Villamosmérnök alapszak Fizika2	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	
1. vizsga, 2017 máj. 24.													

NÉV: ____________________

Neptun kód: ____________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi-Barócsi ☐

1. Adott egy R sugarú gyűrű, melyet λ lineáris töltéssűrűséggel látunk el egyenletesen.

a) Mekkora dq töltése van annak a kicsiny gyűrűelemnek, mely infinitezimális $d\varphi$ középponti szög alatt látszik? (1)

$$dl = R \cdot d\varphi \qquad dq = \lambda \, dl = R\lambda \, d\varphi$$

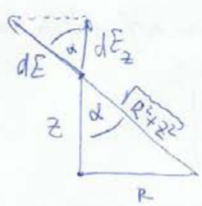
$$\boxed{dq = R\lambda \, d\varphi}$$

b) Határozza meg a $d\varphi$ középponti szög alatt látszódó gyűrűelem által keltett dE elektromos térerősség nagyságát a gyűrű tengelyén, a gyűrű síkjától z távolságban! (1)

$$r^2 = z^2 + R^2$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \boxed{\frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R^2+z^2} \cdot d\varphi}$$

c) Határozza meg a gyűrűelem által keltett dE térerősség gyűrű tengelyével párhuzamos komponensének dE_z nagyságát a gyűrű síkjától mért z távolság függvényében! (1)



$$dE_z = dE \cdot \cos\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$$\boxed{dE_z = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} \, d\varphi}$$

d) Határozza meg a teljes gyűrű által keltett $E(z)$ térerősséget a gyűrű tengelye mentén, a gyűrű síkjától mért z távolság függvényében! (1)

$$E_z = \int dE_z = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} \, d\varphi = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} \cdot 2\pi = \boxed{\frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}}}$$

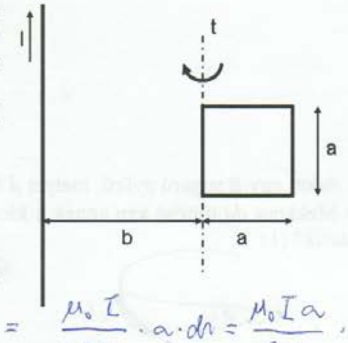
e) Elhelyezünk egy $-Q$ ponttöltést a gyűrű középpontjában, majd kismértékben kimozdítjuk a gyűrű tengelye mentén. Ekkor a ponttöltésre a kitéréssel arányos visszatérítő erő hat a gyűrű középpontja felé. Mekkora rugóállandójú rugóval lehetne helyettesíteni a fenti elektrosztatikus elrendezést? (1)

$$F_{(z)} = -QE_z = -\frac{Q\lambda R}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad F_r \cong -kz \qquad k = -\frac{dF}{dz}$$

$$k = -\frac{dF}{dz}\bigg|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{(z^2+R^2)^{3/2} - 3z^2(z^2+R^2)^{1/2}}{(z^2+R^2)^3}\bigg|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\varepsilon_0} \frac{z^2+R^2-3z^2}{(z^2+R^2)^{5/2}}\bigg|_{z=0} = \frac{-2z^2+R^2}{(z^2+R^2)^{5/2}}\bigg|_{z=0} \frac{Q\lambda R}{2\varepsilon_0} =$$

$$\boxed{k = \frac{Q\lambda}{2\varepsilon_0 R^2}}$$

2. Hosszú egyenes vezetőben I áramot folyatunk. Az egyenes vezetővel egy síkban a oldalhosszúságú négyzetes vezető keretet helyezünk el úgy, hogy annak két éle párhuzamos az egyenes vezetővel az ábra szerint.

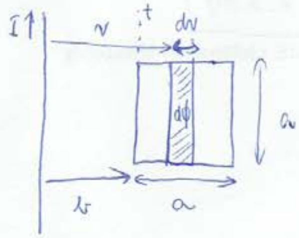


a) Mekkora a mágneses indukció nagysága az egyenes vezetéktől mért r távolság függvényében? (0,5)

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow \boxed{B_{(r)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

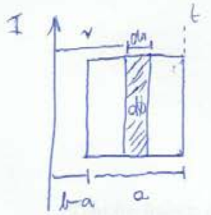
b) Mekkora a mágneses indukció vezető keretre vonatkoztatott ϕ_1 fluxusa? (1,5)



$$dA = a \cdot dr \qquad d\phi_1 = B\,dA = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a \cdot dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}\,dr$$

$$\phi_1 = \int d\phi_1 = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_b^{b+a} \frac{1}{r}\,dr = \boxed{\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b}}$$

c) A vezető keretet a t tengely körül elfordítjuk 180°-kal az ábra szerint. Mekkora lesz a mágneses indukció vezető keretre vonatkoztatott ϕ_2 fluxusa az elfordítás után? (1)



$$d\phi_2 = -B\,dA = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{1}{r}\,dr \qquad \text{/ - előjel az átfordítás miatt /}$$

$$\phi_2 = \int d\phi_2 = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_{b-a}^{b} \frac{1}{r}\,dr = \boxed{-\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b}{b-a}}$$

d) Átlagosan mekkora feszültség indukálódik a keretben, ha az átfordítás Δt idő alatt ment végbe? (1)

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\left(\ln \frac{b}{b-a} + \ln \frac{b+a}{b}\right) = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b-a}$$

$$U = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \boxed{\frac{\mu_0 I a}{2\pi \Delta t} \cdot \ln \frac{b+a}{b-a}}$$

e) Mekkora töltés halad át a keretet alkotó vezeték keresztmetszetén a kísérlet során, ha tudjuk, hogy a keret ellenállása R? (1)

$$I_i = \frac{U}{R} \qquad Q = I_i \cdot \Delta t = \frac{U}{R} \cdot \Delta t = \boxed{\frac{\mu_0 I a}{2\pi \cdot R} \ln \frac{b+a}{b-a}}$$

3. Adott egy N menetű, l hosszúságú, R sugarú szolenoid tekercs, melyben $I(t)=I_0\sin(\omega t)$ függvény szerint változó áram folyik.

a) Határozza meg a mágneses indukció $B(t)$ időfüggvényét a tekercs belsejében a szolenoid tekercsre vonatkozó tanult közelítések mellett. (1)

$$B_{(t)} = \frac{\mu_0 I_{(t)} N}{l} = \boxed{\frac{\mu_0 I_0 N}{l}\cdot \sin(\omega t)}$$

b) Írja fel a Faraday-féle indukciós törvényt egy olyan, szolenoid belsejében található r sugarú körre ($r<R$) melynek tengelye egybeesik a szolenoid tengelyével! Határozza meg a kör mentén kialakuló örvényes elektromos tér $E(r,t)$ nagyságát az idő, valamint a szolenoid tengelyétől mért r távolság függvényében! (1,5)

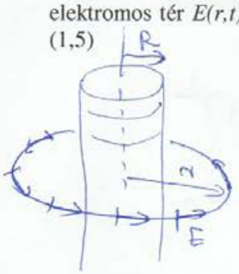
$$\oint \bar{E}\, d\bar{l} = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \oint \bar{E}\, d\bar{l} = 2\pi r E \qquad \phi_{(t)} = r^2\pi \cdot B_{(t)}$$

$$\phi_{(t)} = \frac{\mu_0 I_0 N r^2 \pi}{l}\sin(\omega t) \qquad \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 N r^2\pi\omega}{l}\cdot\cos(\omega t)$$

$$\cancel{2\pi}\cancel{r}E = -\frac{\mu_0 I_0 N r^{\cancel{2}} \cancel{\pi} \omega}{l}\cdot\cos(\omega t) \Rightarrow \boxed{E_{(r,t)} = -\frac{\mu_0 I_0 N\omega}{2l}\cdot r\cdot\cos(\omega t)}$$

(1)

c) Írja fel a Faraday-féle indukciós törvényt egy olyan, szolenoidot körülvevő r sugarú körre ($r>R$), melynek tengelye egybeesik a szolenoid tengelyével! Határozza meg a kör mentén kialakuló örvényes elektromos tér $E(r,t)$ nagyságát az idő, valamint a szolenoid tengelyétől mért r távolság függvényében! (1,5)



$$\oint \bar{E}\, d\bar{l} = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \oint \bar{E}\, d\bar{l} = 2\pi r E \qquad \phi_{(t)} = R^2\pi\, B_{(t)}$$

$$\phi_{(t)} = \frac{\mu_0 I_0 N R^2\pi}{l}\sin(\omega t) \qquad \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 N R^2\pi\omega}{l}\cos(\omega t)$$

$$2\cancel{\pi} r E = -\frac{\mu_0 I_0 N R^2\cancel{\pi}\omega}{l}\cos\omega t \Rightarrow \boxed{E_{(r,t)} = \frac{-\mu_0 I_0 N R^2\omega}{2l}\cdot\frac{1}{r}\cos(\omega t)}$$

(2)

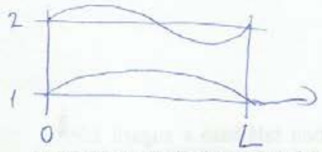
c) Határozza meg a $j_{elt}(r,t)$ eltolási áramsűrűség nagyságát a szolenoid tengelyétől mért r távolság, valamint az idő függvényében a szolenoidon belüli, valamint az azon kívüli térben! (1)

$r<R$ $\quad j_{elt} = \varepsilon_0\cdot\frac{dE}{dt} = \boxed{\frac{\mu_0\varepsilon_0 I_0 N\omega^2}{2l}\cdot r\,\sin(\omega t)}$ (1)

$r>R$ $\quad j_{elt} = \varepsilon_0\frac{dE}{dt} = \boxed{\frac{\mu_0\varepsilon_0 I_0 N\omega^2}{2l}\cdot\frac{1}{r}\sin(\omega t)}$ (2)

4. Egydimenziós, végtelen magas potenciálfalak közé részecskét zárunk. A részecske hullámfüggvénye $\Psi(x)=A\sin(kx)$ alakú.

a) Mekkora értékeket vehet fel k, ha tudjuk, hogy a részecske csak a $0<x<L$ tartományon mozoghat szabadon? (1)



$$\left.\begin{array}{l}\Psi(x=0)=0\\ \Psi(x=L)=0\end{array}\right\} \Rightarrow k\cdot L = n\pi \qquad n=1,2,3\ldots$$

$$\boxed{k_n=\frac{\pi}{L}\cdot n}$$

b) Mekkora értékeket vehet fel a részecske de-Broglie-hullámhossza? (1)

$$k=\frac{2\pi}{\lambda_D} \Rightarrow \lambda_D=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{L}\cdot n}=\boxed{\frac{2L}{n}} \qquad n=1,2,3\ldots$$

c) Mekkora értékeket vehet fel a részecske impulzusa? (1)

$$p=\frac{h}{\lambda_D}=\frac{h}{\frac{2L}{n}}=\boxed{\frac{h}{2L}\cdot n} \qquad n=1,2,3\ldots$$

d) Mekkorának kell választanunk A értékét, hogy a hullámfüggvény kielégítse a normálási feltételt?

Segítség: $\int \sin^2(kx)dx=\frac{x}{2}-\frac{\sin(2kx)}{4k}$

$$1=\int_0^L |\Psi_{(x)}|^2dx=\int_0^L A^2\sin^2(kx)\,dx=A^2\left[\frac{x}{2}-\frac{\sin(2kx)}{4k}\right]_0^L$$

$$1=A^2\left(\frac{L}{2}-\frac{0}{2}-\frac{\overbrace{\sin(2k\cdot L)}^{0}}{4k}+\frac{\overbrace{\sin(2k\cdot 0)}^{0}}{4k}\right)=A^2\cdot\frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{A=\sqrt{\frac{2}{L}}}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika2	1. vizsga, 2017. máj. 24.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel matematikai alakban az elektrosztatika Gauss-törvényét (0,5), és fogalmazza meg a törvényt egész mondatban! (1) A Gauss-törvény felhasználásával vezesse le, hogyan változik az elektromos térerősség egy hosszú, λ lineáris töltéssűrűséggel egyenletesen ellátott egyenes vonaltöltés körül! (1,5)

$$\boxed{\oint \bar{E}\, d\bar{A} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}}$$

Az elektromos térerősség zárt felületre vett integrálja egyenlő a zárt felület által határolt töltéssel 1/ε₀-szorosával

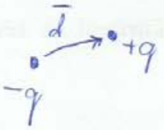
zárt felület: henger

$$\oint \bar{E}\, d\bar{A} = \underbrace{\int \bar{E}\, d\bar{A}}_{\substack{\text{alapok}\\ \bar{E}\perp d\bar{A}}} + \underbrace{\int \bar{E}\, d\bar{A}}_{\substack{\text{palást}\\ \bar{E}\parallel d\bar{A}}} = 0 + \int_{\text{palást}} |\bar{E}||d\bar{A}| = |\bar{E}|\cdot \int_{\text{palást}} |d\bar{A}| = |\bar{E}|\cdot 2\pi r \cdot l$$

palást: palástonállandó

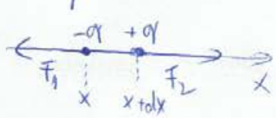
$$Q = \lambda l \Rightarrow 2\pi r \cancel{l} \cdot E = \lambda \cancel{l} \qquad \boxed{E_r = \frac{\lambda}{2\pi r}}$$

2. Definiálja az elektromos dipólmomentum-vektort matematikai összefüggés segítségével, nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket. (1) Vizsgáljon egy *x* tengellyel párhuzamos elektromos dipólt, melyet helyfüggő elektromos térbe helyeztünk. A tér *x* irányú összetevőjét az *E(x)* függvény írja le. Mutassa meg, hogy az *x* koordinátájú pontba helyezett dipólra ható erő nagysága arányos a tér *x* koordináta szerinti deriváltjának *x* helyen vett helyettesítési értékével! (2)



$$\boxed{\bar{p} = q\bar{d}}$$

q: dipólt alkotó töltések nagysága
d̄: ⊖ töltéstől a ⊕ töltéshez húzott vektor



$$F_1 = -q E(x) \qquad F_2 = q(E(x+dx)) \qquad \sum F = F_1 + F_2 =$$

$$F = q\left(E(x+dx) - E(x)\right) = \underbrace{q\cdot dx}_{p_x} \underbrace{\frac{E(x+dx) - E(x)}{dx}}_{\frac{dE}{dx}} = \boxed{p_x \cdot \frac{dE}{dx}}$$

3. Definiálja a *v* sebességű, ***B*** mágneses indukciójú térben mozgó *q* töltésű részecskére ható Lorentz-erőt matematikai összefüggés segítségével! (1) Mi a feltétele annak, hogy egy *m* tömegű töltött részecske homogén mágneses térben körpályára álljon? (0,5) Vezesse le a körpálya sugarára vonatkozó összefüggést! (1,5)

$$\boxed{\bar{F}_L = q\,\bar{v}\times\bar{B}}$$

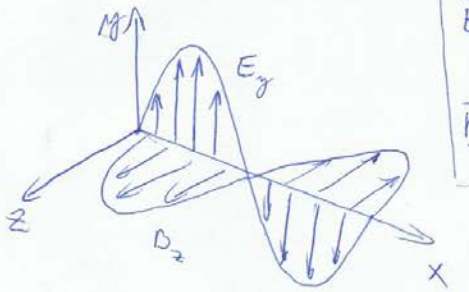
Körpálya feltétele: $\boxed{\bar{v} \perp \bar{B}}$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

$$\bar{F}_L = m\,\bar{a}_{cp}$$

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

4. Rajzolja le sematikusan egy x irányban terjedő, y irányban polarizált síkhullámban az elektromos és a mágneses tér helyfüggését! (0,5). Adja meg koordinátás alakban az elektromos térerősség-vektort, valamint a mágneses indukció-vektort a hely és az idő függvényében,(1) és nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Mi a kapcsolat a mágneses indukció, valamint az elektromos térerősség amplitúdója között? (0,5)



$$\boxed{\begin{aligned}\bar{E}_{(x,t)} &= \left[0,\ E_0 \sin(kx-\omega t),\ 0\right] \\ \bar{B}_{(x,t)} &= \left[0,\ 0,\ B_0 \sin(kx-\omega t)\right]\end{aligned}}$$

E_0 elektromos tér amplitúdója

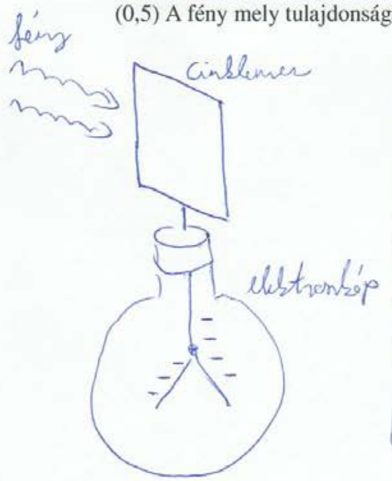
B_0 mágneses tér amplitúdója

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ hullámszám, λ: hullámhossz

$\omega=2\pi f$ körfrekvencia, f: frekvencia

$$\boxed{B_0 = \frac{E_0}{c}}$$

5. Rajzolja le egy olyan kísérleti elrendezés vázlatát, amely segítségével a fotoeffektus demonstrálható! (0,5) Fogalmazza meg egy mondatban a kísérlet lényegét! (1) Írja fel a fotoeffektus energiamérlegét matematikai összefüggés segítségével, (0,5) és nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) A fény mely tulajdonságával arányos egy fotocellában induló fotoáram? (0,5)



A fémlemezből elektronok lépnek ki, és az elektroszkóp kisül, ha a fémlemezt egy kritikus hullámhossznál kisebb hullámhosszú fénnyel világítjuk meg.

$$\boxed{hf = W_{ki} + \frac{1}{2} m v^2}$$

h: Planck-állandó

f: fény frekvenciája

W_{ki}: fémre jellemző kilépési munka

$\frac{1}{2} m v^2$: fémet elhagyó elektron mozgási energiája

fotoáram ~ fény intenzitása, fotonok száma

Villamosmérnök alapszak Fizika2 **1. vizsga, 2017. máj. 24.**

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Az elektromos térerősség mértékegysége ....V/m ; N/C.................

2. Elektromosan töltött fémfelületeken a térerősség annál nagyobb, minél ...kisebb............ a felület görbületi sugara.

3. Egy -2 C töltésű fémgolyót összeérintünk egy ugyanakkora méretű, 4 C töltésű golyóval, majd újra eltávolítjuk őket. Az egyik golyó töltése ....1 C....., a másiké .....1 C......... lesz.

4. Adott Q töltéssel ellátott gömb felszínére kicsiny dq mennyiségű töltést kívánunk juttatni a gömbtől igen távol elhelyezkedő pontból. Annál több munkát kell végeznünk, minél kisebb........ a gömb sugara.

5. Az ...elektromos erővonalak............................ mindig merőlegesek az ekvipotenciális felületekre.

6. Síkkondenzátor minden lineáris méretét megduplázzuk. A kapacitás ....két.....................-szeresére változik.

7. Egy párhuzamos vezetékpár segítségével izzólámpát táplálunk egy áramforrásról. A két vezeték ....taszítja................... egymást.

8. ..Inhomogén....... mágneses térben mágneses dipólra erő hat.

9. Egy ....ferromágneses........ anyag a Curie-hőmérséklet felett ...paramágneses... anyag lesz.

10. Áramjárta tekercsben hirtelen kikapcsoljuk az áramot. A tekercs kapcsain megjelenő feszültség annál nagyobb, minél nagyobb a tekercs ....önindukciós tényezője......

11. Az ...eltolási áramsűrűség................ egyenlő az elektromos térerősség idő szerinti deriváltjának ε_0-szorosával.

12. Compton-szórás során .....foton......... hat kölcsön ....elektronnal........-nal.

13. A hidrogénatom elektronjának energiáját a ....főkvantum....szám határozza meg.

14. A megfigyelőhöz képest gyorsan mozgó űrhajón a megfigyelő számára ..gyorsabban.......... telik az idő, mint az űrhajón utazók számára.

15. A pásztázó alagútmikroszkóp tűje nem ér hozzá a vizsgált mintához, a tű és a minta között mégis folyik áram. A készülék működése az .....alagúteffektuson.... alapul.