Kísérleti Fizika Gyakorlat 1
1. feladatsor
2015. szeptember 14-re

Bármelyik feladat szerepelhet röpdolgozatban. A feladatokat a hallgatók oldják meg a táblánál!

1.
Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltjait!

- $a(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 + 2x - 1$
- $b(t) = A\sin(\omega t)\cos(\omega t)$
- $c(x) = e^{\sin x}\ln(\mathrm{ch}x)$
- $d(x) = \sqrt[4]{\arcsin(x^2 + 2x)}$

Az inverz függvény deriválására való szabály (múlt óra) segítségével vezessük le az alábbi függvények deriváltját:

- $\arccos(x)$
- $\mathrm{arsh}(x)$

2.A
Egy konzervgyárban szeretnék a dobozokat költséghatékonyan gyártani, azaz a doboz felületére a lehető legkevesebb anyagot elhasználni. Mekkora legyen egy $V = 200\text{ml}$ térfogatú, henger alakú konzerv alaplapjának a sugara, hogy a doboz felülete (hengerpalást + két fedél) a lehető legkisebb legyen?

2.B

Két pozitív valós szám (a és b) számtani közepét az $s = \frac{a+b}{2}$, mértani közepét az $m = \sqrt{ab}$ definiálja. Középiskolában tanultuk, hogy $s \geq m$, és egyenlőség csak akkor áll fent, ha $a = b$. Bizonyítsuk be ezt a tételt deriválás segítségével is!
Segítség: Tegyük fel, hogy ismerjük a két szám számtani közepét. Hogyan válasszuk meg a-t és b-t, hogy a mértani közép a lehető legnagyobb legyen? Mekkora ez a maximális érték?

Hasonló módon mutassuk meg, hogy a két szám $h = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ ún. harmonikus közepére mindig teljesül a $h \leq m$ egyenlőtlenség!

3.
Tekintsük az alábbi háromdimenziós vektorokat!

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Mekkora a vektorok hossza?
- Határozzuk meg a vektorok által bezárt szöget!
- Határozzuk meg a $\vec{v}_2$ vektor $\vec{v}_1$ irányába eső komponensét!
- Keressünk egy olyan, nem nulla hosszúságú vektort, mely merőleges mind $\vec{v}_1$-re, mind $\vec{v}_2$-re!