

### Kontinuum mechanika: Rugalmas alakváltozások 1

#### 1.) Feladat

Ísmerjük az  $(x,y)$  síkban definiált  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  (síkbeli) deformációs tenzort. Adott a síkban az  $\vec{r} = a \cdot (\cos \alpha, \sin \alpha)$  helyvektor.

- Határozzuk meg, hogy az  $\vec{r}$  vektorú pont az  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  deformáció során milyen  $\vec{r}'$  pontba megy át!
- Határozza meg az  $\vec{r}$  vektor „ $\gamma$ ” szögelfordulását!
- Határozza meg azokat az  $\alpha$  irányokat, amelyeknél az  $\vec{r}$  vektor nem fordul el ( $\gamma=0$ ) csak megnyúlik. Ezeket „megnyúlási fő irányoknak” nevezi a szakirodalom.
- Határozza meg a „megnyúlási fő irányokban” történő (relatív) megnyúlásokat! (Ezek az ún. „fő megnyúlások”)
- Határozza meg, hogy az origó köré rajzolt „ $a$ ” sugarú kör milyen görbébe transzformálódik az  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  (síkbeli) deformáció következtében?

#### 2.) Feladat

Adott a  $\underline{\underline{\sigma}}$  feszültségtenzor egy olyan  $(x,y,z)$  koordinátarendszerben, amelyben a  $\underline{\underline{\sigma}}$  mátrixa diagonális  $\langle \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \rangle$ . Tekintsük azt az egyenlő oldalú háromszöget, amelynek csúcsai a koordináta tengelyek  $x=a$ ,  $y=a$  és  $z=a$  pontjaiban vannak.

- Határozza meg a megadott felület  $\vec{f}_n = f_n \cdot \vec{e}_n$  felületvektorát!
- Határozza meg az  $\vec{f}_n$  felületen fellépő,  $\underline{\underline{\sigma}}$  feszültségből adódó  $\vec{F}_n$  erőt!
- A  $\langle \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \rangle$  adatok ismeretében határozza meg az  $\vec{F}_n / f_n$  egységnyi felületre ható erőnek a felületre merőleges ( $\sigma_n$ ) és a felülettel párhuzamos ( $\tau_n$ ) komponensét!

#### 3.) Feladat

Homogén, izotróp anyag rugalmas tulajdonságait két Lamé állandó ( $\mu, \lambda$ ) határozza meg. Ekkor a Hooke törvény a következő alakot ölti:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\Theta_\varepsilon\delta_{ij} \quad , \text{ ahol } \Theta_\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$$

és az inverz alak:

$$\varepsilon_{ij} = 2\mu'\sigma_{ij} + \lambda'\Theta_\sigma\delta_{ij} \quad , \text{ ahol } \Theta_\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

Az inverz kifejezésben szereplő  $\mu', \lambda'$  állandók az alábbiak:

$$2\mu' = \frac{1}{2\mu} \quad \lambda' = -\frac{\lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)}$$

Adott  $(x,y,z)$  tengelyekre illeszkedő  $(a,a,b)$  oldalú négyzetes hasáb. A hasábot a „ $z$ ” irányban meghúzzuk, amit a  $\underline{\underline{\sigma}}$  feszültség tenzorral adunk meg. A  $\underline{\underline{\sigma}}$  mátrixa (a megadott koordináta rendszerben) olyan, hogy  $\sigma_{zz} = \sigma_0$  állandó és a többi eleme zérus.

- a.) A  $(\sigma_0, \mu, \lambda)$  adatok ismeretében határozza meg a deformációs tenzor  $\varepsilon_{ij}$  mátrixát!
- b.) A  $(\mu, \lambda)$  Lamé állandók ismeretében határozza meg a  $\nu = -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}$  kifejezéssel megadott ún. „haránt összehúzódást”! (A  $\nu$ -t nevezik „Poisson számnak” is.)
- c.) Mutassa meg, hogy  $\nu < 1/2$  !
- d.) Az „E” Young modulus definíciója alapján fejezze ki az E-t a  $(\mu, \lambda)$  Lamé állandókkal!

#### 4.) Feladat

Adott az  $(x, y, z)$  koordináta tengelyekre illeszkedő „a” oldalú kocka. A kocka anyagának rugalmas tulajdonságait a  $\mu, \lambda$  Lamé állandók jellemzik. A kocka egyszerű, homogén nyírási deformációt szenved. Azaz az  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  deformációs tenzor olyan, hogy  $\varepsilon_{xy} = \tau_0$  és a többi elem zérus.

- a.) Határozza meg a  $\sigma_{ij}$  feszültség tenzort!
- b.) Határozza meg az „x=a” lapon fellépő erőt!
- c.) Tekintse a kockának azt az oldalát, amelyik a deformálatlan állapotban az „x,z” koordináta síkra illeszkedik. Határozza meg, hogy a megadott deformáció során ez az oldal mekkora  $\gamma$  szöggel hajlik el az „x,z” koordináta síktól!
- d.) Adja meg a szóban forgó elhajlott sík  $\vec{e}_n$  normális (az oldalra merőleges) egységvektorát!
- e.) Határozza meg az elhajlott oldalon ébredő feszültséget!

#### 5.) Feladat

Hengeres rúd homogén (egyszerű) csavarása. (NEM JUTOTT RÁ IDŐ!!)