MECHANIKA 2	GYAK 03.

Speciális rtelativitáselmélet: Dinamika (mozgásegyenlet)

1.) Feladat

Adott egy „+x” irányú homogén $\vec{E}(E,0,0)$ elektromos mező. Egy m_0 tömegű, Q ponttöltés az origóból (x=0) nyugalomból $\dot{x}(0)=0$ indul és az elektromos mező hatására gyorsulva mozog.

a.) Oldja meg a feladatot nemrelativisztikus közelítésben! (Középiskolás tananyag!)

b.) Írja fel a relativisztikus mozgásegyenlete a pontra ható hármas $\vec{F}(F,0,0)$ erő segítségével!

c.) Az adott kezdeti feltételekkel határozza meg a sebesség $\dot{x}(t)$ függvényt!

d.) Rajzolja fel az $\dot{x}(t)$ függvényt! Hasonlítsa össze a nemreletivisztikus eredménnyel!

e.) Az $\dot{x}(t)$ sebesség és az x(0)=0 kezdeti feltétel ismertében határozza meg az x(t) függvényt!

f.) Rajzolja fel a kapott x(t) függvényt! Hasonlítsa össze a nemreletivisztikus eredménnyel!

2.) Feladat

Aott egy „+y” irányú homogén $\vec{E}(0,E,0)$ elektromos mező. Egy Q töltésű, m_0 tömegpont az origóból (x=0, y=0) $\dot{x}(0)=v_0$ kezdősebességgel indul és az elektromos mező hatására gyorsulva mozog.

a.) Oldja meg a feladatot nemrelativisztikus közelítésben! (Középiskolás tananyag! Analógia: „vízszintes hajítás”.)

b.) Írja fel a relativisztikus (x,y irányú) mozgásegyenleteket a pontra ható hármas $\vec{F}(0,F,0)$ erő segítségével!

c.) Az adott kezdeti feltételekkel határozza meg a négyes sebesség „$\gamma\cdot\dot{x}(t)$” és „$\gamma\cdot\dot{y}(t)$” komponenseit! Ezek segítségével határozza meg a relativisztikus „γ” faktort

d.) A relativisztikus „γ” faktor ismeretében határozza meg a részecske sebességének a nagyságát megadó v(t) függvényt! t

e.) Rajzolja fel a kapott v(t) függvényt! Hasonlítsa össze a nemreletivisztikus v(t) eredménnyel!

3.) Feladat

Adott egy „z” irányú, homogén „B” mágneses mező. Az (x,y) síkban egy m_0 tömegű és q töltésű pontszerű részecske „v” nagyságú mozog.

a.) Nemreletisztikus közelítésben határozza meg a részecske mozgását jellemző ω_C ún. ciklotron körfrekvenciát!

b.) Írja fel a mozgásegyenletet vektoros alakban a pontra ható $q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$ hármas erő segítségével!

c.) Tudva azt, hogy a $p^{\mu}p_{\mu}$ négyes erő állandó (invariáns skalár) bizonyitsa be, hogy $\vec{p}\dot{\vec{p}}=0$!

d.) Az eddigiek ismeretében és a „$\dot{\vec{v}}=\vec{\omega}\times\vec{v}$” ismert kinematikai összefüggés felhasználásával határozza meg a relativisztikus ω ciklotron körfrekvenciát!

e.) A relativisztikus ω és a nemrelativisztikus ω_C alapján mutassa meg, hogy a megfelelő T és T_C periódusidők között a jól ismert időtágulási kapcsolat áll fenn!.

f.) Határozza meg, hogy a körpálya „R” sugara hogyan függ a relativisztikus részecske „v” sebességétől!

g.) Rajzolja fel a kapott R(v) függvényt!

h.) Hasonlítsa össze a nemreletivisztikus $R_0(v)$ eredménnyel!

i.) Rajzolja fel a relativisztikus periódusidő T(v) függvényét és hasonlítsa össze a nemrelativisztikus $T_0(v)$ eredménnyel!

4.) Feladat

Adott egy „z” irányú, homogén „B” mágneses mező. Az (x,y) síkban egy m_0 tömegű és q töltésű, pontszerű részecske **nemrelativisztikusan** mozog. A részecskét az origúhoz egy „D” erősségű rugó köti.

a.) Írja fel a mozgásegyenletet az $\ddot{x}$ és az $\ddot{y}$ gyorsulásokra!

b.) A kapott csatolt differenciálegyenletrendszer megoldásához egy egyszerűsítő matematikai fogást lehet használni. Vezesse be az „$\tilde{\xi} \equiv x + i \cdot y$” definícióval a „$\tilde{\xi}$” komplex mennyiséget! Az a.)-ban felírt mozgásegyenletek megfelelő kombinálásával írja fel a „$\tilde{\xi}$”-ra adódó mozgásegyenlete!

c.) A „$\tilde{\xi}$” komplex mennyiségre kapott differenciálegyenlet egy „komplex” csillapítási tényezővel rendelkező rezgőmozgásé. Keresse a megoldást a szokásos $\tilde{\xi} = \tilde{A} \cdot \exp\left\{\tilde{\lambda}\right\}$ alakban!

d.) Határozza meg a komplex $\tilde{\lambda}$ kitevőt!

e.) Határozza meg az általános megoldást! Jelölje a lineáris kombináció együtthatóit A_1 és A_2-vel!

f.) A kapott $\tilde{\xi}$ (t) függvény és a $\tilde{\xi} \equiv x + i \cdot y$ definíció felhasználásával határozza meg az x(t) és y(t) függvényeket!

g.) Mutassa meg, hogy az x(t) és y(t) által meghatározott pálya egy „ω_L” (ún. Larmor) körfrekvenciával forgó ellipszis!