Kísérleti fizika I., 2018 őszi félév

1. gyakorlat

Szükséges előismeretek: vektorok, műveletek vektorokkal (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás, skaláris szorzat és vektoriális szorzat, abszolút érték), vektorok reprezentációja koordináta-rendszerekben (komponensek); derivált, láncszabály, szélsőérték; integrálás, térfogatszámítás, parciális integrálás, helyettesítéses integrál;

Feladatok órai munkára

F1. Egy egyenes karó a sík talajból áll ki (nem feltétlenül merőlegesen). A karó talppontjából a legfelső pontjába mutató vektor $\vec{r}$, a talaj normálvektora $\vec{n}$. Kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával adjuk meg a karó árnyékának hosszát, ha a napsugarak az $\vec{e}$ irányvektor irányában haladnak!

F2. Adjuk meg a következő görbék és felületek egyenletét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával (komponensek használata nélkül)!

a) $\vec{n}$ normálvektorú sík, amely áthalad az $\vec{r}_P$ helyvektorú P ponton;

b) $\vec{r}_C$ középpontú, R sugarú gömb.

F3. Az $\vec{r}$ vektort az $\vec{e}$ irányvektor körül (a jobbkézszabálynak megfelelően) 90°-kal elforgatunk. Írjuk fel az elforgatott vektort, ha

a) $\vec{r}$ és $\vec{e}$ *merőlegesek* egymásra;

b) $\vec{r}$ és $\vec{e}$ *nem merőlegesek* egymásra.

F4. Egy síkban vannak-e az $\boldsymbol{a} = (1, 1, 4)$, $\boldsymbol{b} = (2, 3, 1)$ és $\boldsymbol{c} = (4, 7, -5)$ számhármasokkal reprezentált vektorok?

F5. Határozzuk meg a következő két függvény deriváltját!

a) $\ln\left(\mathrm{e}^{\sin x} + x\right)$,

b) $\arccos x$;

F6. Adjuk meg a $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 12$ polinom szélsőértékeit és vázoljuk a függvényt!

F7. Számítsuk ki a következő két integrált!

a) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1 - x^2}\,\mathrm{d}x$,

b) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x \sin x\,\mathrm{d}x$.

F8. Mekkora az $f_1(x) = \cos x$ és $f_2(x) = \sqrt{1 - x^2}$ függvények által közrefogott területet a $[-1, 1]$ intervallumon?

Házi feladatok

H1. Adjuk meg az ABC háromszög súlypontjába mutató vektort, ha a háromszög csúcsainak helyvektora rendre $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ és $\vec{r}_C$!

H2. Az $\vec{r}$ vektort az $\vec{n}$ normálvektorú síkra tükrözzük. Írjuk fel az $\vec{r}$ vektor tükörképét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával!

H3. Az $\vec{r}$ vektort az $\vec{e}$ irányvektor irányában kétszeresére nyújtunk. Írjuk fel a megnyúlt vektort!

H4. Adjuk meg a következő görbék és felületek egyenletét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával (komponensek használata nélkül)!

a) $\vec{e}$ irányvektorú egyenes, amely áthalad az $\vec{r}_P$ helyvektorú P ponton;

b) $\vec{r}_C$ középpontú, R sugarú kör, amely az $\vec{n}$ normálvektorú síkban fekszik.

H5. Egy háromszög A, B és C csúcsainak helyvektorai rendre $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ és $\vec{r}_C$. Írjuk fel a háromszög területét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával!

H6. Egy kiránduló először 10 km-t tesz meg ÉK-i irányban, majd É-i irányban 5 km-t, végül 20 km-t ÉNy-i irányban. Mekkora távolságra került a kiránduló a kiindulási helyétől? Adjuk meg a teljes elmozdulás(vektor) irányát!

H7. Mekkora szöget zárnak be az $\boldsymbol{a} = (5, 4, 2)$ és a $\boldsymbol{b} = (2, 6, -4)$ számhármasokkal reprezentált vektorok?

H8. Egy $\vec{r}$ vektor komponensei a K koordinátarendszerben x és y. Adjuk meg az $\vec{r}$ vektor x' és y' komponenseit egy olyan K' koordinátarendszerben, amely a K-hoz képest α szögben (az óramutató járásával ellenkező irányban) el van forgatva!

H9. Határozzuk meg a következő függvények deriváltját!

a) $y(t) = A\sin(\omega t)\cos(\omega t)\,,$

b) $f(x) = \sqrt[3]{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x}\sin(x^2+3x)}\,,$

c) $g(x) = \operatorname{arsh} x\,,$

d) $h(x) = \arcsin x\,.$

H10. Derékszögű háromszög oldalhosszúságainak négyzetösszege 50 cm^2. Mekkorának válasszuk az oldalakat, hogy a háromszög területe maximális legyen?

H11. Számítsuk ki a következő két integrált!

a) $\displaystyle\int_0^t v_0 \mathrm{e}^{-\lambda t'}\,\mathrm{d}t'\,,$

b) $\displaystyle\int \mathrm{e}^{-x^2-4x+2}(x+2)\,\mathrm{d}x\,.$

H12. Számítsuk ki az $y = x^3 - 1$ egyenletű görbének az x tengely körüli forgatásakor keletkező forgástest térfogatát $x_1 = 0$ és $x_2 = 2$ határok között!