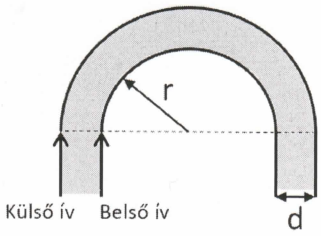
Villamosmérnök alapszak, Fizika1	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	Össz.
Nagy zárthelyi dolgozat, 2019. nov. 14.								

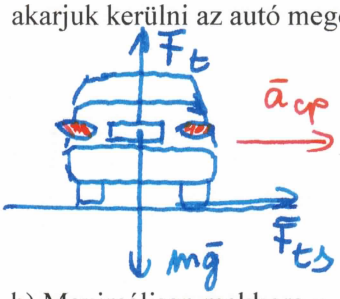
NÉV: ..... Neptun kód:.....

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Egy kanyarodó versenypálya útfelülete d szélességű, a kanyar belső sugara r. Egy versenyautó a kanyart az ábrán jelölt belső íven kívánja bevenni állandó sebességgel. Az aszfalt és a gumi közti tapadási súrlódási együttható értéke μ_0 .



a) Maximálisan mekkora lehet az autó centripetális gyorsulása, ha el akarjuk kerülni az autó megcsúszását? (1)



$\Sigma \bar{F} = m\bar{a} \nearrow \Sigma F_y = ma_y = 0 \searrow F_t = mg$

$\hookrightarrow \Sigma F_x = ma_x \rightarrow F_{ts} = m a_{cp}$

$F_{ts} \leq \mu_0 F_t \Rightarrow m a_{cp} \leq \mu_0 mg \Rightarrow \boxed{a_{cp} \leq \mu_0 g}$

b) Maximálisan mekkora v_1 állandó sebességgel veheti be az autó a kanyart a belső íven, anélül, hogy megcsúszna? (0,5)

$$\mu_0 g \geq a_{cp} = \frac{v_1^2}{r} \Rightarrow v_1^2 \leq r\mu_0 g \Rightarrow \boxed{v_1 \leq \sqrt{r\mu_0 g}}$$

c) Maximálisan mekkora lehet az autó v_2 sebessége, ha a külső íven kívánja bevenni a kanyart megcsúszás nélkül? (0,5)

$$\mu_0 g \geq a_{cp} = \frac{v_2^2}{r+d} \Rightarrow v_2^2 \leq (r+d)\mu_0 g \quad \boxed{v_2 \leq \sqrt{(r+d)\mu_0 g}}$$

c) Melyik íven lehet gyorsabban bevenni a kanyart, és mekkora Δt időt nyerhet a versenyző, ha a két ív közül a kedvezőbbet választja? (1)

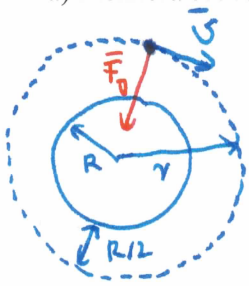
$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{r\pi}{\sqrt{\mu_0 g r}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu_0 g}} \cdot \sqrt{r} \qquad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{(r+d)\pi}{\sqrt{(r+d)\mu_0 g}} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu_0 g}} \cdot \sqrt{r+d}$$

Mivel $\sqrt{r} < \sqrt{r+d} \Rightarrow t_1 < t_2 \Rightarrow$ belső ívet kell választani

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \boxed{\frac{\pi}{\sqrt{\mu_0 g}}\left(\sqrt{r+d} - \sqrt{r}\right)}$$

2. Az R sugarú, M tömegű Föld felszíne felett $R/2$ magasságban körpályára állítunk egy űrhajót.

a) Mekkora sebességgel mozog az űrhajó? (1)



$$r = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow F_g = m a_{cp}$$

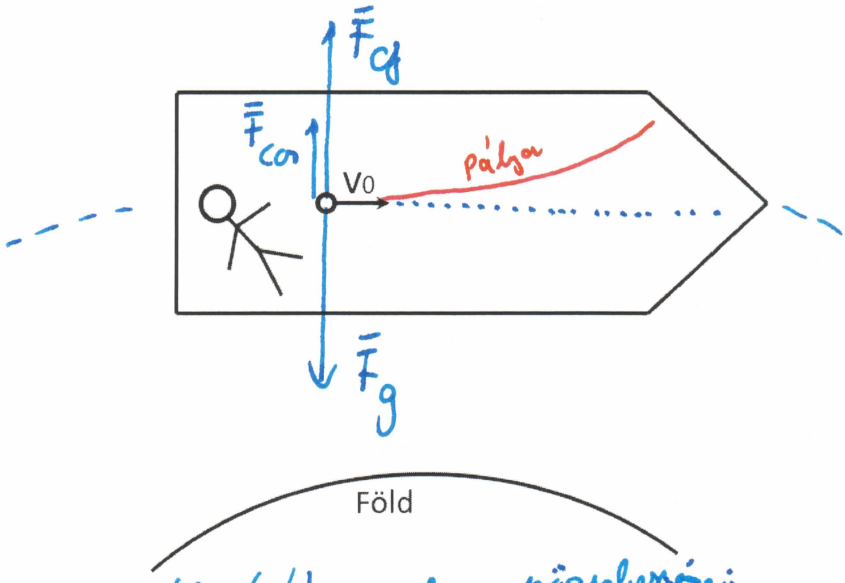
$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} = \sqrt{\frac{\gamma M}{\frac{3R}{2}}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{3R}}}$$

b) Mennyi az űrhajó keringési ideje? (0,5)

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2r\pi}{\sqrt{\frac{\gamma M}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}} = 2\pi\sqrt{\frac{27R^3}{8\gamma M}} = \boxed{3\pi R\sqrt{\frac{3R}{2\gamma M}}}$$

c) Az űrhajó fedélzetén egy asztronauta elhajít egy csavarhúzót az űrhajó hossztengelyével párhuzamos irányban, az űrhajóhoz képest v_0 kezdősebességgel. Rajzolja be az ábrán a csavarhúzóra ható erőket az ŰRHAJÓHOZ RÖGZÍTETT VONATKOZTATÁSI RENDSZERBEN (0,5), határozza meg az erők nagyságát (0,5), és vázlatosan rajzolja meg a csavarhúzó által befutott pályát! (0,5)



A vonatkoztatási rendszer szögsebessége:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{8\gamma M}{27R^3}}}$$

$\bar{\omega}$

iránya: az ábra síkjára merőlegesen, befelé.

Gravitációs erő:

$$|\bar{F}_g| = \gamma\frac{Mm}{r^2} = \boxed{\frac{4\gamma Mm}{9R^2}}$$

Centrifugális erő:

$$\bar{F}_{cf} = -m\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r})$$

$$|\bar{F}_{cf}| = m\omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{8\gamma M}{27R^3} \cdot \frac{3R}{2}$$

$$|\bar{F}_{cf}| = \boxed{\frac{4\gamma Mm}{9R^2}}$$

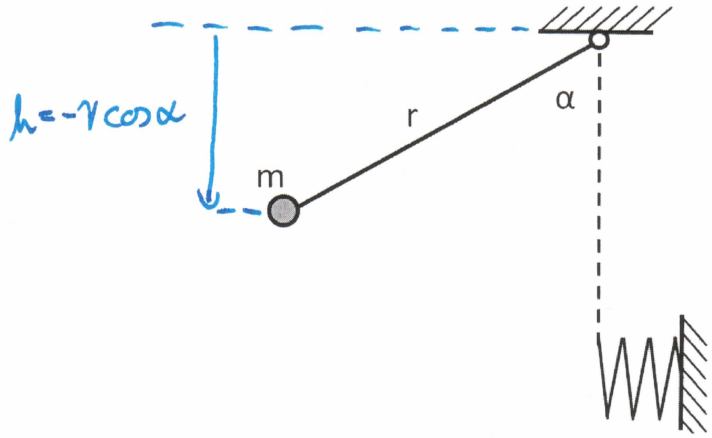
Coriolis-erő:

$$\bar{F}_{cor} = -2m\bar{\omega}\times\bar{v}_0$$

$$|\bar{F}_{cor}| = 2m\omega \cdot v_0 = 2m\sqrt{\frac{8\gamma M}{27R^3}} \cdot v_0$$

$$|\bar{F}_{cor}| = \boxed{2mv_0\sqrt{\frac{8\gamma M}{27R^3}}}$$

3. Ingát készítünk egy r hosszúságú, elhanyagolható tömegű fonálból, valamint egy m tömegű pontszerű testből. Az ingát α szögben kitérítjük, majd kezdősebesség nélkül indítjuk az ábra szerint. Az inga függőleges helyzetében nekicsapódik egy k direkciós állandójú rugónak.



a) Mekkora a rugó maximális összenyomódása? Feltételezzük, hogy a maximális összenyomódás sokkal kisebb, mint r. (1)

Mechanikai energia megmaradás tv.

$$\underbrace{-rgm\cos\alpha}_{E_{pot}} + \underbrace{0}_{E_{kin}} = \underbrace{-rgm}_{E'_{pot}} + \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{E'_{kin}} + \underbrace{0}_{E'_{kin}} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = (1-\cos\alpha)rgm$$

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{2(1-\cos\alpha)rgm}{k}}}$$

b) Melyik pillanatban a legnagyobb az ingatest gyorsulása? (0,5) Mekkora ez a gyorsulás? (0,5)

Mivel a rugó összenyomódása igen kicsi, feltételezhetjük, hogy k igen nagy. Ez azt jelenti, a rugó maximális összenyomódásakor hat a legnagyobb erő ⇒ ekkor a legnagyobb a gyorsulás.

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m} = \frac{x_{max}\cdot k}{m} = \frac{k}{m}\sqrt{\frac{2(1-\cos\alpha)rgm}{k}} = \boxed{\sqrt{\frac{2(1-\cos\alpha)rgk}{m}}}$$

c) Mekkora az ingatest sebessége abban a pillanatban, amikor az ingatest kitérése $\alpha/2$ nagyságú? (1)

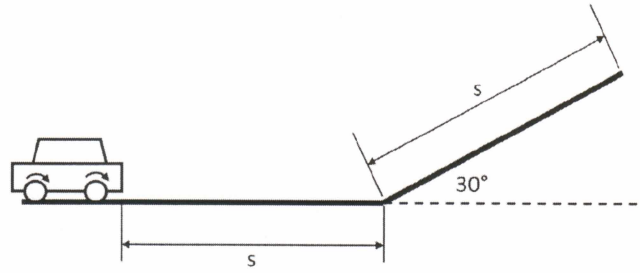
Mechanikai energia megmaradás tv.

$$\underbrace{-rgm\cos\alpha}_{E_{pot}} + \underbrace{0}_{E_{kin}} = \underbrace{-rgm\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)}_{E'_{pot}} + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E'_{kin}} \Rightarrow rgm\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\alpha\right) = \frac{1}{2}mv^2$$

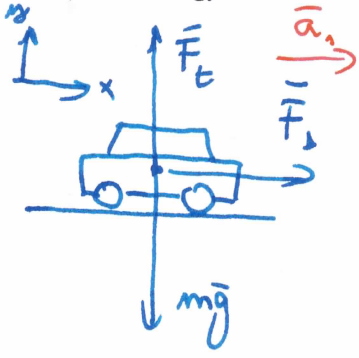
$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{2rg\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\alpha\right)}}$$

4. Egy csúszós kerekű játékautó mind a négy kereke hajtott, és a kerekeket igen nagy szögsebességgel forgatja az autó motorja. A bekapcsolt játékautót kezdősebesség nélkül elhelyezzük az ábrán látható pálya kezdőpontjára. A kerekek az autó mozgása során sohasem gördülnek tisztán. Az autó tömege m, a kerekek és az útfelület közti csúszási súrlódási együttható μ.



a) Mekkora gyorsulással mozog az autó a pálya vízszintes szakaszán? (1)

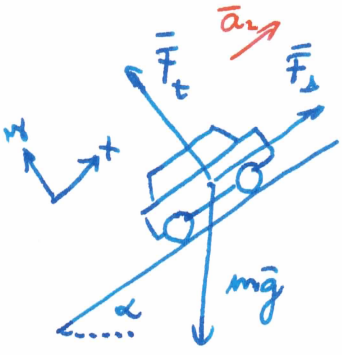


$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \rightarrow \sum F_y = ma_y = 0 \rightarrow F_t = mg$$

$$\hookrightarrow \sum F_x = ma_x \rightarrow F_s = ma_1 \qquad F_s = \mu \cdot F_t = \mu mg$$

$$\mu mg = ma_1 \hookrightarrow \boxed{a_1 = \mu g}$$

b) Mekkora gyorsulással mozog az autó a pálya emelkedő szakaszán? (1)



$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \rightarrow \sum F_y = ma_y = 0 \qquad F_t - mg\cos\alpha = 0 \qquad F_t = mg\cos\alpha$$

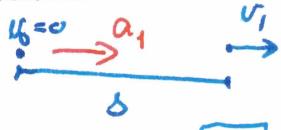
$$\hookrightarrow \sum F_x = ma_x \rightarrow F_s - mg\cdot\sin\alpha = ma_2 \qquad F_s = \mu F_t$$

$$\mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha = ma_2$$

$$a_2 = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) = \boxed{g\left(\mu\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)}$$

c) Mennyi idő alatt ér el az autó a pálya kezdőpontjából az emelkedő szakasz végére? (1)

① szakasz:



$$s = \frac{a_1}{2}t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_1}}$$

$$v_1 = a_1 t_1 = \sqrt{2sa_1}$$

② szakasz

$$s = v_1 \cdot t_2 + \frac{a_2}{2}t_2^2$$

$$t_2 = \frac{-v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 2a_2 s}}{a_2}$$

Mivel $t_2 > 0$, ezért:

$$t_2 = \frac{\sqrt{v_1^2 + 2a_2 s} - v_1}{a_2} = \sqrt{2s}\,\frac{\sqrt{a_1 + a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2}$$

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{2s}\left(\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{\sqrt{a_1 + a_2} - \sqrt{a_1}}{a_2}\right) = \boxed{\sqrt{\frac{2s}{g}}\left(\frac{1}{\sqrt{\mu}} + \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)\mu - \frac{1}{2}} - \sqrt{\mu}}{\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}\mu - \frac{1}{2}}}\right)}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A fizikai mennyiségeket mérőszámmal és ...mértékegységgel... jellemezzük.

2. A ...szögelfordulás mértékét... megkaphatjuk, ha kiszámítjuk a szögsebesség-idő függvény görbe alatti területét.

3. Egy ferdén elhajított test helyvektorának függőleges komponense az idő ...második... hatványával arányosan változik.

4. Egy ferdén elhajított test sebességvektorának vízszintessel bezárt szöge idővel felére csökken. A sebességvektor vízszintes komponense ezalatt ...nem... változott.

5. Newton II. törvénye értelmében egy tömegpont gyorsulása arányos a ...tömegpontra ható erők eredőjével...

6. A ...kényszererőket... úgy definiáljuk, hogy hatásukra a tömegpont mozgása kielégítsen bizonyos kényszerfeltételeket.

7. Egy adott hajlásszögű súrlódásmentes lejtőn lecsúszó test gyorsulása *a*. A lejtő hajlásszögét felére csökkentjük. A lecsúszó test gyorsulása ...nagyobb... , mint *a*/2.

8. A ...munkatétel... értelmében egy tömegpont kinetikus energiájának megváltozása egyenlő a tömegpontra ható erők munkájával.

9. Egy test mechanikai energiája a test ...kinetikus... és ...potenciális... energiáinak összege.

10. Kalapáccsal szöget verünk a falba. A ...kalapács (szög)... a ...szögön (a falon)... pozitív előjelű munkát végez.

11. Egy tömegpont gravitációs terében a potenciális energia a tömegponttól mért távolság ...−1... hatványával arányos.

12. Egy tömegpont gravitációs terében a potenciális energia annál ...nagyobb..., minél távolabb vagyunk a tömegponttól.

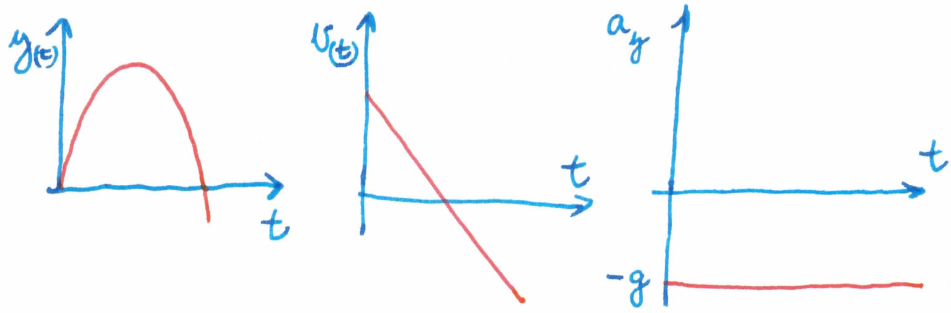
Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Definiálja egy-egy mondatban a pálya (0,5) út (0,5) és elmozdulás (0,5) fogalmakat! Ábrázolja egy függőlegesen felfelé elhajított test hely-idő (0,5), sebesség-idő (0,5), valamint gyorsulás-idő (0,5) függvényeit!

- A pálya az a görbe, amelyen a tömegpont a mozgása során végighalad.
- Az út a pályagörbe hossza.
- Az elmozdulás a mozgás kezdőpontjából a végpontjába mutató vektor.

Függőleges hajítás:

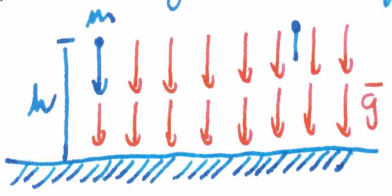


2. Definiálja egy-egy mondatban a homogén erőtér (0,5), a konzervatív erőtér (0,5) és a statikus erőtér (0,5) fogalmát! Létezik-e olyan erőtér, amely egyszerre homogén, statikus és konzervatív? Ha igen írjon rá példát (0,5), és definiáljon benne potenciális energia függvényt! (0,5) Létezik-e olyan homogén, statikus erőtér, amely nem konzervatív? Ha igen, írjon rá példát! (0,5)

- Egy erőtér homogén, ha az erő a tér minden pontjában azonos.
- Egy erőtér konzervatív, ha az erőtér tömegponton végzett munkája csak a mozgás kezdő- és végpontjának helyzetétől függ.
- Egy erőtér statikus, ha az erő nem függ az időtől.

- Homogén, statikus, konzervatív erőtér: pl: homogén nehézségi erőtér

$E_{pot} = mgh$



- Ha egy erőtér homogén és statikus, az mindenképpen konzervatív.