

Fizika 2i

Elektromágneses hullámok (EMH) I.

9. előadás

Az elektromágneses síkhullám I.

Időben változó elektromos tér \rightarrow mágneses (indukciós) tér:

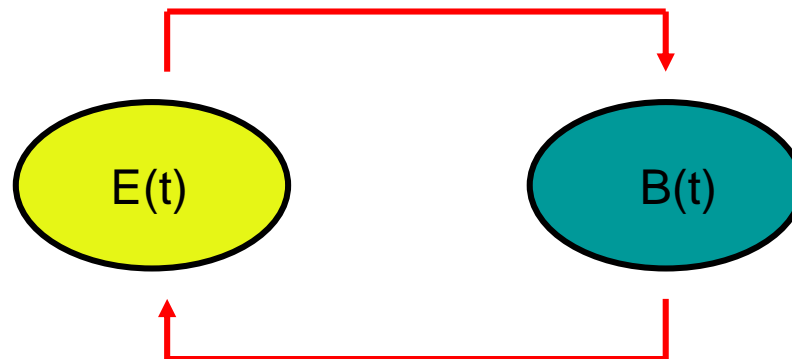
$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

Vákuum: $I = 0$ (nincsenek töltött részecskék, áramok)

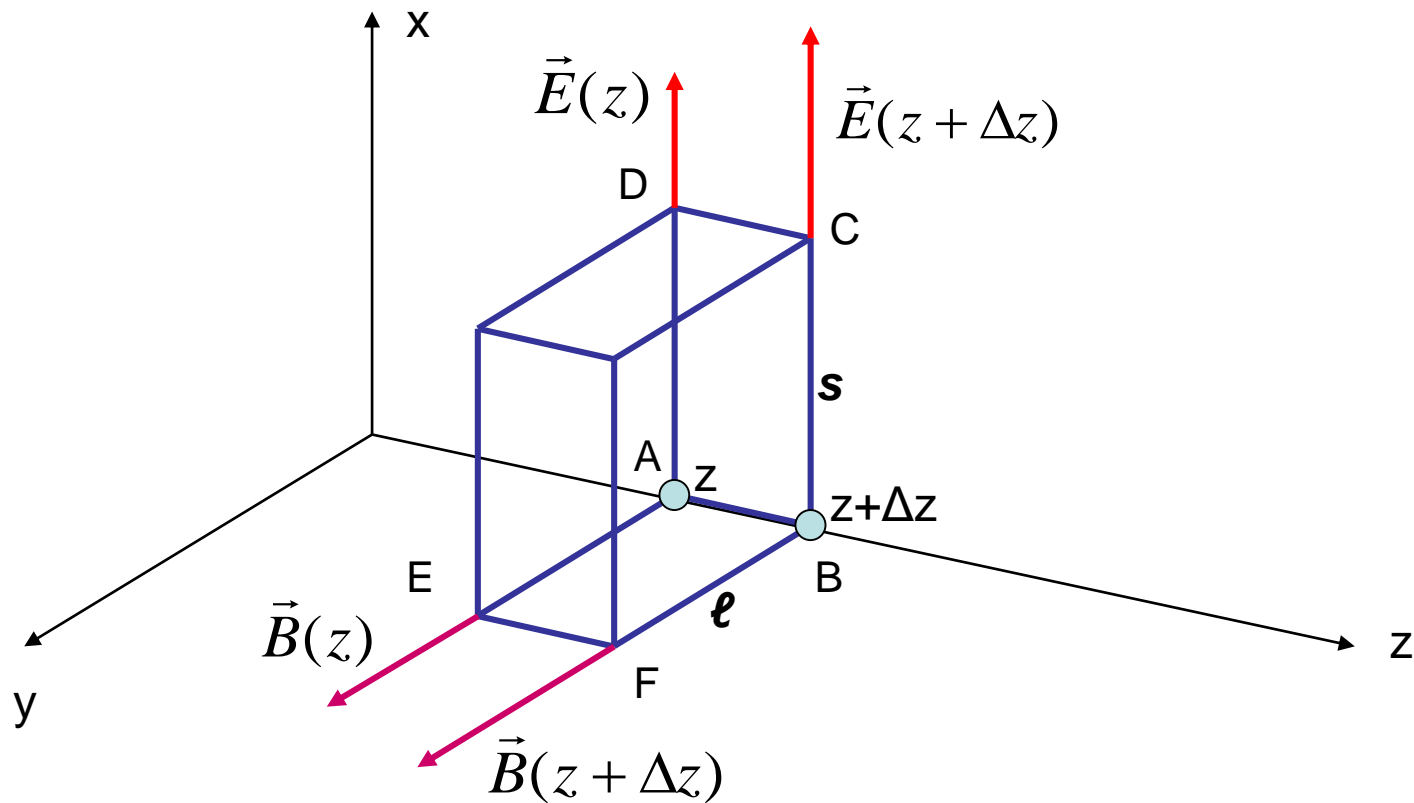
$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Időben változó mágneses (indukciós) tér \rightarrow elektromos tér: $\oint \vec{E} d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Hipotézis:



Az elektromágneses síkhullám II.



$$\vec{E} = (E_x(t), 0, 0) \longrightarrow \vec{E} = E(z, t) \vec{i}$$

$$\vec{B} = (0, B_y(t), 0) \longrightarrow \vec{B} = B(z, t) \vec{j}$$

Az elektromágneses síkhullám III.

Faraday-törvény:

$$\oint \vec{E} d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$[E_x(z + \Delta z) - E_x(z)]s = -s\Delta z \frac{\Delta B_y}{\Delta t}$$

$$\frac{E_x(z + \Delta z) - E_x(z)}{\Delta z} = -\frac{\Delta B_y}{\Delta t}$$



$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

Ampère-törvény:

$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$[-B_y(z + \Delta z) + B_y(z)]\ell = \mu_0 \epsilon_0 \ell \Delta z \frac{\Delta E_x}{\Delta t}$$

$$\frac{B_y(z + \Delta z) - B_y(z)}{\Delta z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta E_x}{\Delta t}$$



$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

Az elektromágneses síkhullám IV.

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \qquad \frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

hullámgyenlet

Megoldása: $\tilde{E}_x(z, t) = E_0 e^{i(\omega t \pm kz)} \longrightarrow E_x(z, t) = E_0 \cos(\omega t \pm kz)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$c = \frac{\omega}{k}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Def.: $c = 299792458$ m/s

Az elektromágneses síkhullám V.

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \qquad \frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

hullámgyenlet

Megoldása:

$$B_y(z, t) = B_0 \cos(\omega t \pm kz)$$

Az elektromágneses síkhullám VI.

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \quad B_y(z,t) = B_0 \cos(\omega t - kz)$$

Behelyettesítünk:

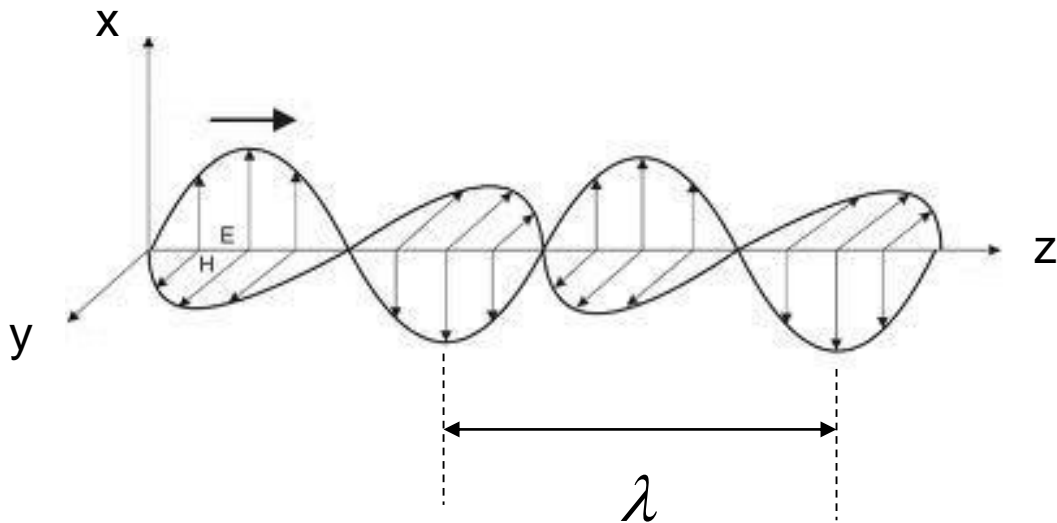
$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{1}{c} E_x(z,t) = B_y(z,t) \longrightarrow \frac{1}{c} E_0 = B_0$$

Az elektromágneses síkhullám VII.

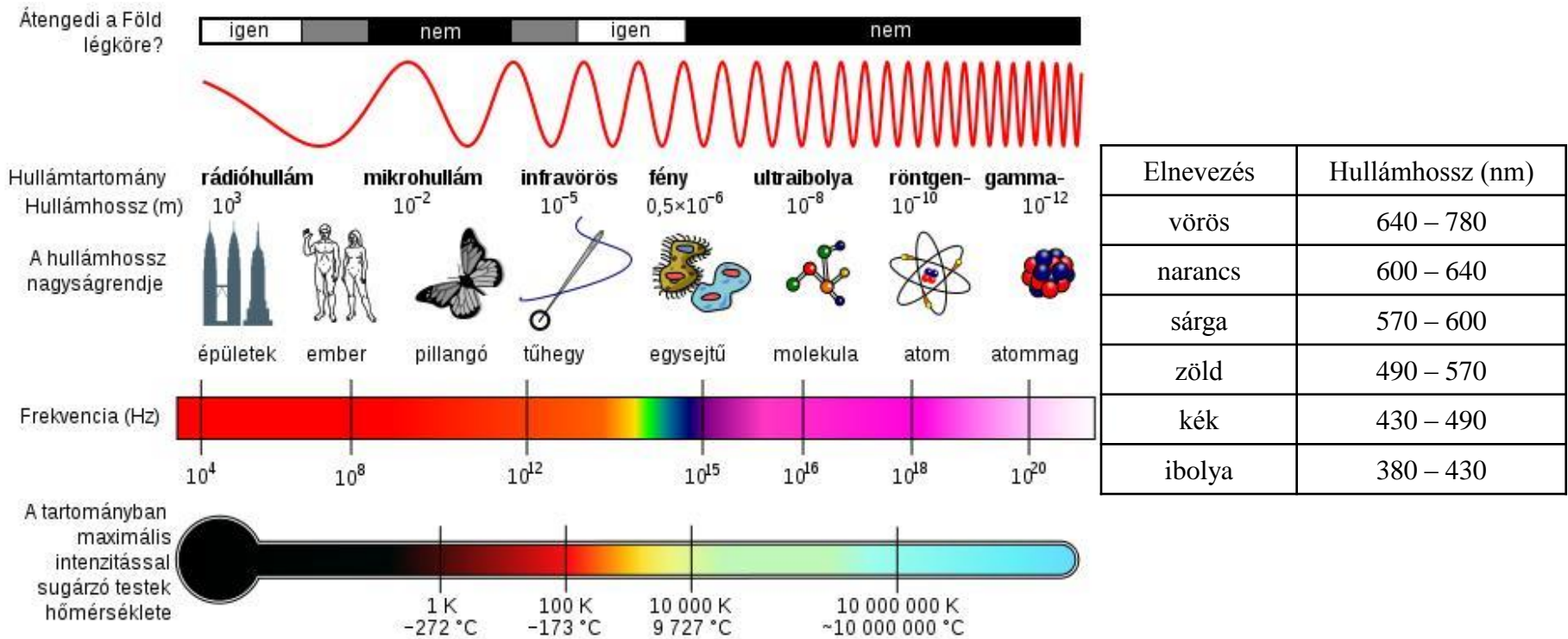
$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$B_y(z,t) = B_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$



$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Az elektromágneses spektrum



Néhány érdekesség: Az emberi szem legérzékenyebb a zöld fényre.

A CD és a DVD → vörös lézertéssel dolgozik.

A blue-ray disc → ibolya nyalábbal írható és olvasható.

(a kisebb hullámhossz természetesen nagyobb írássűrűséget jelent)

Ultraibolya ($200 \text{ nm} < \lambda < 380 \text{ nm}$) lámpák → orvosi rendelők, vagy műtők fertőtlenítése.

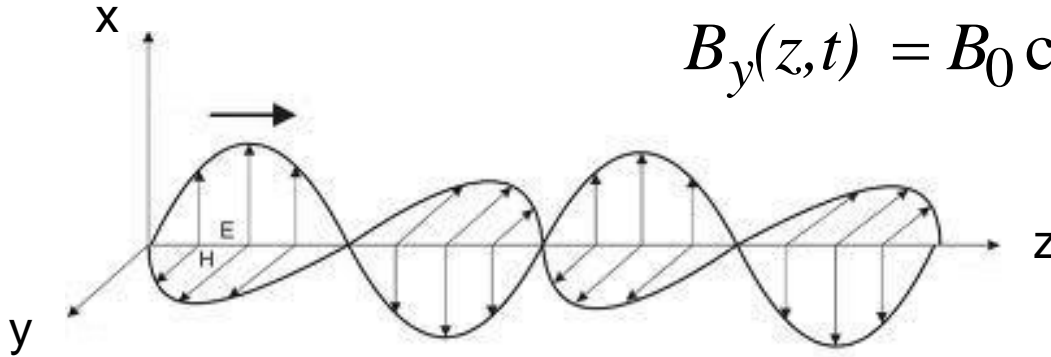
UV → alkalmazzák élelmiszerek baktériummentesítésére is.

A kemény UV ($\lambda < 200 \text{ nm}$) fényforrás → litográfia → processzorgyártásban.

A Poynting-vektor

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$B_y(z,t) = B_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$



Hullám terjedési iránya \rightarrow Poynting-vektor:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$|\vec{S}| = EH = E \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \cos^2(\omega t - kz) \quad \frac{1}{c} E_0 = B_0$$

$$|\vec{S}| = S = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) \xrightarrow{\text{átlagolás}} \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

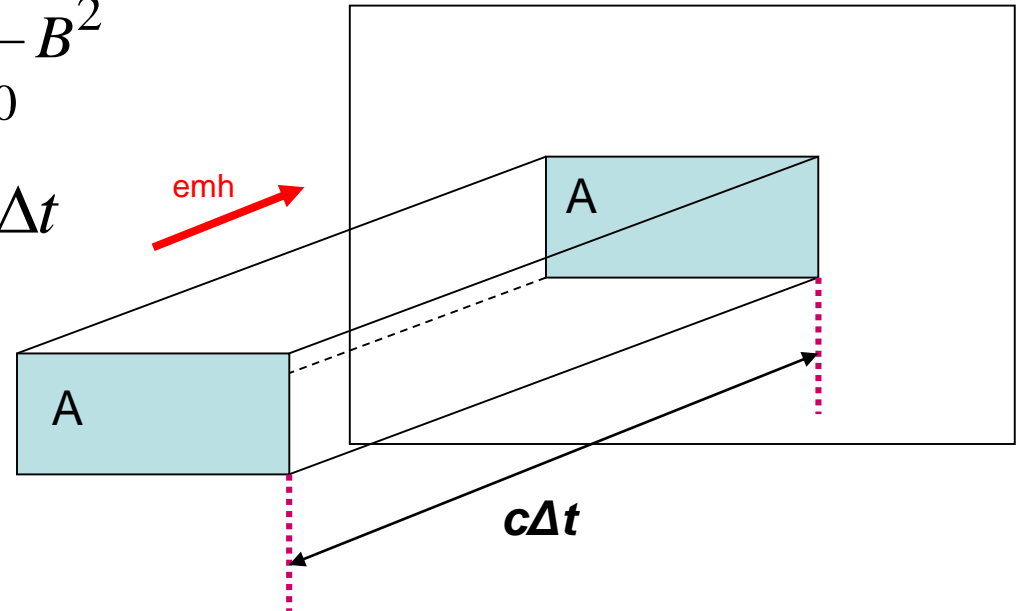
Az EMH intenzitása

Felületre merőlegesen beeső síkhullám:

$$\varepsilon_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad \varepsilon_B = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2$$

Beeső energia: $\Delta W = \langle u \rangle A c \Delta t$

intenzitás = $\frac{\Delta W}{A \Delta t} = \langle u \rangle c$



$$u = \varepsilon_E + \varepsilon_B = \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2 = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz)$$

$$\langle u \rangle = \langle \varepsilon_E + \varepsilon_B \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B_0^2$$

Láttuk: $\langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$

$\langle S \rangle = c \langle u \rangle$ **intenzitás = $\langle S \rangle$**

A napsugárzás intenzitása, napenergia

A Föld légkörét elérő napsugárzás : $\approx 1350 \text{ W/m}^2$

A légkörben elnyelődik : $\approx 250 \text{ W/m}^2$

A világűrbe reflektálódik : $\approx 100 \text{ W/m}^2$

Földfelszínre jutó átlagos sugárzás : $\approx 1000 \text{ W/m}^2$

} = $1000 \cdot (\text{Föld energiaszükséglete})$

Magyarországon:

Téli hónapokban : $\approx 250 - 600 \text{ W/m}^2$

Nyári hónapokban : $\approx 600 - 1000 \text{ W/m}^2$

Napsütéses órák száma (Bp) : $\approx 2057 \text{ óra}$

M.o. teljes energiafelhasználása: $\approx 10^{17} \text{ J}$

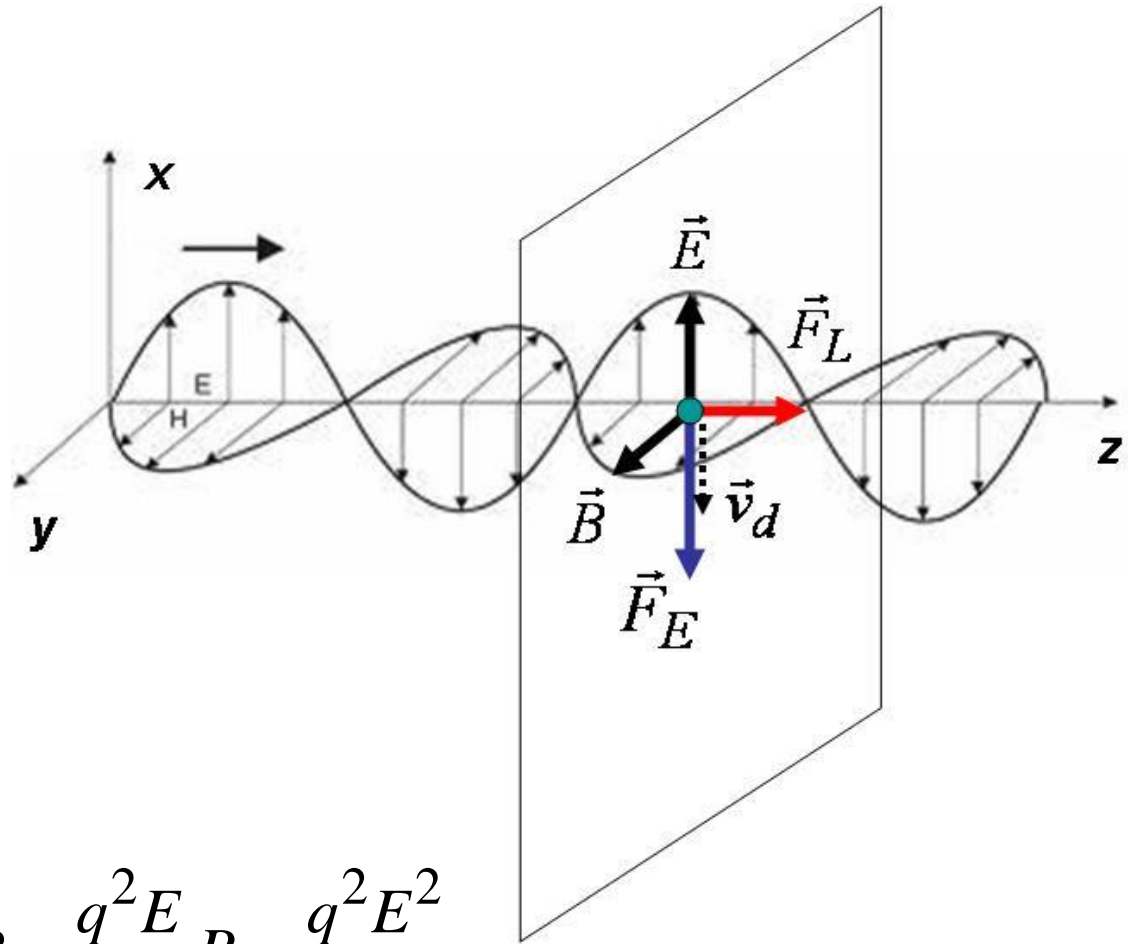
Összehasonlítás: ???

Az e.m. síkhullám impulzusa I.

Kérdés: van-e a hullámnak impulzusa?

$$\vec{E} = E(z,t)\vec{i}$$

$$\vec{B} = B(z,t)\vec{j}$$



$$F_E = qE = bv_d$$

$$v_d = \frac{qE}{b}$$

$$F_L = qv_d B = \frac{q^2 E}{b} B = \frac{q^2 E^2}{bc}$$

Az e.m. síkhullám impulzusa II.

$$F_E = qE = bv_d \quad v_d = \frac{qE}{b} \quad F_L = qv_d B = \frac{q^2 E}{b} B = \frac{q^2 E^2}{bc}$$

$$\frac{dW}{dt} = F_E v_d = qE \frac{qE}{b} = \frac{q^2 E^2}{b} \quad \frac{dW}{dt} = cF_L$$

$$\frac{dW}{dt} = c \frac{dp}{dt}$$

$\int \dots dt$

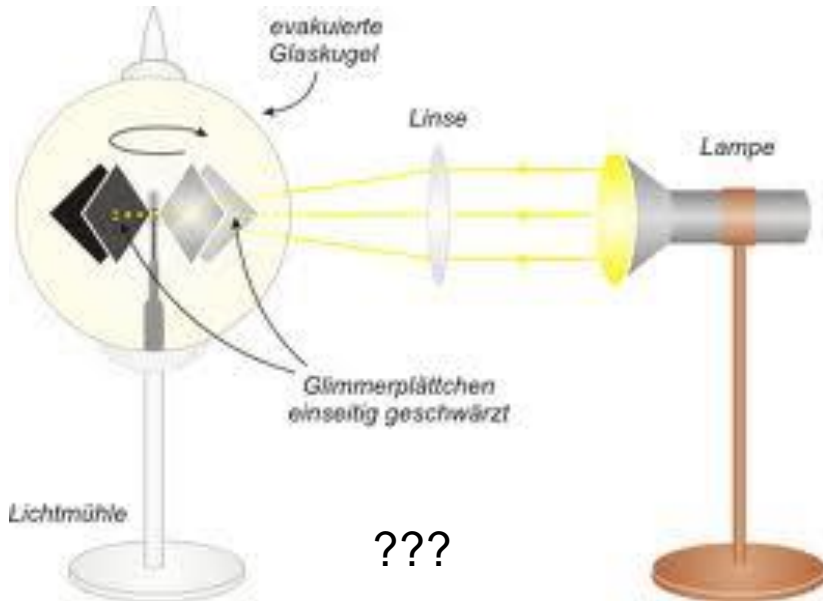
$$W = cp$$

Az emh impulzussűrűsége: $p = \frac{u}{c} = \frac{S}{c^2}$

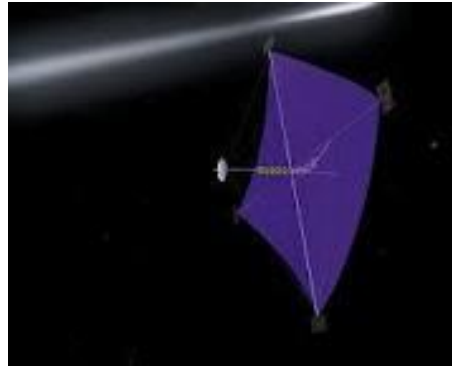
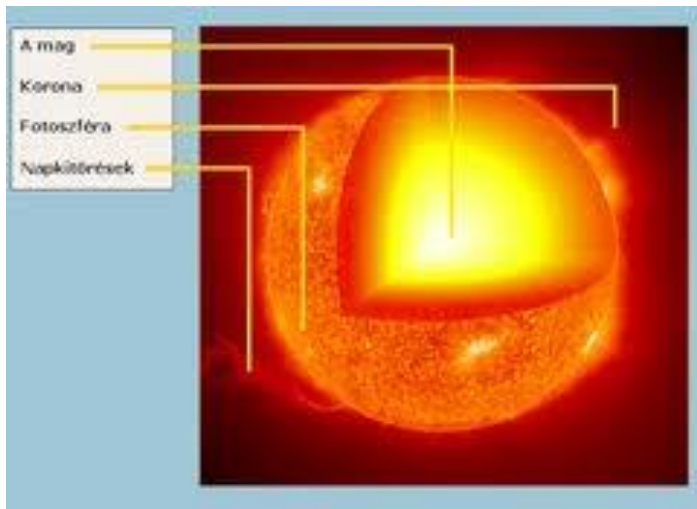
Az e.m. síkhullám impulzusa III.

$$\frac{dW}{dt} = cF_L \quad \xrightarrow{F_L = PA} \quad \frac{dW}{dt} = cPA$$

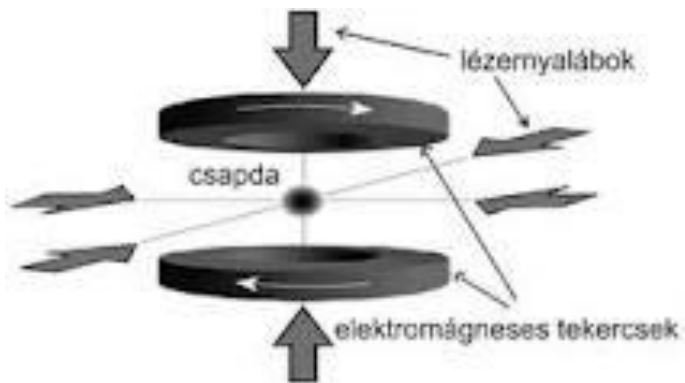
Fénynyomás: $\frac{dW}{cAdt} = P \longrightarrow P = \frac{1}{c} I_{(\text{int.})} = \frac{1}{c} \langle S \rangle_{\text{átl.}} = u$



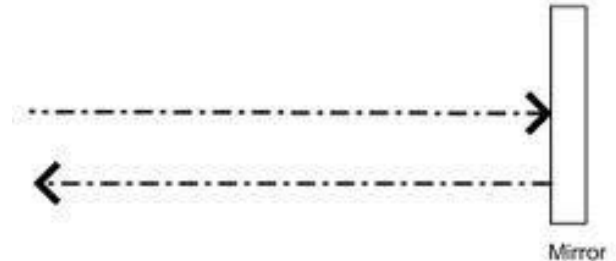
Fénynyomás → példák:



Napfény-vitorlás



$R = 100 \%$



$$P = 2 \frac{1}{c} I_{(\text{int.})} = 2 \frac{1}{c} \langle S \rangle_{\text{átl.}} = 2u$$

