MECHANIKA 1	A) HF 06.

A16 .) feladat

Adott egy „m" tömegű, „R" sugarú, homogén tömegeloszlású gömb. (**Lásd az ábrá**t) A gömb középpontján egy (tömegtelen) merev pálca megy át. Ez lesz a gömb „t" tengelye. Adott egy „a>R" sugarú, ugyancsak tömeg nélküli, kör alakú, merev keret. A keretre (az átmérőjének a mentén) két csapágyat erősítettünk, amelyekben a gömb „t" tengelye szabadon foroghat. A keretnek e „t" tengelyre merőleges átmérőjének megfelelően „kifelé mutató" két féltengelyt erősítettünk A két féltengelyt, függőlegesen beállítva, egy álló csapágypárral függőleges helyzetben tartjuk, miközben az szabadon foroghat.

a.) A gömb a vízszintes „t" tengelye körül, állandó, „ ω_0 " szögsebességgel forog. A keret nyugalomban van. Rögzítse a forgó tömegközépponti (1,2,3) koordinátarendszert a gömbhöz úgy, hogy a „3"-as fő tehetetlenségi tengely a „t" tengely legyen. Írja fel az Euler egyenleteket ebben az esetben, és határozza meg a függőleges tengelyt tartó csapágyak által kifejtett eredő nyomaték nagyságát!

b.) Forgassuk meg a keretet a függőleges tengely körül „ ω_F " szögsebességgel! Adja meg a gömbhöz rögzített (1,2,3) koordinátarendszerben a gömb eredő $\vec{\omega}$ szögsebesség vektorát az idő függvényében! (Segítség: A gömbbel együtt forgó rendszerben a szögsebességvektor forogni fog!)

c.) Írja fel az Euler egyenleteket ebben az esetben és határozza meg a függőleges tengelyt tartó csapágyak által kifejtett eredő nyomaték nagyságát a $t = 0$ időpillanatban!

d.) EXTRA! Oldja meg a b) ill. c) feladatot a kerettel együtt forgó koordinátarendszerben is. Írja fel a gömb $\vec{\omega}_F$ szögsebességvektorát ebben a rendszerben, valamint az "Euler-szerű" egyenleteket! (A forgó koordinátarendszer $\vec{\omega}_F$ szögsebessége és az impulzusmomentumot meghatározó $\vec{\omega}$ most különbözőek.)

A17.) feladat

Adott az (x,y) síkban egy egyenlő szárú, derékszögű háromszög alakú lap. A lap derékszögű csúcsa az origóban van, az „a" hosszúságú szárai az „x" és az „y" tengelyekre illeszkednek. Az „m" tömegű lap homogén tömegelszlású. Ismeretes a háromyzögnek az „O" origóra számított Θ_{ij}^{O} tehetetlenségi mátrixa:

$$\Theta_{ij}^{O} = \frac{1}{12} ma^2 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

a.) A tanult „párhuzamos eltolási transzformáció" felhasználásával — határozza meg a lap "TKP" tömegközéppontjára számított Θ_{ij}^{TKP} tehetetelenségi mátrixát a megfelelő (x,y,z) koordinátarendszerben! (Segítség: A homogén háromszöglap TKP-ja megegyezik a geometriai háromszög súlypontjával.)

b.) A Határozza meg a lap "TKP" tömegközéppontjhoz rögzített fö tehetetlenségi tengelyeket (szabad tengelyek)!

c.) A Határozza meg a lap tehetetelenségi tenzorának a Θ_{ij}^{TKP} mátrixát a tehetetlenségi főtengely rendszerben!

A18.) feladat

Adott egy „R" sugarú,"m" tömegű, homogén korong. A koronghoz a geometriai forgástengelyeével egybeeső merev (tömegtelen) pálcát erősítetteünk. A pálca hossza (a korong mindkét oldalán) „a". A korongot víszintes helyzetben ω_0 szögsebességgl megforgatjuk. A tengelyét az egyik végpontjánál fogva egy függőleges zsineggel fellógatjuk és a „t=0" időpilanatban egy F nagyságú erővel húzzuk úgy, hogy a tengely másik felétt elengedjük.

a.) Határozza meg az F erő által kifejtett forgatónyomaték vektort a t=0 időpillanatban a forgó kerékhez rögzített (a kerék geometriájának megfelelő) TKP-i fő tehetetlenségi rendszerben!

a.) Írja fel az Euler egyenleteket a t=0 időpillanatban és határozza meg az $\dot{\vec{\omega}}$ szögsebesség változást ekkor a forgó korongra!

b.) Diszkutálja a tengely mozgását a t=0 időpillanatban az álló koordinátarendszerben!

MECHANIKA 1	B) HF 06.

B11.) feladat

Adott egy „R” sugarú kör keresztmetszetű, H magasságú, homogén tömegeloszlású, „m” tömegű, tömör henger. A henger szimmetriatengelye legyen a „+z” tengely. Az origó az alaplap „O” középpontjában van.

a.) Határozza meg a Θ_{ij}^{O} tehetetlenségi mátrixot a megadott koordinátarendszerben.

b.) Határozza meg a Θ_{ij}^{TKP} tehetetlenségi mátrixot a tömegközépponti fő tehetetlenségi rendszerben.

Tekintsük azt a „t” tengelyt, amelyik átmegy a henger TKP tömegközéppontján, a (y,z) síkban van és illeszkedik az alapkör kerületére. A henger állandó „ω_0” szögsebességgel forog az álló, csapágyazott „t” tengely körül.

c.) Határozza meg az $\vec{\omega}_0$ vektort, majd ennek ismeretében az $\vec{L}$ perdületvektort!

d.) A perdülettétel alkalmazásával határozza meg a csapágyak által kifejtett eredő forgatónyomaték *N* nagyságát!

e.) Legyen az *m* tömegű henger geometriája olyan, hogy „H=kR”, ahol „k” pozitív szám. Rajzolja fel az N(k) függvényt!

B12.) feladat

Az árán az ún. „zúzómalom” vázlata látható. A hengerek sugara „R”, a vastagságuk „H”, a tömegük „m”. Legyen a H<<R, azaz a hengerek koronggal közelíthetők. A függőleges, „f” forgó tengelyhez, csuklóval kapcsolódó, vízszintes helyzetű féltengelyek hossza „a”. (Az „a”-t a hengerek TKP tömegközéppontjától mérjük.). A korongok a vízszintes felületen csúszásmentesen gördülnek. A szimmetria miatt elegendő csak az egyik korong mozgását vizsgálnunk.

a.) Válassza ki az egyik korongot. Határozza meg a korongnak a függöleges „f” tengelyre vett Θ_f és a vízszintes „t” forgástengelyre vett Θ_t tehetetlenségi nyomatékát!

b.) A függőleges „f” tengelyt állandó „$\vec{\omega}_f$” szögsebességgel forgatjuk. Határozza meg a korong „t” tengely körüli forgását megadó $\vec{\omega}_t$ szögsebesség vektort!

A mozgó korongnak a csuklópontra vonatkozó $\vec{L}_0$ eredő perdülete két tagból áll. $\vec{L}_0 = \vec{L}_t + \vec{L}_f$. Ahol az első tag a „t” köröli forgásból a második az „f” körüli forgásból származik.

c.) A Θ_f, a Θ_t valamint a szögsebességek ismeretében határozza meg a két perdület összetevő nagyságát!

d.) Vázolja fel fel egy alkalmas vektorábra segítségével az $\vec{L}_0$ perdületvektornak az álló rendszerhez viszonyított precessziós mozgását!

e.) A vektorábra alapján határozza meg az álló rendszerben megfigyelhető $\dot{\vec{L}}$ időderiváltat!

f.) A perdülettétel felhasznáásával határozza meg, hogy a forgás miatt a vízszintes felület mekkora F erővel nyomja a hengert!

g.) Mekkora ω_f szögsebességgel kell forgatni a függőleges tengelyt, ha azt akarjuk, hogy a henger 2*mg* erővel nyomja a vízszintes felületen lévő zúzandó anyagot?

e.) Extra! Az A16/d feladathoz hasonlóan oldja meg a feladatot egy a tengellyel együtt forgó koordinátarendszerben is!
