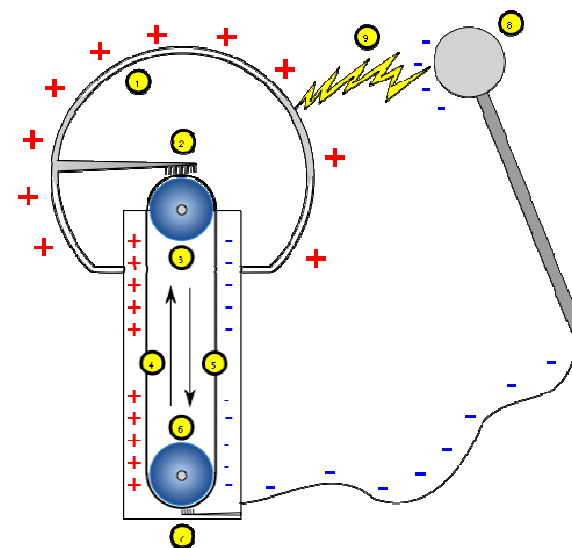
Pl.: Szent-Elmo tüze (koronakisülés)

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Térion mikroszkóp:



Van de Graaff generátor



A CRT monitor

$$a_y = \frac{qE}{m} \quad t_1 = \frac{s}{v_0}$$

$$y_1 = \frac{1}{2} a_y t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{s}{v_0} \right)^2$$

$$v_y = a_y t_1 = \frac{qE}{m} \frac{s}{v_0} \quad t_2 = \frac{\ell}{v_0}$$

$$y_2 = v_y t_2 = \frac{qE}{m} \frac{s}{v_0} \frac{\ell}{v_0}$$

$$y = y_1 + y_2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{s}{v_0} \right)^2 + \frac{qE}{m} \frac{s}{v_0} \frac{\ell}{v_0} = \left[\frac{qE}{m} \frac{s}{v_0^2} \left(\frac{s}{2} + \ell \right) \right] E$$

$$E = \frac{U}{d} \quad \longrightarrow \quad \boxed{y \sim U}$$

