

Villamosmérnök alapszak Fizika2 1. vizsga, 2017 máj. 24.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz

NÉV: \_\_\_\_\_

Neptun kód: \_\_\_\_\_

Előadó: Márkus  / Sarkadi-Barócsi

1. Adott egy  $R$  sugarú gyűrű, melyet  $\lambda$  lineáris töltéssűrűséggel látunk el egyenletesen.

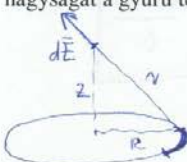
a) Mekkora  $dq$  töltése van annak a kicsiny gyűrűelemnek, mely infinitezimális  $d\varphi$  középponti szög alatt látszik? (1)



$$dl = R \cdot d\varphi \quad dq = \lambda \cdot dl = R \lambda d\varphi$$

$$dq = R \lambda d\varphi$$

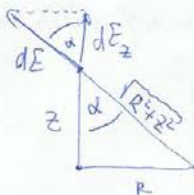
b) Határozza meg a  $d\varphi$  középponti szög alatt látszó gyűrűelem által keltett  $dE$  elektromos térerősség nagyságát a gyűrű tengelyén, a gyűrű síkjától  $z$  távolságban! (1)



$$r^2 = z^2 + R^2$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2 + z^2} \cdot d\varphi$$

c) Határozza meg a gyűrűelem által keltett  $dE$  térerősség gyűrű tengelyével párhuzamos komponensének  $dE_z$  nagyságát a gyűrű síkjától mért  $z$  távolság függvényében! (1)



$$dE_z = dE \cdot \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$dE_z = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} d\varphi$$

d) Határozza meg a teljes gyűrű által keltett  $E(z)$  térerősséget a gyűrű tengelye mentén, a gyűrű síkjától mért  $z$  távolság függvényében! (1)

$$E_z = \int dE_z = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} d\varphi = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \cdot 2\pi = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

e) Elhelyezünk egy  $-Q$  ponttöltést a gyűrű középpontjában, majd kismértékben kimozdítjuk a gyűrű tengelye mentén. Ekkor a ponttöltésre a kitéréssel arányos visszatérítő erő hat a gyűrű középpontja felé. Mekkora rugóállandójú rugóval lehetne helyettesíteni a fenti elektrosztatikus elrendezést? (1)

$$F_{(z)} = -QE_z = -\frac{Q\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad F_{(z)} \approx -kz \quad k = -\frac{dF}{dz}$$

$$k = -\frac{dF}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\epsilon_0} \cdot \frac{(z^2 + R^2)^{3/2} - 3z^2(z^2 + R^2)^{1/2}}{(z^2 + R^2)^3} \Big|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z^2 + R^2 - 3z^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} \Big|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{-2z^2 + R^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} \Big|_{z=0} = \frac{Q\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{R^2}{R^5} = \frac{Q\lambda}{2\epsilon_0 R^2}$$

$$k = \frac{Q\lambda}{2\epsilon_0 R^2}$$

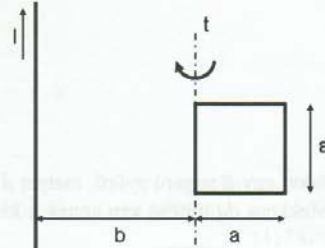
2. Hosszú egyenes vezetében  $I$  áramot folytatunk. Az egyenes vezetővel egy síkban  $a$  oldalhosszúságú négyzetes vezető keretet helyezünk el úgy, hogy annak két éle párhuzamos az egyenes vezetővel az ábra szerint.

a) Mekkora a mágneses indukció nagysága az egyenes vezetőtől mért  $r$  távolság függvényében? (0,5)

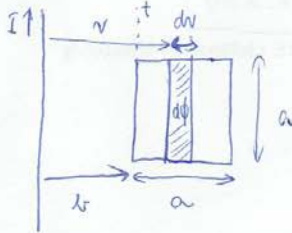


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



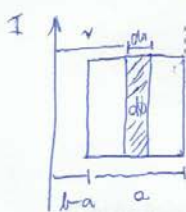
b) Mekkora a mágneses indukció vezető keretre vonatkoztatott  $\phi_1$  fluxusa? (1,5)



$$dA = a \cdot dv \quad d\phi_1 = B \cdot dA = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot a \cdot dv = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \cdot dv$$

$$\phi_1 = \int d\phi_1 = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_b^{b+a} \frac{1}{r} \cdot dv = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b}$$

c) A vezető keretet a  $t$  tengely körül elfordítjuk  $180^\circ$ -kal az ábra szerint. Mekkora lesz a mágneses indukció vezető keretre vonatkoztatott  $\phi_2$  fluxusa az elfordítás után? (1)



$$d\phi_2 = -B \cdot dA = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \cdot dv \quad / - \text{előjel az átfordítás miatt}/$$

$$\phi_2 = \int d\phi_2 = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_{b-a}^b \frac{1}{r} \cdot dv = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b}{b-a}$$

d) Átlagosan mekkora feszültség indukálódik a keretben, ha az átfordítás  $\Delta t$  idő alatt ment végbe? (1)

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left( \ln \frac{b}{b-a} + \ln \frac{b+a}{b} \right) = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b-a}$$

$$U = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \Delta t} \ln \frac{b+a}{b-a}$$

e) Mekkora töltés halad át a keretet alkotó vezeték keresztmetszetén a kísérlet során, ha tudjuk, hogy a keret ellenállása  $R$ ? (1)

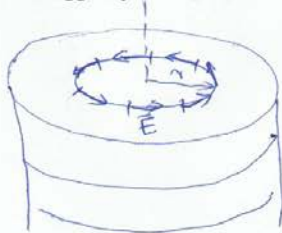
$$I_i = \frac{U}{R} \quad Q = I_i \cdot \Delta t = \frac{U}{R} \cdot \Delta t = \frac{\mu_0 I a}{2\pi \cdot R} \ln \frac{b+a}{b-a}$$

3. Adott egy  $N$  menetű,  $l$  hosszúságú,  $R$  sugarú szolenoid tekercs, melyben  $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$  függvény szerint változó áram folyik.

a) Határozza meg a mágneses indukció  $B(t)$  időfüggvényét a tekercs belsejében a szolenoid tekercsre vonatkozó tanult közelítések mellett. (1)

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t) N}{l} = \frac{\mu_0 I_0 N}{l} \cdot \sin(\omega t)$$

b) Írja fel a Faraday-féle indukciós törvényt egy olyan, szolenoid belsejében található  $r$  sugarú körre ( $r < R$ ) melynek tengelye egybeesik a szolenoid tengelyével! Határozza meg a kör mentén kialakuló örvényes elektromos tér  $E(r,t)$  nagyságát az idő, valamint a szolenoid tengelyétől mért  $r$  távolság függvényében! (1,5)



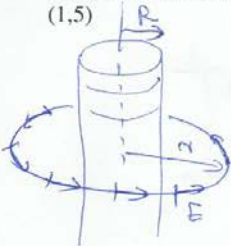
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E \quad \phi(t) = r^2 \pi \cdot B(t)$$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0 I_0 N r^2 \pi}{l} \sin(\omega t) \quad \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 N r^2 \pi \omega}{l} \cos(\omega t)$$

$$2\pi r E = - \frac{\mu_0 I_0 N r^2 \pi \omega}{l} \cos(\omega t) \Rightarrow E(r,t) = - \frac{\mu_0 I_0 N \omega}{2l} \cdot r \cdot \cos(\omega t)$$

(1)

c) Írja fel a Faraday-féle indukciós törvényt egy olyan, szolenoidot körülvevő  $r$  sugarú körre ( $r > R$ ), melynek tengelye egybeesik a szolenoid tengelyével! Határozza meg a kör mentén kialakuló örvényes elektromos tér  $E(r,t)$  nagyságát az idő, valamint a szolenoid tengelyétől mért  $r$  távolság függvényében! (1,5)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E \quad \phi(t) = R^2 \pi \cdot B(t)$$

$$\phi(t) = \frac{\mu_0 I_0 N R^2 \pi}{l} \sin(\omega t) \quad \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 N R^2 \pi \omega}{l} \cos(\omega t)$$

$$2\pi r E = - \frac{\mu_0 I_0 N R^2 \pi \omega}{l} \cos \omega t \Rightarrow E(r,t) = - \frac{\mu_0 I_0 N R^2 \omega}{2l} \cdot \frac{1}{r} \cos(\omega t)$$

(2)

c) Határozza meg a  $j_{ed}(r,t)$  eltolási áramsűrűség nagyságát a szolenoid tengelyétől mért  $r$  távolság, valamint az idő függvényében a szolenoidon belüli, valamint az azon kívüli térben! (1)

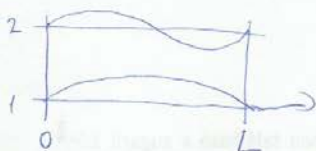
$$r < R \quad j_{ed} = \epsilon_0 \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 I_0 N \omega^2}{2l} \cdot r \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$r > R \quad j_{ed} = \epsilon_0 \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 I_0 N \omega^2}{2l} \cdot \frac{1}{r} \sin(\omega t) \quad (2)$$



4. Egydimenziós, végtelen magas potenciálfalak közé részecskét zárunk. A részecske hullámfüggvénye  $\Psi(x) = A \sin(kx)$  alakú.

a) Mekkora értékeket vehet fel  $k$ , ha tudjuk, hogy a részecske csak a  $0 < x < L$  tartományon mozoghat szabadon? (1)



$$\Psi(x=0) = 0 \quad \Psi(x=L) = 0 \quad \Rightarrow \quad k \cdot L = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$k_n = \frac{\pi}{L} \cdot n$$

b) Mekkora értékeket vehet fel a részecske de-Broglie-hullámhossza? (1)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_D} \Rightarrow \lambda_D = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{L} \cdot n} = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

c) Mekkora értékeket vehet fel a részecske impulzusa? (1)

$$p = \frac{h}{\lambda_D} = \frac{h}{\frac{2L}{n}} = \frac{h}{2L} \cdot n \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

d) Mekkora kell választanunk  $A$  értékét, hogy a hullámfüggvény kielégítse a normálási feltételt?

Segítség:  $\int \sin^2(kx) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2kx)}{4k}$

$$1 = \int_0^L |\Psi(x)|^2 dx = \int_0^L A^2 \sin^2(kx) dx = A^2 \left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin(2kx)}{4k} \right]_0^L$$

$$1 = A^2 \left( \frac{L}{2} - \frac{0}{2} - \frac{\sin(2kL)}{4k} + \frac{\sin(2k \cdot 0)}{4k} \right) = A^2 \cdot \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.  
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel matematikai alakban az elektrosztatika Gauss-törvényét (0,5), és fogalmazza meg a törvényt egész mondatban! (1) A Gauss-törvény felhasználásával vezesse le, hogyan változik az elektromos térerősség egy hosszú,  $\lambda$  lineáris töltéssűrűséggel egyenletesen ellátott egyenes vonaltöltés körül! (1,5)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum Q}{\epsilon_0}$$



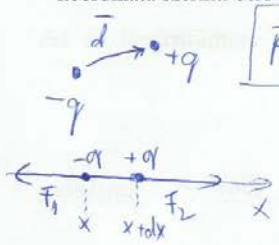
Az elektromos térerősség zárt felületre vett integrálja egyenlő a zárt felület által határolt töltéssel  $1/\epsilon_0$ -szorzásával

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{alapok}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{palszt}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 + \int_{\text{palszt}} |\vec{E}| |d\vec{A}| = |\vec{E}| \cdot \int_{\text{palszt}} dA = |\vec{E}| \cdot 2\pi r \cdot l$$

alapok    palszt    palszt    palszt  
 $\vec{E} \perp d\vec{A}$      $\vec{E} \parallel d\vec{A}$     palszt    palszt  
állandó

$$Q = \lambda l \Rightarrow 2\pi r \lambda \cdot E = \lambda l \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

2. Definiálja az elektromos dipólmomentum-vektort matematikai összefüggés segítségével, nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket. (1) Vizsgáljon egy  $x$  tengellyel párhuzamos elektromos dipólt, melyet helyfüggő elektromos térbe helyeztünk. A tér  $x$  irányú összetevőjét az  $E(x)$  függvény írja le. Mutassa meg, hogy az  $x$  koordinátájú pontba helyezett dipóra ható erő nagysága arányos a tér  $x$  koordináta szerinti deriváltjának  $x$  helyen vett helyettesítési értékével! (2)



$\vec{p} = q\vec{d}$      $q$ : dipólus alkotó töltések nagysága  
 $\vec{d}$ :  $\ominus$  töltéstől a  $\oplus$  töltéshez húzott vektor

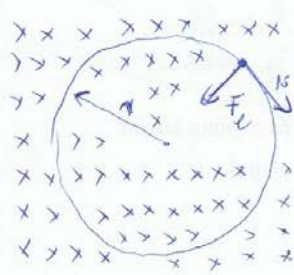
$$F_1 = -qE(x) \quad F_2 = qE(x+dx) \quad \{ F = F_1 + F_2 =$$

$$F = q(E(x+dx) - E(x)) = q \cdot dx \cdot \frac{E(x+dx) - E(x)}{dx} = p_x \cdot \frac{dE}{dx}$$

3. Definiálja a  $v$  sebességű,  $B$  mágneses indukciójú térben mozgó  $q$  töltésű részecskére ható Lorentz-erőt matematikai összefüggés segítségével! (1) Mi a feltétele annak, hogy egy  $m$  tömegű töltött részecske homogén mágneses térben körpályára álljon? (0,5) Vezesse le a körpálya sugarára vonatkozó összefüggést! (1,5)

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Körpálya feltétele:  $\vec{v} \perp \vec{B}$

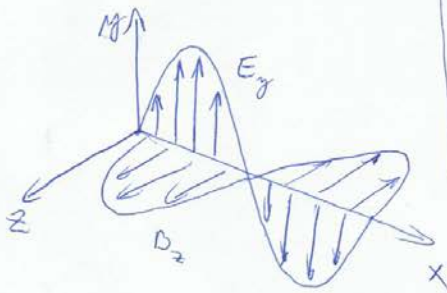


$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_L = m\vec{a}_{cp}$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

4. Rajolja le sematikusan egy  $x$  irányban terjedő,  $y$  irányban polarizált síkhullámban az elektromos és a mágneses tér helyfüggését! (0,5). Adja meg koordinátás alakban az elektromos térerősség-vektort, valamint a mágneses indukció-vektort a hely és az idő függvényében, (1) és nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Mi a kapcsolat a mágneses indukció, valamint az elektromos térerősség amplitúdója között? (0,5)



$$\vec{E}(x,t) = [0, E_0 \sin(kx - \omega t), 0]$$

$$\vec{B}(x,t) = [0, 0, B_0 \sin(kx - \omega t)]$$

$E_0$  elektromos tér amplitúdója

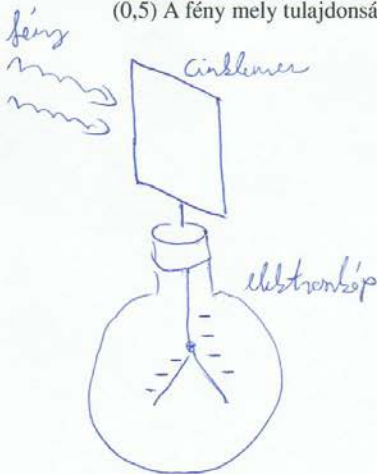
$B_0$  mágneses tér amplitúdója

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  hullámhossz,  $\lambda$ : hullámhossz

$\omega = 2\pi f$  körfrekvencia,  $f$ : frekvencia

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

5. Rajolja le egy olyan kísérleti elrendezés vázlatát, amely segítségével a fotoeffektus demonstrálható! (0,5) Fogalmazza meg egy mondatban a kísérlet lényegét! (1) Írja fel a fotoeffektus energiamérlegét matematikai összefüggés segítségével, (0,5) és nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) A fény mely tulajdonságával arányos egy fotocellában induló fotoáram? (0,5)



A fénylemezről elektronok lépnek ki, és az elektronlemezre kerül, ha a fénylemez egy kritikus hullámhossznál kisebb hullámhosszú fényvel világítjuk meg.

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

$h$ : Planck-állandó

$f$ : fény frekvenciája

$W_{ki}$ : fényre jellemző

kiáramlás munkája

$\frac{1}{2}mv^2$ : fényt elhagyó

elektron mozgási energiája

fotoáram  $\sim$  fény intenzitása,  
fotoáram mértéke



## Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Az elektromos térerősség mértékegysége  $V/m$ ;  $N/C$ .....
2. Elektromosan töltött fémfelületeken a térerősség annál nagyobb, minél  $kisebb$ ..... a felület görbületi sugara.
3. Egy  $-2\text{ C}$  töltésű fémgolyót összeérintünk egy ugyanakkora méretű,  $4\text{ C}$  töltésű golyóval, majd újra eltávolítjuk őket. Az egyik golyó töltése  $1\text{ C}$ ....., a másiké  $1\text{ C}$ ..... lesz.
4. Adott  $Q$  töltéssel ellátott gömb felszínére kicsiny  $dq$  mennyiségű töltést kívánunk juttatni a gömbtől igen távol elhelyezkedő pontból. Annál több munkát kell végeznünk, minél  $kisebb$ ..... a gömb sugara.
5. Az elektromos erővonalak..... mindig merőlegesek az ekvipotenciális felületekre.
6. Síkkondenzátor minden lineáris méretét megduplázzuk. A kapacitás  $kétszerezésre$ ..... szeresére változik.
7. Egy párhuzamos vezetőkpár segítségével izzólámpát táplálunk egy áramforrásról. A két vezető  $tanítja$ ..... egymást.
8. inhomogén..... mágneses térben mágneses dipólra erő hat.
9. Egy ferromágneses..... anyag a Curie-hőmérséklet felett paramágneses..... anyag lesz.
10. Áramjárta tekercsben hirtelen kikapcsoljuk az áramot. A tekercs kapcsain megjelenő feszültség annál nagyobb, minél nagyobb a tekercs önindukciós áram.....
11. Az eltolási áramműködés..... egyenlő az elektromos térerősség idő szerinti deriváltjának  $\epsilon_0$ -szorosával.
12. Compton-szórás során foton..... hat kölcsön elektronnal.....-nal.
13. A hidrogénatom elektronjának energiáját a fotokvantum..... szám határozza meg.
14. A megfigyelőhöz képest gyorsan mozgó űrhajón a megfigyelő számára gyorsabban..... telik az idő, mint az űrhajón utazók számára.
15. A pásztázó alagútmikroszkóp tüje nem ér hozzá a vizsgált mintához, a tü és a minta között mégis folyik áram. A készülék működése az alagút effektuson..... alapul.