5. GYAKORLAT

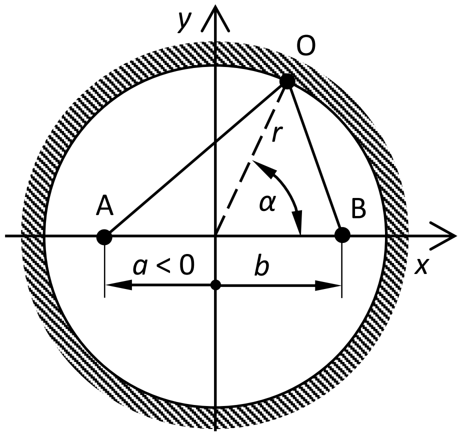
Dr. Erdei Gábor, 2019-10-11

Az előző óráról lemaradt paraxiális anyag befejezése…

Ami a Fresnel-formulák óráról lemaradt…

Fermat-elv alkalmazása fénysugár pályájának meghatározására

Az ábrán látható gömbtükörben milyen α érték esetén lesz az AOB szakasz valódi fénysugár?



$$\begin{aligned} x_O &= r\cos(\alpha) \\ y_O &= r\sin(\alpha) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\mathrm{AO} = \sqrt{r^2\sin^2(\alpha) + (r\cos(\alpha) - a)^2} \tag{2}$$

$$\mathrm{OB} = \sqrt{r^2\sin^2(\alpha) + (b - r\cos(\alpha))^2} \tag{3}$$

$$OPL = \mathrm{AO} + \mathrm{OB} \tag{4}$$

$$\mathrm{AO} = \sqrt{r^2\sin^2(\alpha) + r^2\cos^2(\alpha) - 2ar\cos(\alpha) + a^2} = \sqrt{r^2 - 2ar\cos(\alpha) + a^2} \tag{5}$$

$$\mathrm{OB} = \sqrt{r^2\sin^2(\alpha) + r^2\cos^2(\alpha) - 2br\cos(\alpha) + b^2} = \sqrt{r^2 - 2br\cos(\alpha) + b^2} \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}OPL}{d\alpha} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{1}{2}\frac{2ar\sin(\alpha)}{\sqrt{r^2-2ar\cos(\alpha)+a^2}} + \frac{1}{2}\frac{2br\sin(\alpha)}{\sqrt{r^2-2br\cos(\alpha)+b^2}} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{a}{\sqrt{r^2-2ar\cos(\alpha)+a^2}} = -\frac{b}{\sqrt{r^2-2br\cos(\alpha)+b^2}} \tag{9}$$

$$a^2(r^2 - 2br\cos(\alpha) + b^2) = b^2(r^2 - 2ar\cos(\alpha) + a^2) \tag{10}$$

$$a^2r - 2a^2b\cos(\alpha) = b^2r - 2b^2a\cos(\alpha) \tag{11}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2r - a^2r}{2b^2a - 2a^2b} = \frac{r}{2}\frac{b^2-a^2}{ab(b-a)}\,. \tag{12}$$

Példa a komplex törésmutató használatára: az arany abszorpciója, reflexiója

λ_0 = 400 nm, merőleges beesés levegőből arany felületre, lineáris (x) polarizáció esetén. n = 1.468, κ = 1.953. Mekkora a felület reflektanciája? A levegő törésmutatóját 1.0-nak tekintjük.

$$\tilde{n} \equiv n - \mathrm{i} \cdot \kappa \tag{13}$$

$$R = \left|\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}\right|^2 = \frac{1.468-\mathrm{i}\cdot 1.953-1}{1.468-\mathrm{i}\cdot 1.953+1} \cdot \frac{1.468+\mathrm{i}\cdot 1.953-1}{1.468+\mathrm{i}\cdot 1.953+1} = \frac{0.468^2+1.953^2}{2.468^2+1.953^2} = 40.7\% \, . \tag{14}$$

Mekkora a behatolási mélység? A z-tengely a felületnormális irányába mutat.

$$E_x(z) \equiv E_0 \cdot e^{-ik_{re}z} \cdot e^{-k_{im}z} \tag{15}$$

Az intenzitás csökkenését a Lambert-Beer törvény írja le, azaz (15) abszolútérték-négyzete:

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-2k_{im}z} \tag{16}$$

Merőleges beesés esetén igaz, hogy:

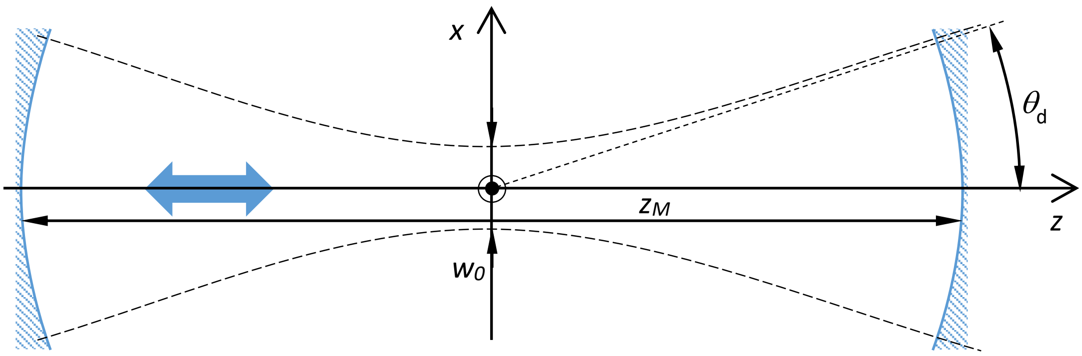
$$k_{im} = k_0 \cdot \kappa \tag{17}$$

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-2k_0 \cdot \kappa \cdot z} = I_0 \cdot e^{-2\frac{z}{\delta}} \tag{18}$$

$$\delta = \frac{1}{k_0 \cdot \kappa} = \frac{\lambda_0}{2\pi \cdot \kappa} = \frac{400 \text{ nm}}{2\pi \cdot 1.953} = 32.6 \text{ nm} \, . \tag{19}$$

Példa Gauss-nyaláb terjedésére: konfokális lézerrezonátor

λ = 633 nm, z_M = 300 mm, a nyaláb divergenciája θ_d = 0.6 mrad. Mekkora a nyalábsugár (w_0) a nyak pozíciójában? Mekkora a stabil működéshez szükséges tükörrádiusz (R)?



$$\theta_d = \frac{\lambda}{\pi w_0} \text{ [rad]} \rightarrow w_0 = \frac{\lambda}{\pi \theta_d} = \frac{633 \cdot 10^{-6} \text{ mm}}{\pi 0.0006} = 0.336 \text{ mm} \, . \tag{20}$$

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2\right] = \frac{z_M}{2}\left[1 + \left(\frac{2\pi w_0^2}{\lambda z_M}\right)^2\right] =$$

$$= \frac{300}{2}\left[1 + \left(\frac{2\pi 0.336^2}{633 \cdot 10^{-6} \cdot 300}\right)^2\right] = 2243 \text{ mm} \, . \tag{21}$$