Fizika i 2023 tavasz, 4. gyakorlat

Órai munkához:

F1*.

a) A fallal történő rugalmas ütközés során ΔN számú molekula falra merőleges sebességvektor-komponense ellentétes irányú lesz $\Delta t = 1$ s idő alatt, azaz a falra kifejtett átlagos nyomóerő:

$$F = \frac{2\Delta N m \langle |v_x| \rangle}{\Delta t},$$

ahol $m = \frac{28 \text{ g/mol}}{6\cdot 10^{23} \text{ 1/mol}}$ egy nitrogénmolekula tömege. Az A felületű falra ható nyomás

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2\Delta N m \langle |v_x| \rangle}{A \Delta t} = 17500 \text{ Pa}.$$

b) Az ekvipartíció-tétel szerint egy szabadsági fokra $\frac{1}{2}kT$ energia jut, azaz

$$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} kT \;\to\; T = \frac{m \langle v_x^2 \rangle}{k} \approx 304 \text{ K}.$$

Felhasználtuk, hogy a megadott átlagos sebességkomponens jó közelítéssel az x irányú sebességkomponens négyzetátlagának gyöke.

A gáz belső energiája (a szabadági fokok száma $f = 5$)

$$E_\text{b} = \frac{5}{2} NkT,$$

azaz egy molekulára átlagosan

$$\varepsilon = \frac{5}{2} kT \approx 1{,}0 \cdot 10^{-20} \text{ J} \approx 66 \text{ meV}.$$

energia jut.

c) Ha a gázt egy L oldalhosszúságú dobozban képzeljük el, akkor a $V = L^3$ térfogatú dobozban N molekula van, azaz egy élhossz mentén $\sqrt[3]{N}$ darab molekula van, azaz a molekulák közötti átlagos távolság

$$\lambda = \frac{L}{\sqrt[3]{N}}.$$

Az ideális gáz állapotegyenletéből

$$V = L^3 = \frac{NkT}{p} \;\to\; L = \sqrt[3]{\frac{NkT}{p}}.$$

Tehát az átlagos távolság:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}} \approx 6{,}2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 6{,}2 \text{ nm}.$$

F2*.

Stacionárius esetben a rúd mentén, a T_1 hőmérsé végponttól mérve x távolságban a hőmérsékletet a

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \kappa_1 A \frac{T_1 - T(x)}{x}, \text{ ha } x \le L,$$

illetve a

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \kappa_2 A \frac{T(x) - T_2}{2L - x}, \text{ ha } x \ge L$$

egyenletekből kaphatjuk meg. A rúd bármelyik pontján a $P = \Delta Q / \Delta t$ hőáram ugyanakkora. Ha $x = L$, akkor a fenti két egyenletből a T hőmérséklet:

$$T = \frac{\kappa_1 T_1 + \kappa_2 T_2}{\kappa_1 + \kappa_2} = 37{,}5 \text{ °C}.$$

Ezzel a rendszeren átmenő hőáram:

$$P = \kappa_1 A \frac{T_1 - T}{L} = \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} A \frac{T_1 - T_2}{L} = 30 \text{ W}.$$

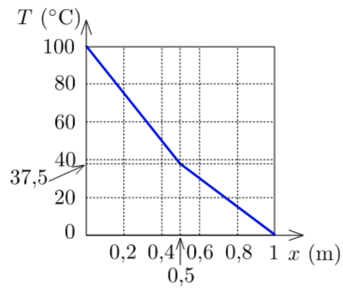
Tehát a rúd hőmérséklete:

$$T(x) = \begin{cases} T_1 - \frac{P}{\kappa_1 A} x, & \text{ha } 0 \le x \le L, \\ T_2 + \frac{P}{\kappa_2 A}(2L - x), & \text{ha } L \le x \le 2L. \end{cases}$$

Behelyettesítve a számadatokat:

$$T(x) = \begin{cases} 100 \text{ °C} - 125 \ \frac{\text{°C}}{\text{m}} \cdot x, & \text{ha } 0 \le x \le L, \\ 75 \text{ °C} - 75 \ \frac{\text{°C}}{\text{m}} \cdot x, & \text{ha } L \le x \le 2L. \end{cases}$$

Ábrázolva:



F3*.

A falakon keresztül egységnyi idő alatt távozó hőmennyiség megegyezik a kályha P teljesítményével, hiszen a belső hőmérséklet állandó:

$$P = \kappa A \frac{T_\text{bent} - T_\text{kint}}{d}.$$

Tehát porotherm tégla esetén szükséges teljesítmény:

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{d_1}{d_2} \approx 0{,}44 P_1,$$

azaz kb. 56%-kal kisebb teljesítményű kályhára lenne szükség.

F4.

a) A Nap által másodpercenként kisugárzott energia

$$P_\text{Nap} = \sigma \cdot 4 R_\text{N}^2 \pi T_\text{N}^4.$$

Ugyanekkora hőenergia érkezik a Nap köré képzelt, r sugarú gömbfelületre egyenletesen. A Hold 1 m^2 nagyságú, sugárzásra merőleges felületére eső energia másodpercenként (intenzitás):

$$I_\text{Hold} = \frac{P_\text{Nap}}{4 r^2 \pi} = \frac{\sigma R_\text{N}^2 T_\text{N}^4}{r^2} \approx 1600 \ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

b) Ha a Hold felszínének hőmérséklete állandó, akkor az egységnyi felületre, egységnyi idő alatt beérkező és az egységnyi felület által, egységnyi idő alatt kisugárzott energia megegyezik. A kisugárzott energia teljesítménye 1 m^2 felületen

$$I_{\mathrm{ki}} = \sigma T_{\mathrm{H}}^4.$$

Az elnyelt intenzitás az előző rész eredménye szerint $I_{\mathrm{be}} = I_{\mathrm{Hold}}$, tehát az $I_{\mathrm{be}} = I_{\mathrm{ki}}$ egyenlőségből megkapjuk a Hold felszínének hőmérsékletét ott, ahol merőleges a beeső napfény:

$$T_{\mathrm{H}} = T_{\mathrm{N}} \sqrt{\frac{R_{\mathrm{N}}}{r}} \approx 410\ \mathrm{K}.$$