

# 1. Feladatok munkavégzés és konzervatív erők tárgyköréből. Munkatétel

## Munkavégzés, teljesítmény

**1.1. Feladat:** (HN 6B-8) Órai kidolgozásra 1. feladat Egy rúgót nyugalmi állapotból 4 J munka árán 10 cm-rel nyújthatunk meg. Mekkora munkavégzés szükséges további 10 cm-rel való megnyújtásához, ha a Hooke-törvény mindvégig érvényben marad?

**1.2. Feladat:** (HN 6B-10) Egy rugó által kifejtett erő a Hooke-törvény helyett az  $F = -kx^3$  törvény szerint változik, ahol  $k = 200 \text{ N/m}^3$ . Mennyi munkát végzünk, míg 0,1 m-ről 0,3 m-re nyújtjuk?

**1.3. Feladat:** (HN 6B-27) \* A 200 N súlyú gyerek nyugalmi helyzetben lévő, 3 m-es kötelű hintán ül. A gyerek barátja húzza oldalra, hogy a hinta kötele  $36^\circ$ -os szöget alkosson a függőlegessel. Határozzuk meg mekkora munkára volt ehhez szükség! A feladatot a munka definíciójának felhasználásával oldja meg!

**1.4. Feladat:** (HN 6B-39) Órai kidolgozásra 2. feladat Egy 48 km/h sebességgel egyenletesen haladó gépkocsira a légellenállás 900 N erővel hat. Mekkora teljesítménnyel dolgozik a motor a légellenállás leküzdésére?

**1.5. Feladat:** (HN 6C-57) Egy testet a koordinátarendszer origójából egyenes vonalban állandó  $\mathbf{F} = 2\hat{x} + 4\hat{y}$  erővel az  $\mathbf{r} = \hat{x} + 5\hat{y}$  helyre viszünk. (Az egyenesvonalú egyenletes mozgás fenntartásához természetesen egyéb kényszererők is fellépnek.) Határozzuk meg az  $\mathbf{F}$  erő munkáját a, közvetlenül az  $\mathbf{F}\Delta\mathbf{r}$  skaláris szorzattal, b, az  $|\mathbf{F}||\Delta\mathbf{r}|\cos\theta$  szorzattal!

**1.6. Feladat:** (HN 6C-58) Órai kidolgozásra 3. feladat Egy fiú a  $m_0 = 3$  kg tömegű,  $l_0 = 2$  m hosszúságú hajlékony láncot egyik végénél fogva úgy tartja, hogy a másik vége éppen a leér a földre.

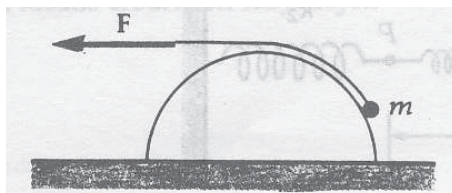
(a) Határozzuk meg, hogy miként változik a gyerek által kifejtett erő, ha a láncot egyenletes sebességgel  $s$  távolsággal lejjebb eresztzi!

(b) A  $W = \sum_i \mathbf{F}_i \Delta \mathbf{s}_i$  összegzés vagy a  $W = \int \mathbf{F} \mathbf{s}$  integrál felhasználásával számítsuk ki azt a munkát, amit a gyerek végez, míg a teljes láncot a földre eresztzi!

**1.7. Feladat:** (HN 6C-59) \* A 1. ábrán látható súrlódásmentes félhenger aljáról a tetejére húzunk fel egy  $m$  tömegű testet a henger tetején átvett kötél segítségével.

(a) Határozzuk meg a kötélerőt a hely függvényében!

(b) Az  $\int \mathbf{F} d\mathbf{s}$  integrál segítségével határozzuk meg azt a munkát, ami a testnek a henger aljáról a tetejéig való egyenletes sebességű felhúzásához szükséges! A henger sugara  $R$ .



1. ábra.

**1.8. Feladat:** (HN 6C-73) \* A 4 kg tömegű, nyugalomban lévő testet a rá ható változó erő az  $x = 2t - 3t^2 + t^3$  függvény szerint mozgat. (Az  $x$ -et méterben, a  $t$ -t másodpercben mérjük.) Határozzuk meg, hogy mekkora munkát végez ez az erő a mozgás első három másodpercében!

**1.9. Feladat:** (HN 6C-75) Az  $m$  tömegű test a nehézségi erő hatására szabadon esik. Mutassuk meg, hogy  $h$  távolság megtétele alatt a nehézségi erő átlagos teljesítménye:  $P_{\text{átl}} = m\sqrt{g^3 h/2}$ !

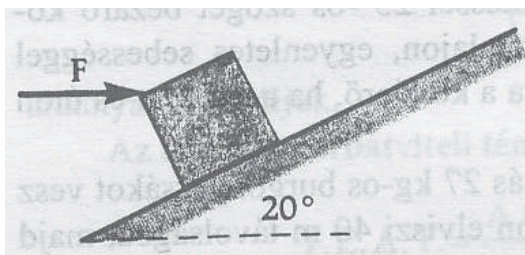
## Munkatétel

**1.10. Feladat:** (HN 6B-23) A 2. ábra szerint 2 kg-os testet vízszintes 27 N nagyságú erővel tolnunk fel egy  $20^\circ$ -os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180.

(a) Mekkora a test gyorsulása?

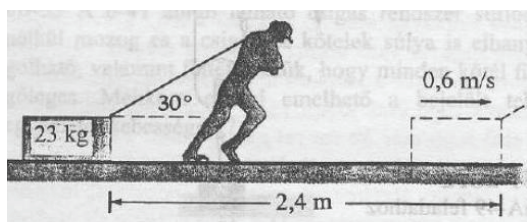
(b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé!

(c) Válaszoljunk a (b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!



2. ábra.

**1.11. Feladat:** (HN 6B-28) Órai kidolgozásra 4. feladat A 3. ábrán látható ember nyugalmi helyzetből indulva 2,4 m távolságra húz el egy 23 kg-os ládát az érdes ( $\mu = 0,5$ ) padlón. A láda végsebessége 0,6 m/s. A munkatétel alkalmazásával határozzuk meg, hogy mekkora állandó erőt fejtett ki az ember?



3. ábra.

**1.12. Feladat:** (HN 8B-27) A kezdetben nyugalomban lévő 5 kg tömegű testre 5 másodpercig 6 N állandó erő hat, majd az erő 3 s alatt zérusra csökken. Mekkora sebességet ér el a test?

**1.13. Feladat:** (HN 8B-29) Egy 5 g tömegű 700 m/s sebességű golyó behatol egy rögzített fakockába és megáll benne. Tegyük fel, hogy a fakocka  $8 \cdot 10^3$  N nagyságú állandó erőt fejt ki a

golyóra, míg az meg nem áll. Határozzuk meg

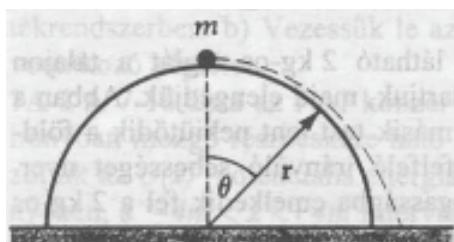
- mennyi idő alatt áll meg a golyó?
- milyen mélyen hatol be a fába?
- mennyi munkát végez a fakocka, amíg a golyó meg nem áll?
- mennyivel változik meg a golyó mozgási energiája?

**1.14. Feladat:** A  $d$  vastagságú deszkába  $m$  tömegű  $v_0$  sebességű lövedék csapódik. Mekkora lesz a másik oldalon kilépő lövedék  $v$  sebessége, ha

- a deszkában állandó a ható  $F$  erő,
- a deszkában a behatolási mélységtől függő  $F(x) = cx^2$  erő fékezi? (A  $c$  konstans paraméter.)

### Munkavégzés konzervatív erőterben. Potenciális energia

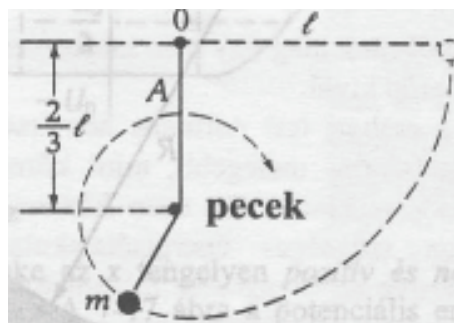
**1.15. Feladat:** (HN 7B-18) Órai kidolgozásra 5. feladat Egy kicsiny,  $m$  tömegű test a sima,  $r$  sugarú félgömb tetején nyugszik. A nyugalmi helyzetéből kissé kimozdítva, súrlódásmentesen lecsúszik a gömbön. Mekkora a függőlegessel bezárt szög  $\theta$ , amikor a test elhagyja a gömb



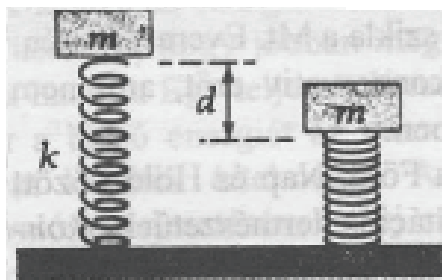
4. ábra.

felszínét?

**1.16. Feladat:** (HN 7B-21) Egy  $m$  tömegű testet  $l$  hosszúságú kötéltre ingaként felfüggesztünk. A test vízszintes helyzetből indul. Az  $O$  felfüggesztési ponttól  $2/3l$  távolságban kicsiny pöcköt helyeztünk el, melybe a kötéllengése során beakad. Így a test a legalsó pont elérése után egy  $1/3l$  sugarú függőleges körpályára tér át. Határozzuk meg a fonalat feszítő erőt az  $A$  pontban, ami a pöckök elérése utáni legmagasabb helye a testnek!



5. ábra.



6. ábra.

**1.17. Feladat:** (HN 7A-10) Órai kidolgozásra 6. feladat Egy  $m$  tömegű téglá úgy van fel-erősítve, hogy a  $k$  rugóállandójú rugót éppen csak érinti. A téglát ekkor elengedjük nyugalmi helyzetéből. Határozzuk meg, hogy milyen  $d$  távolságra jut el a téglá az elengedés után!

**1.18. Feladat:** A völgy fölött  $h$  magasságban átvezető viaduktról gumiköteleken ugrálnak alá (bungee jumping). Milyen  $L$  hosszúságúnak válassza az  $m$  tömegű ugró a  $k$  irány erejű gumi-kötelet, hogy a talajt éppen érintse? (Az ugró kiterjedése legyen pontszerű.)

**1.19. Feladat:** \* Az  $m_0$  tömegű  $l_0$  hosszúságú lánc a földön hever. A végét elkezdjük állandó  $v_0$  sebességgel emelni. a, Mekkora erőt kell ehhez kifejteni? b, Mekkora a végzett összes munka, amikor a köté végé éppen elhagyja a talajt?

## Energiatétel

**1.20. Feladat:** Egy 60 kg-os láda 4 m magasról lecsúszik egy a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget bezáró lejtőn. Mekkora a súrlódási erő munkája ezalatt, ha a láda 5 m/s sebességet ér el?

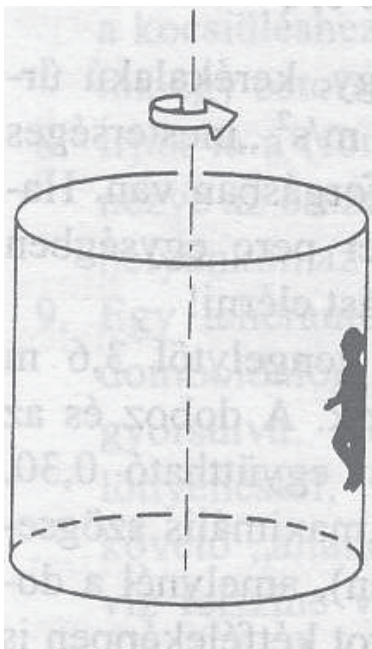
**1.21. Feladat:** Az  $\alpha$  hajlásszögű,  $\mu$  súrlódási együtthatójú lejtő alján felfelé lökünk  $v_0$  sebességgel egy  $m$  tömegű testet. A test a mozgás tetőpontját elérve visszacsúszik. Mekkora lesz a sebessége a lejtő alján? A feladatot oldjuk meg a

- (a) dinamikai egyenletek megoldásával és
- (b) az energiatétel felhasználásával!

## 2. Feladatok a gyorsuló koordináta-rendszerek tárgyköréből

### Centrifugális erő

**2.1. Feladat:** (HN 13B-20) Egy népszerű vidámparki mutatványnál a látogatók egy függőleges tengely körül forgó henger belső falának támaszkodnak a 7. ábrának megfelelően. Ezután a padlót lesüllyesztik, és hagyják, hogy a látogatók a centrifugális erőtől a falhoz "odaszögezve" és a súrlódási erő következtében a lecsúszástól védve a falon maradjanak. A henger  $R$  sugarának, az  $\omega$  szögsebességnek és a  $g$  nehézségi gyorsulásának függvényében határozzuk meg azt a legkisebb  $\mu$  nyugalmi súrlódási együtthatót, amely a lecsúszást megakadályozza. A feladatot forgó vonatkoztatási rendszerben oldjuk meg!



7. ábra.

**2.2. Feladat:** Órai kidolgozásra 7. feladat Egy  $M = 1,499 \cdot 10^{25}$  kg tömegű,  $R = 10000$  km sugarú bolygó északi sarkán  $k = 100$  N/m direkciós erejű rugóra  $m = 1$  kg tömegű testet lógatunk. A bolygó  $\omega = 10^{-4}$  1/s szögsebességgel forog. a, Mekkora a rugó megnyúlása? b, Ezt követően a mérést az egyenlítőn megismételjük. Mennyi ekkor a rugó megnyúlása?

## Coriolis-erő

**2.3. Feladat:** (HN 14C-30) Órai kidolgozásra 8. feladat Írjuk le, hogyan tudna egy személy a forgásban lévő ringlispíllapján járni úgy, hogy a rá ható Coriolis-erő és a centrifugális erő egymással egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú legyen! (A ringlispíllap forogjon az óra járásával ellentétesen.)

**2.4. Feladat:** Egy forgótárcsa szélén álló ember eldob egy testet vízszintesen a függőleges forgástengely irányába  $10$  m/s kezdősebességgel. A tárcsa percenként  $600$ -at fordul. Mekkora a tárcsa vonatkoztatási rendszerében a test pályájának kezdeti görbületi sugara?

**2.5. Feladat:** (HN 14C-33) A mesterlövész balról jobbra haladó célpontra céloz. A célt követő puskacső a vízszintes síkban mozog. A puska szögsebessége  $1,5$  rad/s abban a pillanatban, amikor az  $5$  g tömegű lövedék  $500$  m/s sebességgel éppen kilép a csőből. A forgó rendszerben mekkora Coriolis-erő hat a lövedékre a cső elhagyásának pillanatában? Milyen irányú ez az erő?

**2.6. Feladat:** (HN 14C-38) A percenként tizet forgó ringlispíllap szélén álló kislány  $10$  m/s vízszintes kezdősebességgel labdát dob a forgástengely felé. Úgy látja, hogy a pályagörbe jobbra kanyarodik. a, Számítsuk ki a pályagörbe kezdeti vízszintes görbületi sugarát! b, Amikor a labdát dobó kislány a ringlispíllap közepe felé néz, jobbra vagy balra látja elmozdulni a távoli tájat?

**2.7. Feladat:** (HN 14C-39) Az  $\omega$  szögsebességgel forgó ringlispíllap középpontjától  $r$  távolságra lévő helyen  $h$  magasságból egy tárgyat ejtenek a padlóra. A mozgást a ringlispíllap vonatkoztatási rendszeréből vizsgálva mutassuk meg, hogy az elejtés talppontja és a becsapódási pont közötti távolság jó közelítéssel  $\omega^2 rh/g$ . Milyen feltételezésekkel kell élni a feladat megoldása során?

**2.8. Feladat: Órai kidolgozásra 9. feladat** A Föld napi forgása következtében az eső testek kelet felé elhajlanak. a, Mekkora az Egyenlítőre szabadon eső test keleti irányú gyorsulása? b, Számítsuk ki, hogy a becsapódás pillanatában mekkora a keleti irányú sebessége annak a testnek, amely  $h = 100$  m magasból esik szabadon az Egyenlítőre!