

A 10.)

Adott egy „R” sugarú körlap, amelyen egyenletes felületi eloszlással összesen „+q” töltés helyezkedik el. A körlap forgástengelye a „z” tengely és a középpontja az origóban van.

- Írja fel egy általános, folytonos töltéselrendezés esetén a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, a töltésektől elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag!
- A szuperpozíció elvének a felhasználásával, határozza meg a fent megadott körlap terében az elektrosztatikus potenciál $\Phi(z)$ pontos alakját a „z” tengely mentén.
- Adja meg a $\Phi(z)$ potenciál Taylor sorfejtését a „köbös tagig” bezárólag, $z \gg R$ esetén!
- Az eddigiek ismeretében határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját a töltésektől elegendően távol, mindenhol a térben, kvadrupól rendig bezárólag! Használjon (r, ϑ) gömbi polár koordinátákat!

A 11.)

Adott egy „R” sugarú körvonal, amelyen egyenletes vonalmenti i eloszlással összesen „+q” töltés helyezkedik el. A körvonal forgástengelye a „z” tengely, és a középpontja az origóban van.

- A szuperpozíció elvének a felhasználásával határozza meg a fent megadott körvonal terében az elektrosztatikus potenciál $\Phi(z)$ pontos alakját a „z” tengely mentén!
- Adja meg a $\Phi(z)$ potenciál Taylor sorfejtését a „négyzetes tagig” bezárólag, $z \ll R$ esetén!
- Az eddigiek ismeretében határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját a körvonal középpontjához elegendően közel, mindenhol a térben, kvadrupól rendig bezárólag! Használjon (r, ϑ) gömbi polár koordinátákat!

EXTRA gyakorlásra: Tekintse az **A10.** feladat eredményét! Az itt kapott közelítő (távoli) potenciált jelölje $\Phi(r, \vartheta)_T$. Vegye az **A11c.** feladat eredményét! Az itt kapott közelítő (közeli) potenciált jelölje $\Phi(r, \vartheta)_K$. Tekintsük az „ $r=5R$ ” gömbfelületet!

- Adja meg a $\Phi(5R, \vartheta)_T$ és a $\Phi(5R, \vartheta)_K$ potenciálokat!
- Határozza meg a $\Delta\Phi(\vartheta) = \Phi(r, \vartheta)_T - \Phi(r, \vartheta)_K$ különbséget!
- Határozza meg a $\Delta\Phi(0)$ különbséget a „z” tengelyen a $z=5R$ pontban!
- Mennyivel tér al a $\Phi(z)_T$ és a $\Phi(z)_K$ a pontos $\Phi(z)$ értéktől a „z” tengely $z=5R$ pontjában?

A 12.)

Egy „2a” hosszúságú vékony pálca a „z” tengelyen, az origóra szimmetrikusan helyezkedik el. A pálcán egyenletes „ λ ” vonalmenti eloszlással összesen „+q” töltés van.

Ismeretes (**a gyakorlat** anyaga volt), hogy az elektromos potenciál pontos alakja (R,z) henger koordinátákban megadva a következő:

$$\Phi_0(R, z) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \left\{ \frac{z + a + \sqrt{(z + a)^2 + R^2}}{z - a + \sqrt{(z - a)^2 + R^2}} \right\}$$

- a.) Határozza meg a vonaltöltés \underline{Q} kvadrupól tenzorának a mátrixát a megadott koordinátarendszer esetén!
- e.) Határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, a vonaltöltéstől elegendően távol, mindenhol a térben, kvadrupól rendig bezárólag! Használjon (r, ϑ) gömbi polár koordinátákat!
- f.) Határozza meg a fent megadott $\Phi_0(R, z)$ potenciált a „z” tengely mentén, és jelölje ezt $\Phi_0(z)$ -al!
- g.) Írja fel az imént kapott, pontos $\Phi_0(z)$ Taylor sorát, az origótól elegendően távol, „z³” (kübös rendig) bezárólag!
- h.) A $\Phi_0(z)$ Taylor sorának az ismeretében határozza meg a $\Phi(r, \vartheta)$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, (r, ϑ) gömbi polár koordinátákkal megadva, kvadrupól rendig bezárólag a pálcától elegendően távol, mindenhol a térben! Hasonlítsa össze a c.)-ben kapott eredménnyel!
- i.)

EXTRA gyakorlásra:

i.) Tekintse az imént kapott közelítő $\Phi(r, \vartheta)$ potenciált a $\vartheta = \pi/4$ kúpfelületen! Határozza meg a pontos $\Phi_0(R, z)$ potenciált ugyanezen a kúpfelületen! Hasonlítsa össze a két potenciált, ha az origótól „10a” távolságban vagyunk!

B 07.)

Adott egy forgási ellipszoid. A középpontja az origóban van. A hosszanti fél nagytengelye „b” és ez a „z” tengelyre illeszkedik. A kis féltengelyek hossza „a”. Az ellipszoid belsejében, egyenletes ρ_0 térfogati töltéssűrűséggel összesen „+q” töltés helyezkedik el.

- h.) írja fel egy általános, folytonos töltéselrendezés esetén a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, a töltésektől elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag!
- i.) Határozza meg a jelen töltésrendszer \vec{p} dipólusát!
- j.) Határozza meg a jelen töltés elrendezés \underline{Q} kvadrupól tenzorának a mátrixát a megadott koordinátarendszer esetén!
- k.) Határozza meg az ellipszoid terében a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, (r, ϑ) gömbi koordinátákkal, a töltésektől elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag!

MEGJEGYZÉS: Adja meg az ellipszoid felületének az egyenletét, majd használja a matematikában tanultakat! Úgy mint: térfogati integrálás adott határfelület esetén

B 08.)

Egy „2a” hosszúságú vékony pálca az origóra szimmetrikusan, a „z” tengelyen helyezkedik el. A pálcán egyenletes vonalmenti eloszlással összesen „+q₁” töltés van. Adott még egy „R” sugarú „2b” hosszúságú hengerfelület. A hengernek a forgástengelye szintén a „z” tengelyre illeszkedik. A henger az origóhoz képest ugyancsak szimmetrikusan helyezkedik el. A hengerfelületen, egyenletes felületi töltéssűrűséggel, összesen „-q₂” töltés van.

- l.) Írja fel egy általános, folytonos töltéselrendezés esetén a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciál közelítő alakját, a töltésektől elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag!
- m.) Határozza meg jelen etöltésrendszer \vec{p} dipólusát!
- n.) Határozza meg a pálcán lévő töltés eloszlás „Q₁” kvadrupól tenzorának a mátrixát a megadott koordinátarendszer esetén!
- o.) Határozza meg a hengerfelületen lévő töltés eloszlás „Q₂” kvadrupól tenzorának a mátrixát a megadott koordinátarendszer esetén!
- p.) Határozza meg a töltött pálca által létrehozott elektrosztatikus mezőben fellépő $\Phi_1(r, \vartheta)$ potenciálnak a közelítő alakját, a pálcától elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag! Használjon gömbi polár koordinátákat!
- q.) Határozza meg a töltött henger által létrehozott elektrosztatikus mezőben fellépő $\Phi_2(r, \vartheta)$ elektrosztatikus potenciálnak a közelítő alakját, a hengertől elegendően távol, kvadrupól rendig bezárólag! Használjon gömbi polárs koordinátákat!
- r.) Ha a=b, akkor milyen q₁ / q₂ aránynál lesz a rendszer eredő \underline{Q} kvadrupól tenzora zérus?
- s.) Ha q₁=q₂, akkor milyen a/b aránynál lesz a rendszer eredő \underline{Q} kvadrupól tenzora zérus?