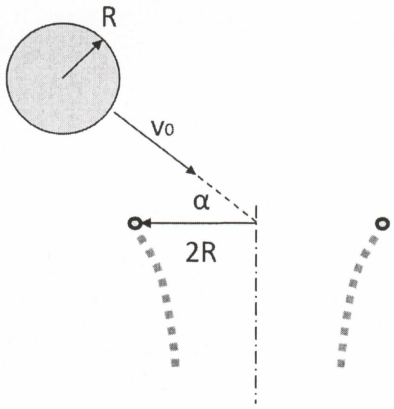
Villamosmérnök alapszak Fizika1 1. vizsga dolgozat, 2020. jan. 8.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Ösz

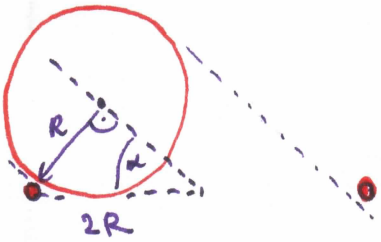
NÉV: _____ **Neptun kód:** _____

Előadó: Márkus / Sarkadi / vizsgakurzus

1. Egy R sugarú kosárlabda v_0 sebességgel közelít a kosárpalánkon található vízszintes síkú, $2R$ sugarú gyűrű felé.



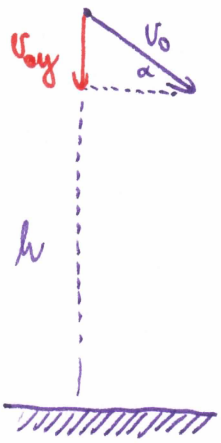
a) Legalább mekkora α szög alatt kell megérkeznie a labdának a kosárhoz, hogy a labda ütközés nélkül átmenjen a gyűrűn? (1)



$$\sin\alpha = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\alpha = 30^\circ}$$

b) A kosáron található háló feladata, hogy a kosárba eső labda sebességének vízszintes komponensét elvegye. A labda függőleges irányú sebesség-komponensét azonban nem változtatja meg a háló. Mennyi idő alatt ér földet a labda, ha a gyűrű h magasságban van, a labda pedig az a) feladatban megállapított kritikus szögben v_0 sebességgel érkezik a kosárba? (2) Mekkora sebességgel ér földet a labda? (1)



$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ = \frac{v_0}{2}$$

$$h = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} t^2$$

$$0 = \frac{g}{2} t^2 + \frac{v_0}{2} t - h$$

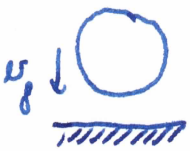
$$t_{1,2} = \frac{-\frac{v_0}{2} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 2gh}}{g}$$

$$0 < t \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{v_0^2}{4g^2} + \frac{2h}{g}} - \frac{v_0}{2g}}$$

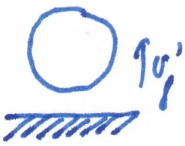
$$v_f = v_{0y} + gt = \frac{v_0}{2} + \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 2gh} - \frac{v_0}{2}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 2gh}}$$

c) A labda a talajról felpattan, és éppen a kosár magasságáig emelkedik. Mozgási energiájának hányad részét vesztette el a labda a talajjal való ütközése során? (1)



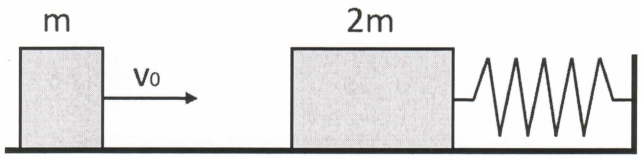
$$E = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_{0y}^2 + mgh$$



$$E' = \frac{1}{2} m v_f'^2 = mgh$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E - E'}{E} = \frac{\frac{1}{2} m v_{0y}^2 + mgh - mgh}{\frac{1}{2} m v_{0y}^2 + mgh} = \frac{\frac{1}{2} v_{0y}^2}{\frac{1}{2} v_{0y}^2 + gh} = \boxed{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 8gh}}$$

2. Egy m tömegű, v_0 sebességű test az ábra szerint nekiütközik egy k direkciójú rugóhoz rögzített, kezdetben nyugalomban lévő, $2m$ tömegű testnek. Az ütközés tökéletesen rugalmas és pillanatszerű. A súrlódási erők mindenütt elhanyagolhatóak.



a) Mekkora a sebessége a $2m$ tömegű testnek az ütközést követő pillanatban? (2)

Ütközés előtt:

Ütközés után

Impulzusmegmaradás:

$$m v_0 = m u + 2 m v$$

① $u = v_0 - 2v$

Mech. energia megmaradás:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m v^2$$

② $v_0^2 = u^2 + 2v^2$

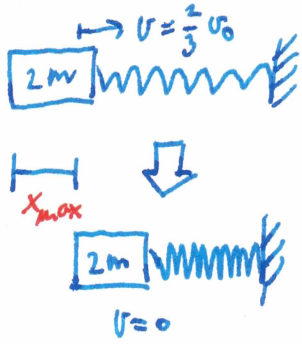
① → ② $v_0^2 = (v_0 - 2v)^2 + 2v^2$

$$v_0^2 = v_0^2 - 4v_0 v + 4v^2 + 2v^2$$

$$4 v_0 v = 6 v^2 \Rightarrow 2v_0 = 3v$$

$$\boxed{v = \frac{2}{3} v_0}$$

b) Mekkora lesz a rugó maximális összenyomódása? (1)



Mech. energia megmaradás

$$\underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{E_{kin}} + \underbrace{0}_{E_{pot}} = \underbrace{0}_{E'_{kin}} + \underbrace{\frac{1}{2} k x_{max}^2}_{E'_{pot}} \Rightarrow x_m = v \cdot \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$\boxed{x_{max} = \frac{2}{3} v_0 \sqrt{\frac{2m}{k}}}$$

c) Fejezze ki a feladat szövegében megadott paraméterekkel a $2m$ tömegű test kitérés-idő függvényét! (2)

Harmonikus rezgőmozgás: $\underbrace{x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)}$

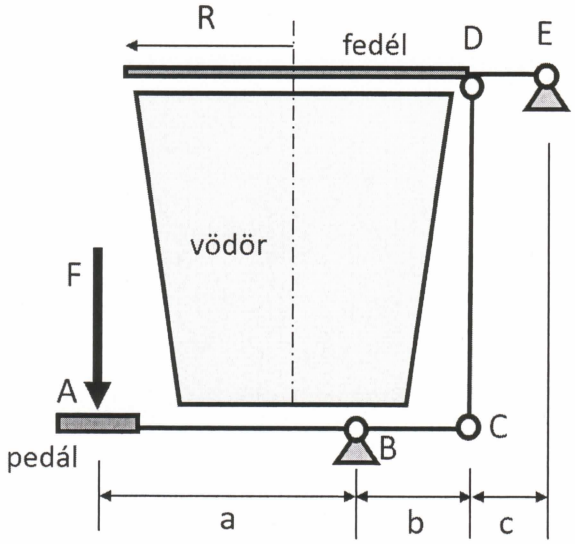
$$A = x_{max} = \frac{2}{3} v_0 \cdot \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$\varphi_0 = 0$, mert $x(t=0) = 0$

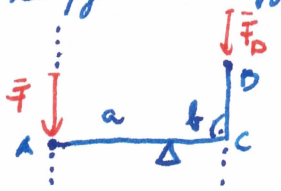
$$\Rightarrow \boxed{x(t) = \frac{2}{3} v_0 \sqrt{\frac{2m}{k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t\right)}$$

3. Az ábrán egy olyan szemetesvödör sematikus rajzát láthatjuk, amelynek fedele pedál segítségével nyitható. A főbb geometriai méretek az ábrán fel vannak tüntetve. A pedálra függőlegesen lefelé irányuló F erővel hatunk az A támadáspontban. Az erő elegendően nagy ahhoz, hogy a fedél elkezdjen felnyílni.



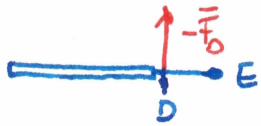
a) Mekkora erő ébred a D pontban? Feltételezzük, hogy a rudak tömege elhanyagolható. (1)

· A rudazatra ható erők forgatónyomatéki kiegyenlítik egymást: $0=\sum M = Fa - F_D \cdot b$

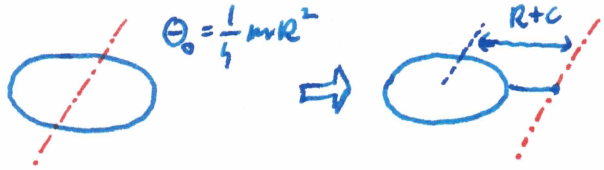


$$\Rightarrow \boxed{F_D = \frac{a}{b} \cdot F}$$

A fedélre ható erő az $\bar{F}_D$ ellenereje:



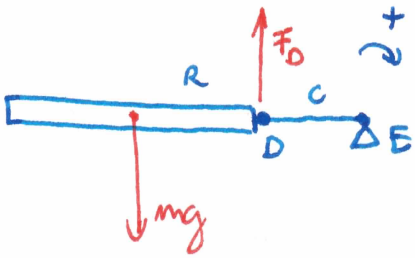
b) Határozza meg a vödör fedelének E ponton átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát! Feltételezzük, hogy a fedél egy homogén tömegeloszlású, m tömegű, R sugarú korong, melynek tetszőleges átmérőjére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\theta_0 = {}^1/_4\, mR^2$. (1)



Steiner-tétel: $\Theta = \Theta_0 + m(R+c)^2$

$$\boxed{\Theta = \frac{1}{4} mR^2 + m(R+c)^2}$$

c) Határozza meg a fedélre ható erők E ponton átmenő tengelyre vonatkoztatott forgatónyomatékainak eredőjét! (1)



$$\sum M = F_D \cdot c + (-mg)(R+c)$$

$$\boxed{\sum M = \frac{a}{b} \cdot F \cdot c - mg(R+c)}$$

d) Mekkora szöggyorsulással kezd nyílni a fedél? (1)

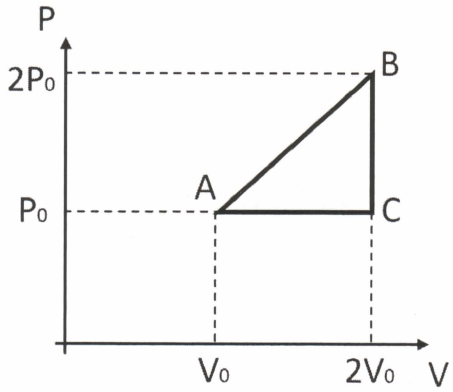
$$\sum M = \Theta \beta \Rightarrow \beta = \frac{\sum M}{\Theta} = \boxed{\frac{\frac{a \cdot c}{b} \cdot F - mg(R+c)}{\frac{1}{4} mR^2 + m(R+c)^2}}$$

e) Legalább mekkora F erővel kell lenyomni a pedált, hogy a fedél megmozduljon? (1)

$$0 < \beta = \frac{\frac{a \cdot c}{b} \cdot F - mg(R+c)}{\frac{1}{4} mR^2 + m(R+c)^2} \Rightarrow \frac{a \cdot c}{b} \cdot F > mg(R+c)$$

$$\boxed{F > \frac{(R+c)\, b}{a \cdot c} \cdot mg}$$

4. Egy egyatomos ideális gáz kezdetben P_0, V_0 és T_0 állapotjellemzőkkel rendelkezik. A gázzal az ábrán látható *ABCA* körfolyamatot hajtjuk végre.



a) Mekkora a gáz hőmérséklete a *B* illetve a *C* pontban? (1)

$$\left.\begin{aligned} P_0V_0 &= nRT_0 \\ 2P_0\cdot 2V_0 &= nRT_B \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{T_B = 4T_0}$$

$$\left.\begin{aligned} P_0V_0 &= nRT_0 \\ P_0\cdot 2V_0 &= nRT_C \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{T_C = 2T_0}$$

b) Határozza meg a hőfelvétel (vagy hőleadás) mértékét az *AB*, a *BC* illetve a *CA* folyamatok során! (3)

A→B:

$$W_{gáz} = P_0 \cdot V_0 + \frac{P_0 + 2P_0}{2}\cdot V_0 = \frac{3}{2}P_0V_0$$

$$\Delta E_b = C_V\cdot n\Delta T = \frac{3}{2}Rn(4T_0 - T_0) = \frac{9}{2}P_0V_0 = \frac{9}{2}nRT_0$$

$$Q_{AB} = \Delta E_b + W_{gáz} = \frac{3}{2}P_0V_0 + \frac{9}{2}P_0V_0 = \boxed{6P_0V_0}$$

B→C:

$$W_{gáz} = \emptyset \qquad \Delta E_b = C_V\cdot n\Delta T = \frac{3}{2}R\cdot n(2T_0 - 4T_0) = -3Rn\Delta T = -3P_0V_0$$

$$Q_{BC} = \Delta E_b + W_{gáz} = \boxed{-3P_0V_0}$$

C→A:

$$W_{gáz} = P_0 \cdot V_0 = -P_0V_0$$

$$\Delta E_b = C_V n\Delta T = \frac{3}{2}Rn(T_0 - 2T_0) = -\frac{3}{2}RnT_0 = -\frac{3}{2}P_0V_0$$

$$Q_{CA} = W_{gáz} + \Delta E_b = -P_0V_0 - \frac{3}{2}P_0V_0 = \boxed{-\frac{5}{2}P_0V_0}$$

c) Mekkora a körfolyamat által definiált hőerőgép hatásfoka? (1)

$$\Sigma W_{gáz} = P_0 \cdot V_0 = \frac{1}{2}P_0V_0$$

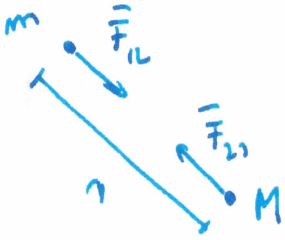
$$Q_{fel} = Q_{AB} = 6P_0V_0$$

$$\eta = \frac{\Sigma W_{gáz}}{Q_{fel}} = \frac{\frac{1}{2}P_0V_0}{6P_0V_0} = \boxed{\frac{1}{12}P_0V_0}$$

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Ábra, valamint matematikai összefüggés segítségével értelmezze a két tömegpont közt ébredő gravitációs kölcsönhatást! (1) A felírt törvényből, valamint Newton mozgástörvényeiből kiindulva mutassa meg, hogyan határozható meg a nehézségi gyorsulás értéke a Föld felszínén a Föld sugarának, valamint tömegének ismeretében! (1) Miért engedhetjük meg magunknak, hogy az eredetileg csak két pontszerű tömeg gravitációs kölcsönhatására felírt törvényt egy pontszerű test, valamint a kiterjedt Föld kölcsönhatására is alkalmazhatjuk? (1)

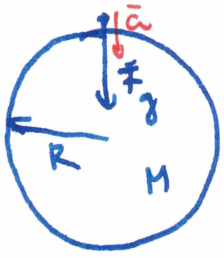


$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$ $\quad |\bar{F}_{12}| = |\bar{F}_g| = \gamma \frac{Mm}{r^2}$

gravitációs állandó: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

$\bar{g} = \bar{a}$

$\sum \bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow \bar{F}_g = m\bar{g}$ $\quad |\bar{g}| = \frac{|\bar{F}_g|}{m} = \frac{\gamma \frac{M \cdot m}{R^2}}{m} = \gamma \frac{M}{R^2}$



• A kiterjedt Föld gravitációs terét azért közelíthetjük egy M tömegű tömegpont gravitációs terével, mert a Földet gömbszimmetrikusnak feltételezzük.

2. Mit állíthatunk egy pontrendszer tömegközéppontjának mozgásáról? Fogalmazza meg a pontrendszerek mozgását leíró Newton II. törvényt! (1) Írja fel matematikai alakban is! (0,5) Mit állíthatunk a pontrendszerek impulzusáról? Fogalmazza meg a pontrendszerek impulzustételét! (1) Írja fel matematikai alakban is (0,5)

• Pontrendszer tömegközéppontjának gyorsulása arányos a pontrendszerre ható külső erők eredőjével. A arányossági tényező a pontrendszer teljes tömege.

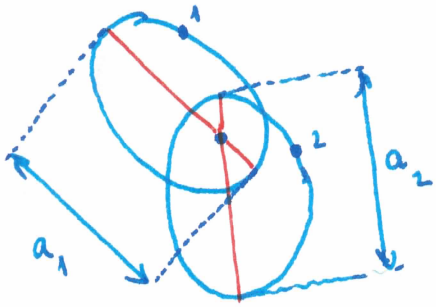
$$\sum \bar{F}_K = M \bar{a}_{TKP}$$

• Pontrendszer teljes impulzusának időegységenkénti megváltozása egyenlő a pontrendszerre ható külső erők eredőjével.

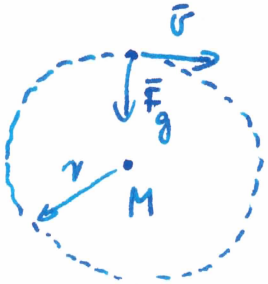
$$\sum \bar{F}_K = \dot{\bar{I}}_{ösz} \qquad \sum \bar{F}_K = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{I}_{ösz}}{\Delta t}$$

3. Írja fel egy mondatban, (0,5) valamint matematikai összefüggés segítségével is (0,5) Kepler harmadik törvényét! Newton törvényeiből kiindulva mutassa meg, hogy kör alakú bolygópályák esetén érvényes Kepler harmadik törvénye! (2)

Egy naprendszerben a bolygópályák nagytengelyeinek közei úgy aránylanak egymáshoz, mint a keringési idők négyzetei.



$$\boxed{\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}}$$



$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

$$F_g = m a_{cp}$$

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\gamma M}{r}$$

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{\gamma M}{r}} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}\cdot r^3} \Rightarrow T^2 \sim r^3 \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

4. Írja fel a csillapított harmonikus rezgés alapegyenletét, (0,5) és nevezze meg az egyenletben szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) Milyen reláció áll fenn az alulcsillapított (0,5), valamint a túlcsillapított (0,5) rezgő rendszer paraméterei között? Vázlatosan ábrázolja egy alulcsillapított, valamint egy túlcsillapított rendszer a kitérés-idő függvényét, melyet *A* kezdeti kitéréssel, nulla kezdősebességgel indítunk el! (1)

$$\boxed{\begin{aligned} a_{(t)} + 2\beta v_{(t)} + \omega_0^2 x_{(t)} &= 0 \\ \ddot{x}_{(t)} + 2\beta \dot{x}_{(t)} + \omega_0^2 x_{(t)} &= 0 \end{aligned}}$$

Csillapított harmonikus rezgés alapegyenlete.

$x_{(t)}$: kitérés-idő fv.

$v_{(t)} = \dot{x}_{(t)}$: sebesség-idő fv.

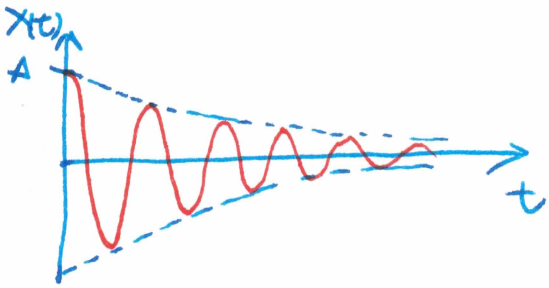
$a_{(t)} = \ddot{x}_{(t)}$: gyorsulás-idő fv.

β: csillapítási tényező

ω_0: sajátfrekvencia

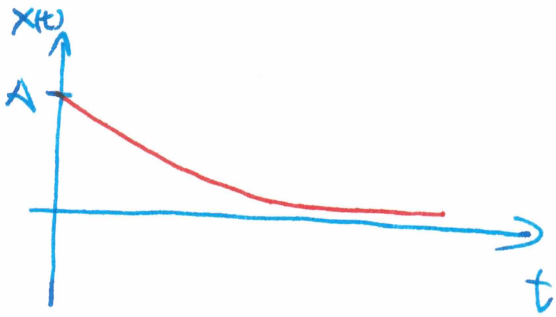
Alulcsillapított

$\beta < \omega_0$



Túlcsillapított

$\beta > \omega_0$

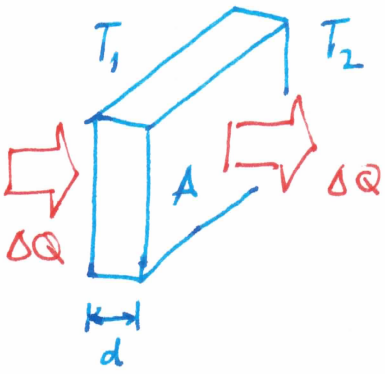


5. Nevezze meg a hőterjedés három fajtáját! (1,5) Tetszőlegesen válassza ki az egyik hőterjedési formát, és írjon fel matematikai összefüggést, mely az időegység alatt bekövetkező hőátadás mértékét megadja! (0,5) Nevezze meg a kifejezésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1)

Hőterjedés fajtái

- Hősugárzás
- Hővezetés
- Hőáramlás

Hővezetés



$T_1 > T_2$

Felület

Hőmérséklet-különbség

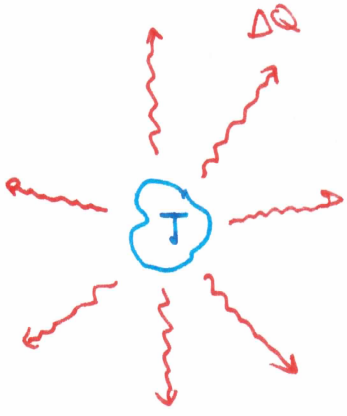
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \frac{A}{d} (T_1 - T_2)$$

a vastagság

anyagra jellemző hővezetési tényező

Hőáram

Hősugárzás



Feketetest-sugárzás Stefan-Boltzmann törvénye:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \sigma A T^4$$

test hőmérséklete (abszolút)

sugárzó felület

Stefan-Boltzmann-állandó

időegység alatt kisugárzott hő.

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

---

1. A hely-idő függvény meredekség-függvénye a tömegpont ....sebesség - függvényét.... adja meg.

2. Vízszintes talajról elhajítunk egy testet először függőlegesen, majd ferdén, ugyanakkora nagyságú kezdősebességgel. A függőlegesen elhajított test sebessége földetéréskor ..ugyanakkora....., mint a ferdén elhajított testé.

3. Ha egy testet kétszer magasabb toronyból ejtünk le, a földetéréskor mért sebessége ....$\sqrt{2}$....-szeresére nő.

4. Egy tartálykocsi vízszintes talajon g gyorsulással egyenletesen gyorsul. A folyadék felszíne a talajjal ....45°.... szöget zár be.

5. Ismerjük egy rugó által kifejtett F(x) erő nagyságát az x megnyúlás függvényében. A rugó megnyújtásához szükséges munka kiszámítható az F(x) függvény ....görbe alatti területének.... kiszámításával.

6. Az egyenlítőn észak felé haladó járműre ható Coriolis-erő ....zérus....

7. Centrális erőtérben mozgó tömegpont ....impulzusmomentuma.... állandó.

8. Pontrendszer impulzusa állandó, ha a ....pontrendszerre ható külső erők eredője nulla....

9. Egy matematikai inga tömegét megduplázzuk. Az inga lengésideje ....nem változik....

10. Ha a hullámtér rezgéseinek kitérése merőleges a hullám terjedési irányára, a hullám ....transzverzális....

11. Lebegés akkor jön létre, ha két ....eltérő frekvenciájú.... hullám találkozik egymással.

12. A ..hőmérséklet, nyomás..... egy intenzív állapothatározó.

13. Egy kétatomos gázmolekula szabadsági fokainak száma ....5...., ha a két atomot összetartó kémiai kötést merev rúdnak tekintjük.

14. Ha a folyadék felett csökkentjük a gáztér nyomását, a folyadék forráspontja ....csökken....

15. Egy melegebb test Q hőt ad le, amelyet egy hidegebb test vesz fel. A rendszer összes entrópia-változása ....pozitív....