

Mágneses momentum mérése vibrációs magnetométerrel

Bevezetés

A mérés célja megismerkedni egy makroszkopikus minta mágneses dipólmomentumának mérésével, valamint megvizsgálni egy lágymágneses anyag momentumának változását a külső mágnesező tér függvényében. A külső mágneses teret egyenáramú gerjesztő tekercsrel hozzuk létre, amely a különböző mintákban eltérő mágneses dipólmomentumot kelt. A mágneses térerősség mértéke a gerjesztő tekercs áramával szabályozható. Az ily módon felmágnesezett minta közelébe helyezett másik tekercsben (mérőtekercs) a dipólmomentum tere mágneses fluxust hoz létre. Ha a mintát a mérőtekercshez képest mozgatjuk, a tekercsben fluxusváltozás lép föl, ami feszültséget indukál. Az indukált feszültség értékéből a minta mágneses momentuma meghatározható. A mérési összeállítás akkor optimális, ha az elemek paramétereinek megválasztása révén (tekercsek alakja, minta helye stb.) a mért feszültség arányos a mágneses momentummal, valamint értéke a lehető legnagyobb.

Elméleti alapok

Egy \mathbf{H} mágneses térerősségvektorral jellemzett térben lévő közegben kialakuló \mathbf{B} mágneses indukció a következő összefüggéssel írható le:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (1)$$

ahol \mathbf{M} a mágneses dipólmomentum sűrűség vektor vagy mágnesezettségi vektor. Egy makroszkopikus méretű, „V” térfogatú test mágneses momentuma (\mathbf{m}) a következő térfogati integrálással kapható meg:

$$\mathbf{m} = \int_V \mathbf{M} dV \quad (2)$$

A mérés során az $\mathbf{m}(\mathbf{H})$ függvényt szeretnénk meghatározni. A mérés a mágneses indukció jelenségén alapul, vagyis mindenekelőtt meg kell határoznunk a bevezetőben említett mérőtekercsben indukált „U” feszültség és az \mathbf{m} mágneses momentum közötti kapcsolatot. Az alábbiakban kivonatossan bemutatjuk a keresett összefüggés levezetését. Kiindulásul a Maxwell-egyenleteket alkalmazzuk kvázistacionárius közelítésben, azaz az időben változó terek okozta sugárzást elhanyagoljuk. A levezetés kulcsgondolata szerint először összehasonlítjuk egy „I” áramjárta tekercs mágneses terébe helyezett \mathbf{m} mágneses dipólus energiáját azzal az energiával, amit ugyanez a dipólus tárol ugyanebben a tekercsben az általa létrehozott Φ fluxus által. Így megkapjuk a $\Phi(\mathbf{m})$ összefüggést. Mivel a fluxusnál az indukált feszültség sokkal egyszerűbben mérhető, mozgatni fogjuk a mintát, és meghatározzuk a keresett $U(\mathbf{m})$ összefüggést.

A mérés elve

Először egy külső \mathbf{H} mágneses térben lévő \mathbf{m} dipólus energiáját (W_1) írjuk föl skalárszorzat formájában:

$$W_1 = - \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}, \quad (3)$$

amelynek alakja abból adódik, hogy a mágneses tér a momentumra forgatónyomatékokat gyakorolhat. Tegyük fel, hogy a mágneses teret egy „g” görbével jellemezhető hurokban folyó „I” áram határozza meg. Egy vákuumban lévő ($\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H}$) hurok által keltett tér a Biot-Savart-törvény szerint:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = I \cdot \oint_g \frac{d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} = I \cdot \mathbf{H}^e, \quad (4)$$

ahol \mathbf{H}^e -vel jelöltük az egységnyi áram által keltett mágneses térerősséget, amely csupán a geometriától függ. Ezt behelyettesítve (3)-ba a következőt kapjuk:

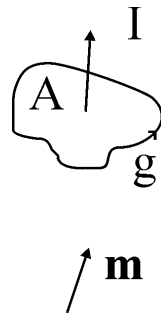
$$W_1 = -\mathbf{m}\mathbf{H}^e I, \quad (5)$$

Másodszor azt nézzük meg, hogy mekkora az energiája az \mathbf{m} mágneses momentum keltette \mathbf{B} mágneses indukciójú térben található „A” felületű vezető huroknak, melyben „I” áram folyik:

$$W_2 = I\Phi/2, \quad (6)$$

ahol Φ a hurokban fellépő mágneses indukciófluxus:

$$\Phi = \int_A \mathbf{B}d\mathbf{A}. \quad (7)$$



1. ábra. A mágneses momentum és a mérőhurok.

Amennyiben az „I” árammal \mathbf{H} térerősséget létrehozó, valamint a Φ fluxust tartalmazó hurok és a mágneses momentum egy és ugyanaz mind a két esetben, az előbbi energiakifejezéseknek egyenlőnek kell lenniük:

$$W_1 = W_2 \rightarrow -\mathbf{m}\mathbf{H}^e I = I\Phi/2, \quad (8)$$

ahol I-vel egyszerűsíthetünk, így a mágneses fluxus a hurokban:

$$\Phi = -2\mathbf{m}\mathbf{H}^e \quad (9)$$

Most azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor a mágneses dipólust mozgatjuk a mérőhurokhoz képest. Ekkor a *geometria változása fluxusváltozást eredményez*, amely a mérőtekercsben indukált feszültséget (U) hoz létre:

$$U(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -2 \cdot \text{grad}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}^e) \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (10)$$

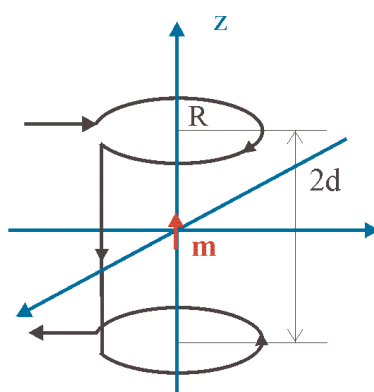
A fenti összefüggésben az idő (t) szerinti deriválást a láncszabály alapján mindjárt átalakítottuk hely szerinti deriválásra, ahol \mathbf{r} a dipólus helyvektorát jelenti. Az \mathbf{m} a végső mérendő mennyiség, értékét a gerjesztő tekercs árama határozza meg, ami egy mérési pontban időben állandó. Ha a dipólus mozgástartománya kicsi a gerjesztő tekercs jellemző méreteihez képest, \mathbf{m} értéke a mozgás során helyfüggetlen is, mivel kis helyváltoztatás során a gerjesztő tekercs mágneses tere állandó. A mágneses momentum épp ezért kiemelhető a gradiensből, ahol így csak \mathbf{H}^e marad. Ha a mérési elrendezés geometriája olyan, hogy \mathbf{H}^e -nek, \mathbf{m} -nek és a helyvektor $d\mathbf{r}$ megváltozásának csak azonos irányú komponense van, és a koordináta rendszerünket úgy vesszük fel, hogy a z-tengelye ebbe az irányba mutat, akkor a fenti mennyiségek helyettesíthetők H_z^e , m_z ill. dz komponenseikkel. Ekkor a fenti kifejezés a következőre egyszerűsödik:

$$U(t) = -2 \cdot m_z \cdot \frac{\partial H_z^e}{\partial z} \frac{dz}{dt}. \quad (11)$$

A dipólus mozgása során fellépő indukált feszültség tehát akkor mérhető könnyen, ha időben vagy állandó, vagy harmonikusan változik. Az előbbihez a dipólus egyenes vonalú egyenletes mozgását kellene biztosítani a helytől lineárisan függő H_z^e esetén, ami nehezen kivitelezhető. Kézenfekvő tehát a dipólus „ z_0 ” amplitudójú, ω körfrekvenciájú szinuszos rezgetése. Ekkor a fenti összefüggés a következő alakot ölti:

$$U(t) = -2m_z \frac{\partial H_z^e}{\partial z} z_0 \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (12)$$

Látható, hogy a legnagyobb indukált feszültséget akkor kapjuk, ha a minta mozgása gyors, valamint ha az egységnyi áram által indukált mágneses tér gyorsan változik a hellyel. Ebben az esetben akkor lesz az indukált feszültség arányos m -el, ha H_z^e hely szerinti változása a mozgás tartományában első rendben állandó, azaz $\partial H_z^e / \partial z = \text{const.}$ A feladat tehát egy ilyen mérőhurok geometriát találni.



2. ábra. A mérőhurok geometriája a magnetómerben.

A vibrációs magnetómer

A Biot-Savart törvény itt nem részletezett alkalmazásával meg lehet győződni róla, hogy a 2. ábrán látható kettős mérőhurok elrendezés alkalmas a $\partial H_z^e / \partial z = \text{const.}$ feltételnek megfelelő mágneses tér előállítására, és ne felejtjük el, hogy így az induktivitás kölcsönössége, azaz az ekvivalenciánk alapján ideális mérőhuroknak/-tekercsnek is. A levezetésben csak a két ellentétes körüljárású áramhurok terének z komponensét kell meghatározni a z tengely mentén, majd annak megfelelő deriváltját képezni. Ez a $z = 0$ „központban” és annak $z \ll d$ kis környezetében az ábra jelöléseit felhasználva az alábbi alakot ölti:

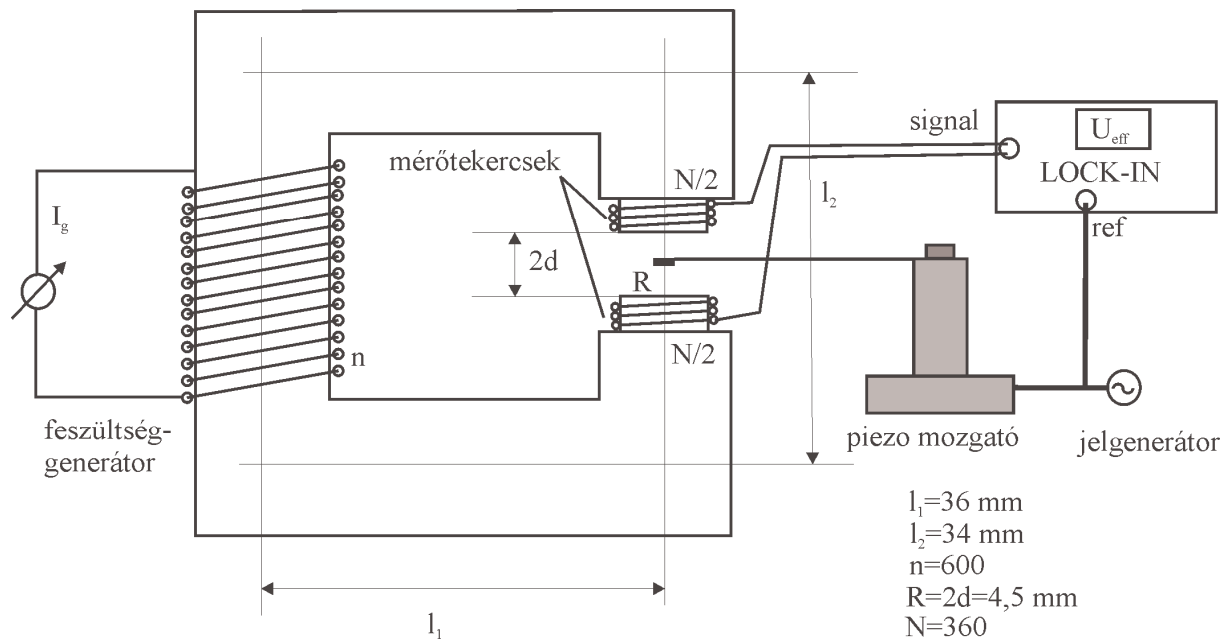
$$\frac{\partial H_z^e}{\partial z} = -\frac{3R^2 d}{(R^2 + d^2)^{5/2}} \quad (13)$$

amely valóban állandó (z -tól független). Maximális értékét megfelelő R/d arány mellett veszi fel, melyet az $R = \text{áll.}$ feltételes szélsőérték keresésével határozhatunk meg. Ennek eredménye:

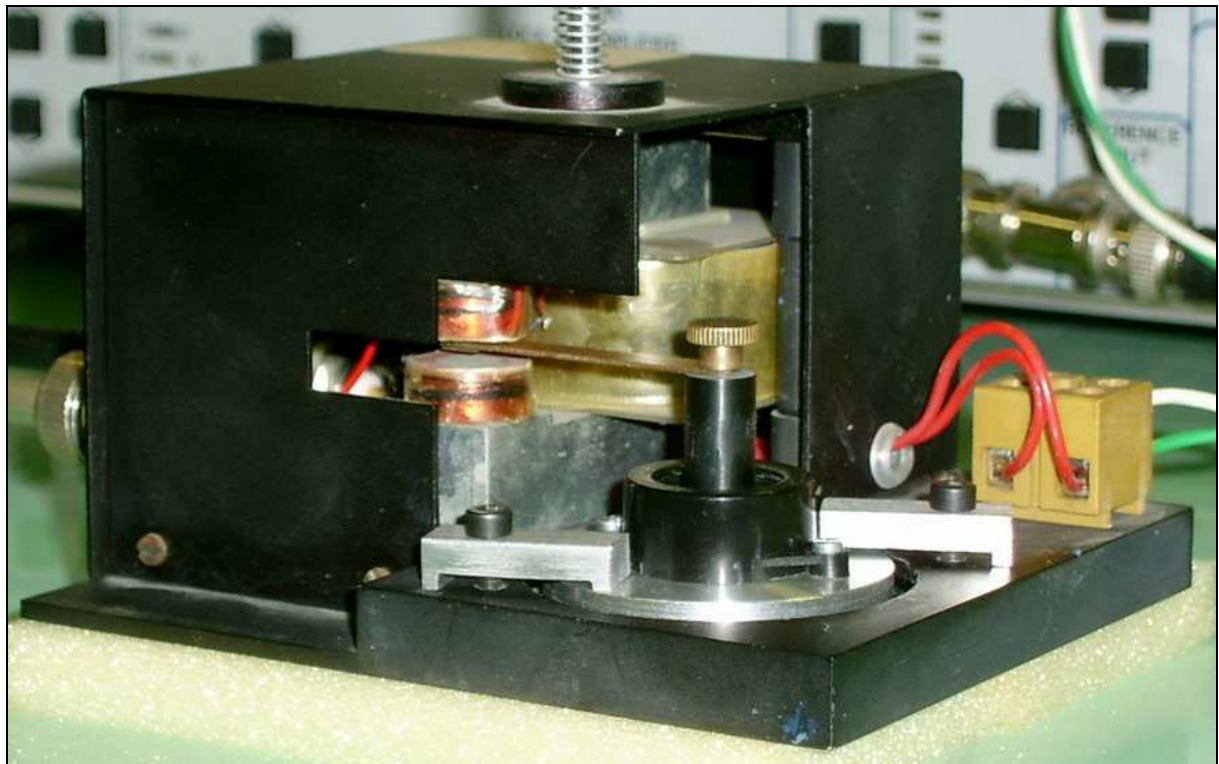
$$\frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial H_z^e}{\partial z} = \frac{1}{2} (R^2 + d^2)^{-5/2} - \frac{5}{2} (R^2 + d^2)^{-3/2} d^2 = 0 \Rightarrow R = 2d \quad (14)$$

vagyis az R sugarú hurkokat úgy kell elhelyezni, hogy éppen R távolságra legyenek egymástól. Ha a hurkok helyett N menetes tekercsket alkalmazunk, az indukált feszültség (12)-ben megadott értékének is N -szeresét kapjuk:

$$U(t) = 2N \cdot m_z \frac{12}{5^{5/2} \cdot d^2} z_0 \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (15)$$



3. ábra. A mérési elrendezés vázlatrajza.



4. ábra. A mérőkészülék a valóságban.

Nem esett még szó a minta felmágnesezéséről, melyhez egy megfelelő erősségű homogén mágneses térre van szükség. Erre a célra alkalmas a 3. ábrán és 4. fényképen is látható lágyvas maggal/járommal ellátott elektromágnes, melyet egyik oldalán egyenárammal (I_g) táplált „n” menetű tekercselés vesz körül. A másik oldalon a résben közelítőleg homogén tér alakul ki, amely a rés közepén, ahová a mintát is helyezük még inkább megfelel ennek a feltételnek. A 3. ábrán az is látható, hogy szintén a rés két oldalára került a két mérőtekercselés. Végeredményben egyfajta „transzformátort” kaptunk, melyben nem a primer

köri áram váltakozik az idővel, hanem a tekercsek közti induktív csatolást erősítő kétrészes vasmag (nagy lágyvas tömb és a kisméretű minta). A résben keltett mágneses tér közelítő meghatározásához a gerjesztési törvényt alkalmazzuk. Az ábra jelöléseit használva:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{r} = \sum \mathbf{I} \Leftrightarrow H_{\text{Fe}} 2l_1 + H_{\text{Fe}} (2l_2 - 2d) + H_{\text{rés}} 2d = n \cdot I_g \quad (16)$$

A rés és vasmag határán (izotróp permeabilitású vasmagot feltételezve, ahol \mathbf{B} és \mathbf{H} párhuzamos) a tér jó közelítéssel a határfelületre merőleges irányú, tehát a \mathbf{B} indukció megy át folytonosan: $B/\mu_0 = H_{\text{rés}}$ valamint $B/\mu_{\text{Fe}} = H_{\text{Fe}}$. Behelyettesítve (16)-ba adódik:

$$B = \frac{n \cdot I_g / 2}{\frac{l_1 + l_2 + d}{\mu_{\text{Fe}}} + d/\mu_0} \quad (17)$$

Itt a nevezőben az első tag a μ_{Fe} nagyon nagy értéke miatt elhanyagolható a második tag mellett, így:

$$B \approx \frac{\mu_0 n \cdot I_g}{2d}, \quad (18)$$

valamint a térerősség a légrésben

$$H_{\text{rés}} \approx \frac{n \cdot I_g}{2d} \quad (19)$$

A mérőkészülék további részei: a mágnesező tekercs táplálását egy feszültséggenerátor biztosítja, a mintát pedig egy piezoelektromos mozgató rezgeti, melyet egy jelgenerátor szinuszos jelével hajtunk meg. Az indukált feszültség mérésére annak kis értéke és a zajok kiküszöbölése érdekében egy fázisérzékeny lock-in erősítőt használunk (ld. fázisérzékeny detektálás), mely az 5. fényképen látható. Ennek működési elve a „Kis fényintenzitások mérése zajos környezetben” c. hallgatói mérésben megtalálható, azonban ismerete jelen mérésnél nem szükséges. Jelenleg annyit elég tudnunk, hogy a műszer a mérendő szinuszos jel *effektív értékét* határozza meg és jelzi ki, azaz (15) alapján:

$$U_{\text{eff}} = 2N \cdot m_z \frac{12}{\sqrt{2} \cdot 5^{5/2} \cdot d^2} Z_0 \omega \quad (20)$$



5. ábra. A fázisérzékeny (lock-in) erősítő.

Mérési feladatok, a mérés menete

A feladat két különböző anyagú minta vizsgálata, és mágneses momentumaik arányának meghatározása. Ehhez a mágnesező áram függvényében az indukált feszültséget mérjük különböző értékeknél. Mivel a gerjesztő áram (I_g) a mágnesező térrel ($H_{rés}$) arányos, a mért indukált feszültség (U_{eff}) pedig a tér által okozott mágnesezettséggel/mágneses momentummal (m_z), a felvett U_{eff} - I_g görbék mágnesezési görbének is tekinthetők.

1. feladat

Helyezze az 1-es számmal jelzett mintát a mágnespofák közé! Ehhez a készüléken lévő fehér gombot le kell nyomni és elforgatni, hogy úgy maradjon (retesz). A mintát a tartójával úgy kell elhelyezni, hogy a minta a pofák között pontosan középen legyen. A mintatartót ütköztesse a gomb alsó szárához majd rögzítse azt! Ezután felengedheti a gombot. A piezoelektromos mozgatót meghajtó szinuszos jel amplitúdója legyen 1V pp (csúcstól csúcsig). Ezt az oszcilloszkópon ellenőrizheti.

Csatlakoztassa a mérőtekerics kimenetét a lock-in erősítő jelbemenetéhez (*Signal A*), valamint a jelgenerátor kettéosztott jelét a piezo mozgatóhoz és a lock-in erősítő referencia bemenetéhez (*Reference input*). Kapcsolja be az erősítőt, és helyezze a legérzékenyebb állásba (*Sensitivity* 1000 mV)! Állítsa a referencia kijelzőt *Freq*-re, valamint az időállandót (*Time constant*) 100 ms állásba. A feszültség kijelző rész legyen *Signal in* állásban. Állítsa be a jelgenerátor frekvenciáját 1500 ± 50 Hz-re. Ezt az értéket a lock-in erősítőn tudja pontosan ellenőrizni.

Az egyenáramú tápegységen a bal oldali áramérték kijelző alapján állítson be 1 A gerjesztő tekerics áramot a feszültségváltoztató potméterekkel! Nyomja meg a lock-in erősítő *AUTO* gombját, és várjon, amíg a felette lévő LED kialszik! Ekkor az erősítő a mért és a referencia jelet azonos fázisba hozta. Ha a beállítás során megváltozott az időállandó, állítsa vissza az eredeti értékekre. Ha szükséges, manuálisan keresse meg azt az érzékenységet (*Sensitivity*), amelybe a mért jel még éppen belefér, majd az áramot csökkentse 0 A-re, és nyomja meg az erősítőn az *AUTO ZERO* gombot (ha szükséges, többször is)!

Ekkor az elrendezés készen áll a mérésre. Vegye fel a minta U_{eff} - I_g görbáját 0,1 A-es lépésekben a következők szerint: először 0-tól 1 A-ig, majd vissza -1 A-ig (0-nál pólusváltás szükséges a banándugókkal), végül vissza 0 A-ig.

2. feladat

Ismételje meg az első feladat lépéseit a 2-es számú mintával.

Kiértékelés, jegyzőkönyv

Ábrázolja a kapott eredményeket U_{eff} - I_g diagramon! Értelmezze a látottakat! Ábrázolja az azonos áramértékekhez tartozó feszültségeket $U_{eff,1}$ - $U_{eff,2}$ diagramon. A megfelelő szakaszra történő egyenes-illesztéssel határozza meg a mágneses momentumok arányát! Mekkora a mágnesező tér legnagyobb értéke?