MIÉRT TUDJA KIMUTATNI A LIGO A GRAVITÁCIÓS HULLÁMOT?

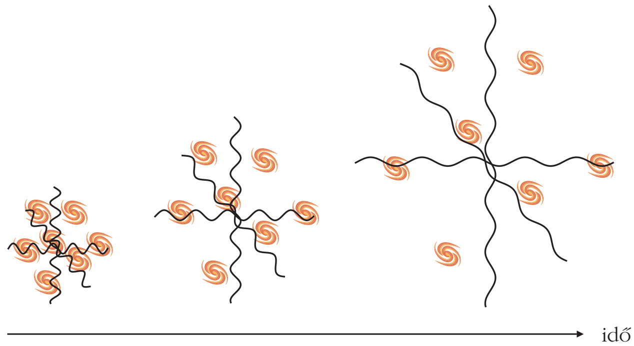
Bokor Nándor
BME Fizika Tanszék

A tréfás istenség és a táguló Univerzum

Képzeljünk el egy játékos kedvű istenséget, aki kívülről figyeli világunkat, és elhatározza, hogy megtréfál bennünket: egyszer csak az egész emberi világ méretét – az összes objektumot és a köztük levő távolságokat – varázsütésre százszorosára tágítja. (Szigorúan véve nem idézhető elő olyan pillanatszerű változás, amely az egész világon mindenhol abszolút értelemben egyidejűleg következik be, hiszen az egyidejűségnek nincsen abszolút jelentése, de most ne hagyjuk, hogy ez megzavarja a töprengésünket.) Észrevennénk-e világunk hirtelen méretnövekedését, ha a hosszmérésre csak hagyományos műszerek – méterrudak, vonalzók, mérőszalagok – állnának rendelkezésre? Úgy tűnik, hogy nem vennénk észre, hiszen mérőeszközeink is a világ egészével együtt arányosan változtatnák (az istenség nézőpontjából) méretüket. Külső, isteni nézőpont híján nem szereznénk tudomást arról, hogy itt bármi történt.

Az Univerzum, isteni tréfától függetlenül, *ténylegesen* tágul. Ezt a tágulást éppen azért tudjuk értelmezni és kimutatni, mert nem minden méret növekszik. Ami tágul, az a mérőeszközeinkben távolságetalonként használt hosszegységhez *képest* teszi. Csillagászati mértékű távolságok mérése technológiai, sőt fogalmi nehézségekkel is jár, hiszen ilyenkor egymás mellé fektetett méterrudakat már nem használhatunk, és nem magától értetődő, hogy egyáltalán mit érthetünk távolság alatt [1], de ha eltekintünk az ilyen fogalmi problémáktól, akkor leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy a tapasztalatok szerint, „méterrúdjainkhoz képest” nem növekszik például a Naprendszer vagy a galaxisok mérete, növekszik viszont a galaxisok egymás közötti átlagos távolsága, és hasonló ütemben növekszik az Univerzumot kitöltő kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás (Cosmic Microwave Background – CMB) karakterisztikus hullámhossza. Az *1. ábra* vázlatosan mutatja a galaxisok méretére és távolságára, illetve a CMB-re vonatkozó tapasztalatokat.

Fontos észrevenni, hogy *a CMB elektromágneses hullámát értelmetlen lenne „méterrúdként” használni 2-2 galaxis távolságának mérésére.* Ha távolságukat úgy jellemeznénk, hogy leszámolnánk, hány hullámhossznyi CMB fény „fér be” közéjük, akkor úgy járnánk, mint akiket megtréfált az első bekezdésben szereplő istenség. Az adott galaxisok közé befért hullámhosszak száma – mint az *1. ábrán* látható – a tágulás közben nem változik.



1. ábra. A táguló Univerzum vázlatos ábrázolása. A galaxisok távolsága és a kozmikus háttérsugárzás (CMB) hullámhossza nő. Távolságméréshez a CMB fényhullámát nem használhatjuk hosszetalonként.

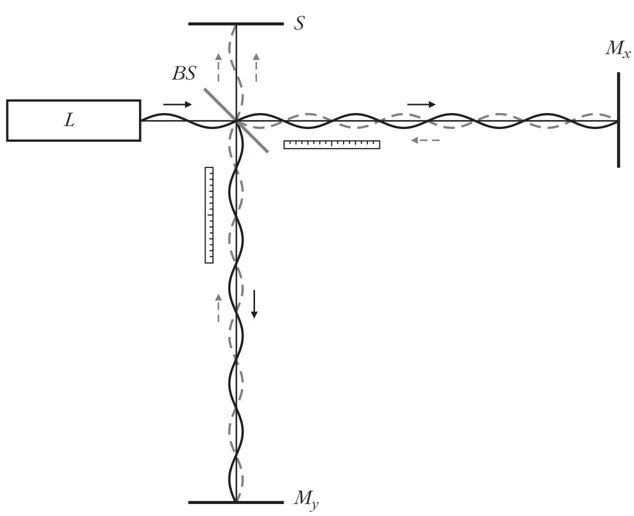
Hosszváltozás mérése Michelson-interferométerrel sík téridőben

Miért vall kudarcot a kozmikus háttérsugárzás a méterrúd szerepében? Alapvetően nem a CMB *fény* jellegével van a baj. Fényhullámokkal igenis lehet távolságváltozást mérni. Nézzük például, hogyan tudunk (kisebb, laboratóriumi léptékű) hosszváltozást kimutatni egy lézeres Michelson-interferométer segítségével. A gondolatkísérlet *sík téridőben* zajlik.

A *2. ábra* a Michelson-interferométer vázlatos rajza. Az *L* lézer hullámhosszát a jobb áttekinthetőség kedvéért – nem realisztikus módon – olyan nagynak választottam, hogy a nyalábosztó (beamsplitter – *BS*) és az *x* és *y* karokban elhelyezkedő tükrök (M_x és M_y) közé csupán 4 hullámhossznyi fényhullám fér. Szintén a jobb áttekinthetőséget szolgálja, hogy az ábrán a tükrök egyszerűen csak visszafordítják a fényhullámot (eltekintettem attól, hogy a tükrökön és a nyalábosztón reflexiókor fázisugrást szenved a fény). A két kart egyenlő hosszúnak választottam, ekkor az *S* ernyőn erősítő interferencia figyelhető meg. Az ábrán két merev rúd is látható, ellenőrzésképpen ezekkel is lemérhetjük a karok hosszát. (A merev rúd definíció szerint olyan test, amelynek a részecskéi közötti nagy kohéziós erő ellenáll bármilyen külső hatásnak, amely a rudat összenyomná vagy széthúzná.)

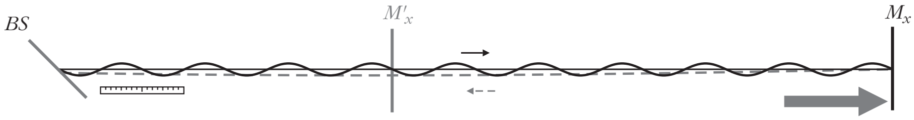
Képzeljük most el, hogy az interferométer egyik karjának hosszát hirtelen megnöveljük. (Azért választottam ezt a példát, mert az ilyen lépésfüggvényszerűen hirtelen változás – matematikai egyszerűsége miatt – hasznos lesz majd, amikor a gravitációs hullám problémáját fogom elemezni [2].) „Hirtelen” változás alatt érthetjük például azt, hogy az M_x tükröt a lehető leggyorsabban hátrébb rántjuk. Tegyük fel, hogy a tükör tetszőlegesen nagy gyorsulásokat is kibír, és fénysebességhez közeli sebességgel hátrébb tudjuk rántani. A hátramozdított tükör megállítása utáni pillanatot mutatja a *3. ábra*. Az ábrán a konkrét számadatok kedvéért $v = 12/13\,c$ sebességgel húztam el a tükröt, és a kart 2,5-szeresére nyújtottam. A nyalábosztó felől a tükör felé haladó hullám – amely mindvégig gyorsabban haladt jobbra, mint a tükör – változatlan hullámhosszal tölti ki a nyalábosztó és a tükör közötti térrészt. A szaggatott vonallal jelölt visszavert hullám a tükör mozgása alatt Doppler-eltolódást szenvedett, hullámhossza az ábrán látható módon jelentősen (25-szörösére) megnyúlt. Ezt a rövid ideig tartó Doppler-szakaszt leszámítva a kart oda-

2. ábra. Michelson-interferométer.

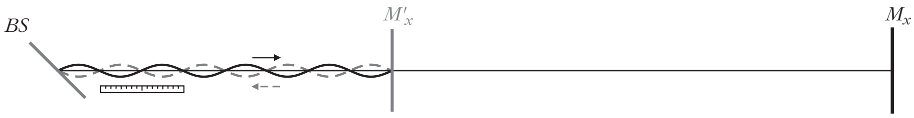


Köszönetemet fejezem ki *Horváth Anna* harmadéves fizikus hallgatónak (BME TTK) az oktatásban nagyon jól használható Matlab-program elkészítéséért, amely egy gravitációs hullám által megbolygatott Michelson-interferométer két karjában terjedő fényhullámok, illetve interferenciaképük időbeli viselkedését szemlélteti [4].

Bokor Nándor egyetemi docens a BME-n szerzett villamosmérnök-diplomát 1993-ban, majd ugyanott fizikából PhD fokozatot 1999-ben. Munkájában – az optika számos területén végzett kutatásai mellett – legszívesebben a fizika, azon belül kiemelten a relativitáselmélet oktatásának pedagógiai kérdéseivel foglalkozik. Ez utóbbi témában számos publikációja jelent meg a *Fizikai Szemlében,* valamint a *Physics Education* és a *European Journal of Physics* folyóiratokban.



3. ábra. Michelson-interferométer részlete sík téridőben. Az interferométer x karjában a tükröt hirtelen hátrébb rántottuk.



4. ábra. Michelson-interferométer részlete sík téridőben. Az interferométer x karjának a hosszát lépésfüggvényszerűen megnöveltük.

vissza irányban az eredeti hullámhosszú fény tölti ki. A kar hossza most már nem 4, hanem 10 hullámhossznyi. Ezt akár a merev mérőrúddal is lemérhetjük, de úgy is, hogy leszámoljuk, mennyi hullám fér most be a nyalábosztó és a tükör közé. (Praktikus esetben az interferenciakép változásának nyomonkövetésével következtetünk a tükör elmozdulására.)

Van lehetőségünk arra is, hogy az interferométer x karját igazán pillanatszerűen, valóban lépésfüggvény szerint növeljük meg. Ez úgy történhet, hogy az eltervezett távolabbi helyre előre odakészítünk egy másik, M'_x tükröt, és az eredeti tükröt az adott pillanatban hirtelen merőlegesen kirántjuk a helyéről. Az M_x tükör kirántása utáni pillanatot mutatja a *4. ábra.*

Az M_x és M'_x közötti térrész most üres, mert oda a jobbra haladó hullámnak még nem volt ideje behatolni. Az ernyő detektorjelét elemezve azt tapasztaljuk, hogy lesz egy nagyon rövid időszakasz, amíg az interferenciakép eltűnik, majd hirtelen újra megjelenik, de az új interferenciakép már a megváltozott x karhossznak felel meg.

Ha valahogyan megoldható lenne, hogy ne csak az interferenciaképet lássuk, hanem közvetlenül az egyes fényhullámokat is, akkor csak a nyalábosztó felől érkező fényre lenne szükségünk. Elég lenne egyszerűen leszámolni, hány λ-nyi hullám fér rá az adott távolságra. Mivel ezen fény hullámhosszát nem „bolygattuk meg”, éppen olyan jó hosszetalon, mint egy mérőrúd.

A gravitációs hullám

A gravitációs hullám a „téridő lüktetése”, olyan téridőgörbület, amely a forrásától kiindulva fénysebességgel terjed, és az útjába eső testekben árapály-feszültségeket hoz létre (megnyújtja, összenyomja őket). Első közvetlen észlelésére 2015-ben került sor a LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) rendszer két, egymástól körülbelül 3000 km távolságra levő Michelson-interferométerével, a forrás pedig két többszörös Nap-tömegű fekete lyuk egymás körül keringése, majd egyesülése volt. A tudományos eredmény két szempontból is óriási jelentőségű: egyrészt ez volt az első olyan kísérlet, amely nem gyenge térben, hanem fekete lyukak közelében, tehát *erősen* görbült téridőtartományban lezajló folyamatokra kvantitatívan tesztelte az általános relativitáselmélet pontosságát, másrészt – és ez talán még jelentősebb – a LIGO és más, hasonló megfigyelőeszközök a szokványos optikai, rádió- és egyéb távcsövekhez képest egészen másfajta, eddig hozzáférhetetlen információkat fognak szolgáltatni a csillagászati objektumokkal lezajló folyamatokról.

A LIGO elvi alapja, egyszerűsített megfogalmazásban: ha egy olyan lézeres interferométert építünk, amelynek tükrei nincsenek az apparátushoz lerögzítve, hanem szabad tömegpontként, erőmentesen lebegnek a térben, akkor ezek a tükrök „követik a téridő lüktetését”. Ha például egy gravitációs hullám halad át a berendezésen, akkor a tükrök elmozdulnak, ezzel megváltozik az interferométer karjainak hossza, és ezt a hosszváltozást az interferométert kitöltő fény segítségével (az interferenciakép változását követve) ki tudjuk mutatni.

Megjegyzések

1. Ha precízek akarunk lenni, az előző bekezdés nem a LIGO, hanem a LISA (Laser Interferometer Space Antenna) működési elvét fogalmazza meg, amelynek tükrei – és az egész interferométer – valóban szabadon lebegve keringenek majd a Nap körül a világűrben. A LIGO a Földön nyugszik, tehát a tükreit muszáj felfüggeszteni (ha elvágnánk a felfüggesztő huzalt, akkor nekicsapódnának a talajnak). Azonban a LIGO munkatársai a felfüggesztés gondos megtervezésével elérték, hogy a tükrök mozgása az *interferométer síkjában* szabadnak, kényszermentesnek tekinthető. Tehát, ha a gravitációs hullám ebben a síkban „tágítja, illetve húzza össze a teret”, akkor ezt a tértágulatot-szűkületet a tükrök követni tudják.

2. Két bekezdéssel feljebb készakarva nem fogalmaztam gondosan. Mit jelent az, hogy a tükrök „elmozdulnak” (mihez képest mozdulnak el?), milyen értelemben változik az interferométer-karok „hossza”? Végül: hogyan tudnánk éppen fényhullámot használni e „hosszváltozás” kimutatására? Az elnagyolt fogalmazással az volt a célom, hogy kicsit elbizonytalanítsam, és ezzel a cikk címében feltett kérdés felé tereljem az olvasót.

Hasonlóság a táguló Univerzum és a gravitációs hullám között

Néhány zavarba ejtő hasonlóságot fedezhetünk fel a táguló Univerzum (*1. ábra*) és a gravitációs hullám által megbolygatott Michelson-interferométer között. Nézzük meg kicsit részletesebben mindkét jelenséget! A táguló Univerzumot a Friedman–Robertson–Walker-metrika írja le:

$$\mathrm{d}s^2 = -c^2\,\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left(\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2\right). \tag{1}$$

(A metrika a téridő geometriáját leíró egyenlet. A bal oldalán álló d*s* fizikailag is mérhető mennyiség, két közeli esemény „téridőbeli távolsága”, az úgynevezett téridő-intervallum. A téridőt bekoordinátázzuk, azaz az eseményeknek koordinátaértékeket adunk. Az egyenlet jobb oldalán szereplő koordinátadifferenciálok ezen önkényes koordinátarendszer-választás eredményei. A koordinátadifferenciálok együtthatói az úgynevezett metrikus tenzor elemei, ezekből meg lehet határozni a téridő görbültségét az adott eseményben.)

Az Univerzum tágulása közben a galaxisok szabad „tömegpontoknak” tekinthetők, amelyek erőmentes, geodetikus világvonalat követnek. (Ugyanazt a szerepet töltik be, mint a gravitációs hullám által megbolygatott interferométerben a szabadon lebegő tükrök.) Az (1) metrika jobb oldalán szereplő (x, y, z, t) koordinátarendszert úgy választottuk meg, hogy a szabadon lebegő tömegpontnak tekintett galaxisok x = áll., y = áll., z = áll. koordinátákkal rendelkeznek, azaz az (x, y, z) koordinátarendszerben leírva nyugalomban vannak, egy adott galaxis „karórája” (sajátideje) pedig a galaxis t koordinátáját mutatja. A jobb oldalon szereplő $a(t)$ az Univerzum tágulását leíró tényező; az egyenlet szerint ez mondja meg, hogy például adott t = t_0 esetén mekkora Δs tényleges (ideálisan merevnek képzelt méterrudakkal elvben lemérhető) távolság van két olyan galaxis között, amelyek azonos y és z koordinátájúak, de x koordinátájuk különbözik:

$$\Delta s = a(t_0)\,\Delta x. \tag{2}$$

Vessük össze az (1) Friedman–Robertson–Walker-metrikát egy olyan gravitációs hullám metrikájával, amely z irányban terjed, az x és y irányú hatása pedig egymással ellentétes. (A gravitációs hullámok legegyszerűbb változata az úgynevezett kvadrupólsugárzás, ami azt jelenti, hogy a gravitációs hullám áthaladásakor soha nem növekedhet meg az x kar hossza anélkül, hogy az y kar hossza ezzel együtt ne csökkenjen. A *3. ábrán* a sík téridőbeli analógia úgy lenne teljes, ha a Michelson-interferométer M_x tükrének gyors elhúzásával együtt az M_y tükröt gyorsan betoltam volna a nyalábosztó felé. A *4. ábrán* pedig az M_x tükör hirtelen kirántásával együtt az y karba hirtelen be kellett volna tennem egy M'_y tükröt, közelebb a nyalábosztóhoz, mint ahol az M_y tükör van. Az egyszerűség és a jobb áttekinthetőség kedvéért ezeket az y irányú változásokat lehagytam a *3., 4. ábrákról.* Végiggondolásukat az olvasóra bízom.) Az ilyen, úgynevezett + polarizációjú gravitációs hullám metrikája az (x, y) síkban az alábbi egyenlet:

$$\mathrm{d}s^2 = -c^2\,\mathrm{d}t^2 + \left[1 + h(t)\right]\mathrm{d}x^2 + \left[1 - h(t)\right]\mathrm{d}y^2. \tag{3}$$

A (3) metrika csak közelítőleg helyes: csak $h(t) \ll 1$ feltétel mellett elégíti ki közelítőleg az Einstein-egyenletet. Ezt a feltételt a hátralevő ábráimon – az ábrák jobb áttekinthetősége érdekében – durván megszegem.

A (3) egyenlet jobb oldalán szereplő (x, y, t) koordinátarendszert úgy választottuk meg, hogy a szabadon lebegő, egymáshoz képest a hullám elhaladása előtt nyugalomban levő tömegpontok – mint amilyenek például a szabadon lebegő LISA interferométer tükrei, lézere vagy nyalábosztója lesz – x = áll., y = áll. koordinátákkal rendelkeznek, egy adott interferométer-tükör „karórája” (sajátideje) pedig a tükörrel történő események t koordinátáját mutatja. A szabadon lebegő tömegpontok mozgását leíró természeti törvényből, az úgynevezett Maximális Öregedés Elvéből megmutatható [3], hogy az interferométer tükrei a gravitációs hullám áthaladása közben is mindvégig rögzített (x, y) koordinátákkal rendelkeznek. Amikor $h(t) > 0$, akkor a gravitációs hullám a nyalábosztótól „hátrébb húzza” az M_x tükröt, az M_y tükröt pedig „közelebb tolja” hozzá. A gravitációs hullám a *tényleges fizikai távolságokat* befolyásolja. Például a nyalábosztó és az M_x tükör közötti Δs_x méterrúdtávolságot, amit egy ideálisan merev méterrúddal ki lehetne mutatni közöttük adott $t = t_0$-ban (vagyis amikor a BS és az M_x karórája is t_0-t mutat), úgy kapjuk meg, hogy a (3) egyenletből meghatározzuk az

$$\left(x_{BS}, y_{BS}, c t_0\right)$$

és az

$$\left(x_{Mx}, y_{Mx}, c t_0\right) = \left(x_{BS} + \Delta x, y_{BS}, c t_0\right)$$

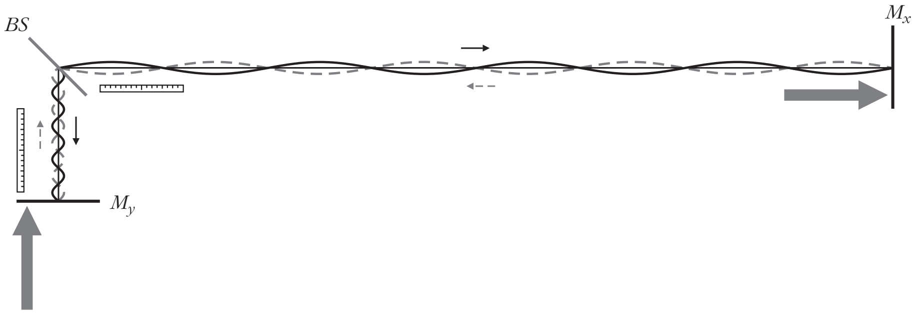
koordinátájú események közötti téridő-intervallumot:

$$\Delta s_x = \sqrt{1 + h(t_0)}\,\Delta x. \tag{4}$$

Hasonlóképpen kapható meg a nyalábosztó és az M_y tükör közötti Δs_y méterrúdtávolság:

$$\Delta s_y = \sqrt{1 - h(t_0)}\,\Delta y. \tag{5}$$

(Analóg módon kaptuk meg a galaxisok távolságát a (2) egyenletben.) A (4)–(5) egyenletek alapján adottnak tűnik tehát a gravitációs hullámok elvileg legegyszerűbb detektálási módszere: a téridő lüktetése a szabadon lebegő tömegpontokat egymáshoz képest „odébb löki”, és nincs más dolgunk, mint ezen távolságingadozásokat merev rudakkal kimérni. A LIGO és a LISA működése azonban nem ezen az elven alapul. Nem nehéz megérteni, miért. Igazán nagy téridőgörbületet létrehozó, kataklizmatikus események szerencsére nem zajlanak a Naprendszer közelében, és mire egy ilyen eseményből kiinduló gravitációs hullám ideér, erőssége nagyon lecsökken. A Földet érő gravitációs hullámokban a (4)–(5) egyenletekben szereplő h nagyságrendjére, és az ezzel járó relatív hosszváltozásra tipikusan ~10^{-20}-nál nagyobb érték nem várható. Ekkora relatív hosszváltozást hagyományos mechanikai mérőesz-



5. ábra. Michelson-interferométer szabadon lebegő tükrökkel és nyalábosztóval. Az interferométer *x* és *y* karját egy lépésfüggvényszerű gravitációs hullám kitágította, illetve összehúzta. A fényhullámot nem használhatjuk hosszetalonként a távolságméréshez.

közzel – például merev méterrudakkal – reménytelen kimutatni. (Történeti megjegyzés: tökéletesen alaktartó test nem létezik; egy valóságos rúd észlelhető mechanikai rezgésbe jönne, ha elég nagy intenzitású gravitációs hullám haladna át rajta. Az 1960-as években *Joseph Weber* erre az elvre alapozva olyan detektort épített, amely egy tömör alumíniumhenger mechanikai rezgéseiből mutatta volna ki a lüktető árapályfeszültségeket. A mérőeszköz azonban nem volt elég érzékeny ahhoz, hogy meggyőző bizonyítékot adjon a gravitációs hullámok létére.) Sokkal érzékenyebb és pontosabb távolságmérő műszerek a lézeres interferométerek, amelyek – *rendkívül* gondos tervezéssel – képessé tehetők akár ilyen elképesztően kicsi, ~10^{-20} nagyságrendű relatív távolságváltozás kimutatására is. A *3.* és *4. ábrán* már láttuk, hogy fényhullámokkal *lehet* távolságváltozást mérni, ez semmilyen elvi nehézségbe nem ütközik, legalábbis sík téridőben. A gravitációs hullám azonban *meggörbíti a téridőt.* Lehet-e bízni abban, hogy egy fényhullámokra alapuló távolságmérési módszer itt is működhet?

Amitől zavarba jövünk

Az Univerzum tágulása egészen másfajta távolságnövekedés, mint a *3., 4. ábrán* szereplő gondolatkísérletek. A galaxisok nem „térben távolodnak” egymástól, hanem a „tér tágul közöttük”. Azt, hogy ez nem csupán játék a szavakkal, onnan láthatjuk, hogy az Univerzumot kitöltő CMB hullámhossza is arányosan nő a tágulással (lásd az *1. ábrát*). Nincs olyan fizikai hatás, amely egy adott térrészben terjedő vákuumbeli elektromágneses hullámot – mindenfajta kölcsönhatás nélkül – a térben „szét tudna nyújtani”. Muszáj tehát úgy fogalmaznunk, hogy itt maga a tér nyúlik meg. Mint láttuk, a CMB fényhullámaival ezért sem tudnánk kimutatni a galaxisok távolságnövekedését.

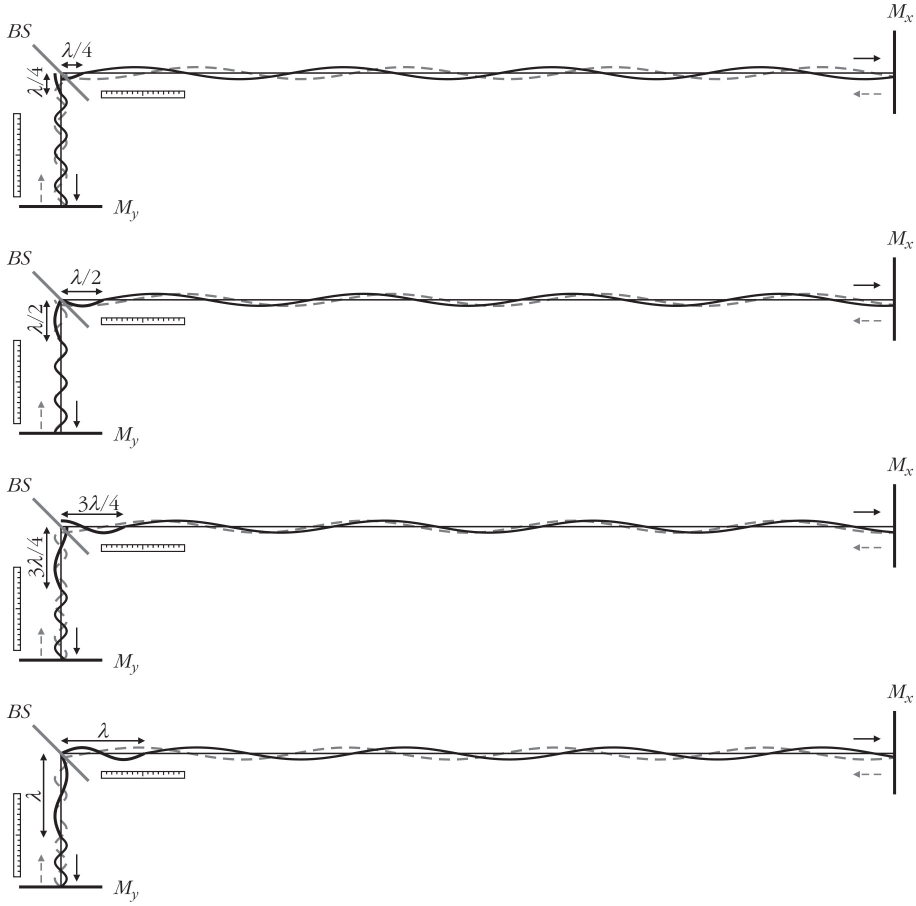
Ez azonban látszólag működésképtelenné teszi az olyan interferometrikus elvre épülő detektorokat is, mint a LIGO. Amilyen értelemben ugyanis a galaxisok egymástól távolodnak, pontosan ugyanolyan értelemben löki egymástól „közelebb-távolabb” egy gravitációs hullám a szabad tömegpontokat (például az interferométer tükreit). És ami a kozmikus háttérsugárzás elektromágneses hullámával történik az Univerzum tágulása közben, *pontosan ugyanaz történik az interferométert kitöltő fényhullámokkal egy gravitációs hullám áthaladásakor:* a fény hullámhossza „leköveti” a tér tágulását, összehúzódását. Ezt a jelenséget szemlélteti az *5. ábra,* amely azt mutatja, mi történik, amikor a Michelson-interferométer karjait egy gravitációs hullám pillanatszerűen *x* irányban kinyújtja, *y* irányban pedig összenyomja.

Mielőtt továbbmennék, néhány megjegyzés: mint korábban utaltam rá, a pedagógiai egyszerűség kedvéért [2] feltételezem, hogy az interferométeren egy lépésfüggvénnyel leírható gravitációs hullám haladt át, tehát a karok hossza végtelenül gyorsan változik. Bár nem tudunk olyan természeti folyamatról, amely lépésfüggvényszerű gravitációshullám-impulzust keltene, az ilyen hirtelen impulzus önmagában nem mond ellent a tömegpontok véges határsebességére vonatkozó természeti törvénynek: itt nem a tér*ben* mennek odébb a tükrök végtelen nagy sebességgel, hanem a *tér tágulása* megy végbe végtelen nagy „sebességgel”. (Hasonlóképpen az Univerzum tágulása közben sincs elvi korlát a tér deformációjának ütemére, így a galaxisok távolodási „sebességére” sem.) Az *5. ábrán* szintén pedagógiai okból, az áttekinthetőség kedvéért óriási mértékben (2,5-szeresére) növeltem, illetve csökkentettem a karok hosszát. Ez a számszerű példa semmilyen szempontból sem realisztikus. Ilyen óriási intenzitású gravitációs hullám olyan árapályfeszültségeket keltene a mérőberendezésben, amelyet a lézer, a nyalábosztó és a tükrök erősen megsínylenék. Az *5. ábrán* a méterrudak is egészen mást éreznek, mint a *3., 4. ábrákon.* Ott nem éreztek semmit, hiszen csak a tükröket rángattuk, őket nem bántottuk. Itt a gravitációs hullám áthaladásakor hatalmas árapályfeszültségeknek voltak kitéve, de feltesszük, hogy az őket összetartó kohéziós erők ellenálltak ezen árapályfeszültségeknek, így a rudak hossza nem változott.

A *2.* és *5. ábrák* összevetésével látható, hogy az ideálisan merev méterrudakkal kimutatható lenne a karok hosszváltozása, a fényhullám viszont – úgy tűnik – itt pontosan ugyanúgy kudarcot vall a mérőrúd szerepében, mint a CMB fényhullháma az *1. ábrán.* Mindkét kar továbbra is 4λ hosszú maradt, és ennek megfelelően a nyalábosztón találkozó két viszszavert fényhullám fáziskülönbségében sem történt változás. *Akkor hogyan tudjuk az interferométerrel mégis kimutatni a gravitációs hullám jelenlétét? Mennyiben tud többet a LIGO interferométerét kitöltő fényhullám, mint az Univerzumunkat kitöltő CMB fényhullháma?*

Megoldás: a lézer

Az *5. ábra* egy *pillanatfelvétel.* Azt a pillanatot ábrázolja, amikor a gravitációshullám-impulzus éppen áthaladt a berendezésen. Az élet azonban nem áll meg: azon fényhullámok, amelyek a tértágulás-szűkülés pillanatában éppen a tükrök között tartózkodtak, a kimerevített pillanatkép után továbbhaladnak útjukon, miközben a lézer folyamatosan adagolja az interferométerbe az „utánpótlást”.



6. ábra. A megváltozott karhosszúságú interferométert (amelyben a fényhullámok is kitágultak-összenyomódtak) a lézer a nyalábosztó felől kezdi feltölteni az eredeti hullámhosszúságú fénnyel.

Két lényeges pont:

1. A (3) metrika jobb oldalán a $\mathrm{d}t^2$-es tag konstans együtthatójából látható, hogy azon tömegpontok „karóráját”, amelyek az (x, y) koordinátarendszerben nyugszanak, tehát amelyekre $\mathrm{d}x = 0$ és $\mathrm{d}y = 0$ – ilyennek tekinthető a lézer is –, *a gravitációs hullám nem befolyásolja.* A lézer tehát *időben változatlan frekvenciával* bocsátja ki a fényhullámokat.

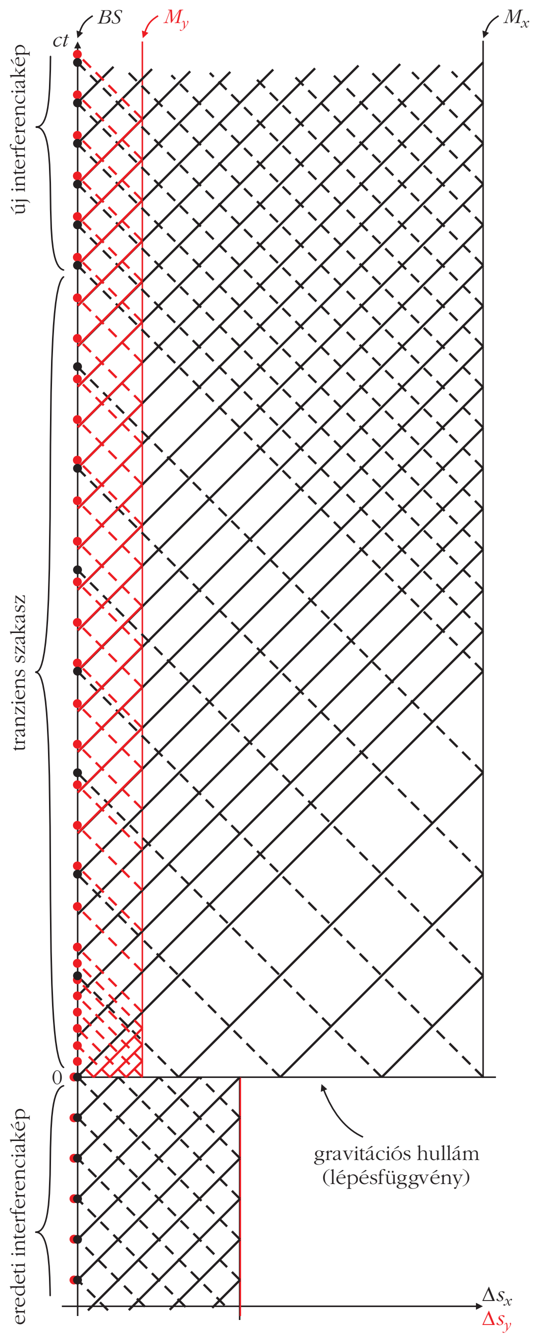
2. A fény sebessége az *5. ábrán* látható, x irányban kitágult, y irányban összeszűkült térben továbbra is minden irányban c. Ennek belátásához tekintsünk például egy fényimpulzust, amely x irányban halad a kitágult interferométer-kar mentén. A fényimpulzus repülés közben haladjon el két egymáshoz közeli, rögzített x koordinátájú szabadon lebegő (intelligens) kő mellett, amelyek elhatározzák, hogy megmérik a fényjel sebességét. A (4) egyenletből látjuk, hogy ha a két kő x koordinátájának eltérése $\mathrm{d}x$, akkor a köztük levő, méterrúddal lemérhető távolság $\mathrm{d}s_x = (1+h)^{1/2}\mathrm{d}x$. A két kő ugyanakkor karórával is fel van szerelve, amelyek – mint láttuk – a t koordinátát mutatják. A gravitációs hullám eredetileg sík téridőbe érkezett, amelyben a két kő órája szinkronizálva volt. Mivel a gravitációs hullám a kövek karóráit nem befolyásolja (lásd feljebb), a kövek a kitágult térben is jogosan hasonlítják össze a saját órájukon kijelzett értéket a társukéval. Összpontosítsunk arra a két eseményre, amikor a fény az egyik, illetve a másik kő mellett elhaladt. Az első eseménykor az első kő karórája t_0-t mutatott, a második eseménykor a másodiké $t_0 + \mathrm{d}t$-t. A fényimpulzus sebességét ezután a kövek a sebesség = távolság/idő képletből határozzák meg:

$$v_{fény} = \frac{\mathrm{d}s_x}{\mathrm{d}t} = \sqrt{1 + h(t_0)}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = c, \tag{6}$$

ahol az utolsó lépésben felhasználtam a (3) metrikus egyenletet, amelynek bal oldalára most zérust kell írni, hiszen a két eseményt fényszerű (null-) téridő-intervallum választja el egymástól.

Az előzőekből következik, hogy a lézer a gravitációs hullámimpulzus elhaladása után az *eredeti λ hullámhosszúságú fénnyel* kezdi el feltölteni az interferométer mindkét karját. Ez követhető nyomon a *6.a–d ábrákon,* amelyek a $T/4$, $T/2$, $3T/4$ és T időpontokban mutatják az interferométert (T a lézer periódusideje, és az egyszerűség kedvéért a lézert képzeletben közvetlenül a nyalábosztó elé tettem).

Ha folytatnánk a *6. ábrasorozatot,* azt látnánk, hogy kitágult-összenyomódott fényhullámok előbb-utóbb teljesen „kiürülnek” a rendszerből. Amikor ez megtörténik, az ernyő már a megváltozott tükörtávolságoknak megfelelő interferenciaképet fogja mutatni. A *7. ábra* téridődiagramon követi végig a jelenséget. A vízszintes tengelyen a tükrök és a nyalábosztó közötti fizikai távolságot tüntettem fel. A tengely az x és y irányokat „egymásra hajtogatva”, eltérő színnel ábrázolja. A lépésfüggvényszerű gravitációs hullám t = 0-ban érkezik, és hirtelen megváltoztatja a tükrök távolságát a nyalábosztótól. A tükrök felé haladó és azokról visszavert fényt most folytonos, illetve szaggatott világvonalak ábrázolják, amelyek dőlésszöge nem változik, mert a fény sebességét – mint fent láttuk – a gravitációs hullám nem befolyásolta. *A nyalábosztó felől a világvonalak szabályos (saját)időközönként,*



7. ábra. Téridődiagram-összefoglaló a *2., 5., 6. ábrákról.*

periódusidőnként érkeznek. (Az egyszerűség kedvéért a lézert ismét közvetlenül a nyalábosztó mögé tettem.) Az időben egymást követő világvonalak megfeleltethetők például egy szinuszhullám egymást követő hullámhegyeinek. Az M_x és M_y tükrökről visszavert fényhullámok a nyalábosztón találkoznak. A függőleges tengelyen nyomon követhető, hogyan változik a két visszaérkező hullám közötti fáziskülönbség. Az ábrán jelölt „tranziens szakasz” közben vannak az interferométeren belül olyan fényhullámok, amelyeket a gravitációs hullám megnyújtott, illetve összenyomott. Miután ezek a deformált hullámok kiürültek az interferométerből, az előálló állandósult fáziskülönbség már az új tükörtávolságoknak felel meg.

A lépésfüggvényszerű gravitációs hullám példája kizárólag pedagógiai célt szolgált, mert viszonylag egyszerű követni, ilyen esetben mi történik a fényhullámokkal. Egy *periodikus* gravitációs hullám első közelítésben egy olyan négyszögjelként írható le, amit ilyen lépésfüggvényekből építhetnénk fel. A folyamat végiggondolása ekkor semmivel sem lenne nehezebb, feltéve hogy a fényinterferenciában tapasztalható tranziensek mindig lezajlanak az újabb lépésfüggvény érkezése előtt, vagyis ha teljesül a

$$\frac{2\,s}{c} \ll \frac{1}{f_G}$$

feltétel, ahol s a karok átlagos hossza, f_G pedig a gravitációs hullám frekvenciája. Ekkor az interferenciakép intenzitásának ingadozása jó közelítéssel egyszerűen leköveti a gravitációs hullám jelalakját. Ha olyan gravitációs hullámot elemeznénk a fenti módszerrel, mint a LIGO által először észlelt, egyre gyorsuló frekvenciájú és növekvő erősségű oda-vissza lüktetés (chirp) volt, akkor egy-egy t időpillanatban a karok mentén a fényhullám alakja különböző hullámhosszak egymásutánjából álló, bonyolultabb rajzolatot mutatna. (A LIGO-interferométerek karhossza s = 4 km, a 2015 szeptemberében észlelt jel pedig egy f_G ~ 35–250 Hz frekvenciafelfutású chirpjel volt, tehát még ekkor is teljesült a tranziensekre vonatkozó fenti feltétel.)

Összefoglalva tehát úgy fogalmazhatjuk meg a LIGO interferométerében használt fény és a CMB közötti alapvető különbséget – részben hullám-, részben fotonképet használva –, hogy míg a CMB az Univerzum korai történetének egy bizonyos pontján keletkezett, és azóta nem nyúlt hozzá senki (azóta nem adódtak hozzá új fotonok), a LIGO lézere folyamatosan adagolja az interferométerbe az újabb hullámokat (folyamatosan „gyártja” az újabb fotonokat). A CMB-fotonok frekvenciája az Univerzum tágulása miatt folyamatosan csökken. A gravitációs hullám által szállított téridő-deformációk a LIGO interferométerében is csökkentik-növelik a fotonok frekvenciáját, de csak azokét, amelyek éppen a tükrök között repülnek. A lézer mindig az eredeti frekvenciájú fotonokkal pótolja őket. Jó tehát megszabadulni attól a mentális képtől, hogy az interferométer karhosszait a fényhullámokkal, mint hosszetalonnal mérjük. Helyesebb úgy fogalmazni, hogy a mérésben a rögzített frekvenciával működő *lézert* használjuk *óraetalonként,* és végső soron a két karról visszaérkező fényjelek *időkülönbségének* változásait követjük.

Irodalom

1. Bokor N.: A távolságról és a sebességről, a Hubble-törvény kapcsán. *Fizikai Szemle 64/7–8* (2014) 218–221.
2. P. R. Saulson: If light waves are stretched by gravitational waves, how can we use light as a ruler to detect gravitational waves? *Am. J. Phys. 65/6* (1997) 501–505.
3. http://www.eftaylor.com/exploringblackholes – Chapter 16: Gravitational Waves.
4. A Matlab-program hozzáférhető a http://fizipedia.bme.hu/images/1/11/GravithullamMatlab2.docx linken.