

## TÉMA: Retardálás. Pontszerű dipólus sugárzása.

A25.)

Az elektromágneses hullámok gerjesztésekor figyelembe kell vennünk a „retardálás” ( $t \rightarrow t - r/c$ ) jelenségét. A retardált  $[\vec{a}]$  vektorokon és  $[\psi]$  skalárokon végzett matematikai műveletekkel kapcsolatban bizonyítsa be az alábbi egyenlőségeket!

Ahol  $[\vec{a}] = \vec{a}(t - r/c)$ ,  $\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$  és  $\dot{\vec{a}} = \partial_t \vec{a}$

$$\begin{aligned} \text{a.) } \nabla \times [\vec{a}] &= -\frac{1}{c} \vec{e}_r \times [\dot{\vec{a}}] & \text{b.) } \nabla [\vec{a}] &= -\frac{1}{c} \vec{e}_r [\dot{\vec{a}}] & \text{c.) } \nabla [\psi] &= -\frac{1}{c} \vec{e}_r [\dot{\psi}] \\ \text{d.) } (\vec{r} \nabla) [\dot{\vec{a}}] &= -\frac{\vec{r}}{c} [\dot{\vec{a}}] & \text{e.) } \nabla (\vec{r} [\vec{a}]) &= [\vec{a}] - \frac{\vec{r}}{c} (\vec{e}_r [\dot{\vec{a}}]) \end{aligned}$$

A26.)

A „z” tengelyen lévő, végtelen hosszú egyenes vezetőkben  $I(t)$  áram folyik.

$$\text{Legyen: } I(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } t \leq 0 \\ \alpha \cdot t & \text{ha } t \geq 0 \end{cases}$$

- a.) Határozza meg az  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  vektorpotenciált!  
 a.) Határozza meg az  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  mágneses indukció vektort!  
 a.) Határozza meg az  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  elektromos térerősséget!

MEGJEGYZÉS: Ne feledkezzen el a „retardálásról”!

A27.)

Egy elektromágneses gömbhullámban az  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  elektromos térerősség a következő:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \alpha \cdot \frac{\sin \vartheta}{r} \cdot \left[ \cos(u) - \frac{1}{kr} \sin(u) \right] \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Ahol  $u \equiv kr - \omega t$  és  $c = \frac{\omega}{k}$

- a.) A megfelelő Maxwell egyenlet segítségével, határozza meg a  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  komponensét!  
 b.) Ellenőrizze a  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  teljesülését!

**B17.)**

Egy „a” oldalú, egyenlő oldalú háromszög csúcsiban  $\{+q, -q, -q\}$  ponttöltések helyezkednek el. A háromszög az  $(x, y)$  síkban fekszik úgy, hogy középpontja az origóban van. A háromszöget (a töltésekkel együtt) a „z” tengely körül „ $\omega$ ” állandó szögsebességgel forgatjuk.

- Határozza meg a rendszer dipólusmomentumát!
  - Határozza meg a forgó töltésrendszer által kisugárzott elektromágneses hullám frekvenciáját! **MEGJEGYZÉS:** Nem kell a sugárzási teret meghatározni!
- 

**B18.)**

A „z” tengely  $+\lambda$  és  $-\lambda$  pontjában, az  $(x, y)$  síkra merőlegesen, egymással ellentétes irányban, két pontszerű dipólus helyezkedik el. A dipólusok egymással megegyező fázisban, „ $\omega$ ” frekvenciával rezegnek. Legyen  $\omega = 2\pi \cdot c / \lambda$ . A következőkben az  $(x, y, z)$  Descartes rendszer helyett  $(r, \vartheta, \varphi)$  gömbi koordinátarendszert fogunk használni.

- Határozza meg a sugárzási tér  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  komponensét, a dipólusoktól nagy távolságban!
  - Határozza meg a sugárzási tér  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  komponensét, a dipólusoktól nagy távolságban!
  - Határozza meg a sugárzási térben az  $\vec{S}(\vec{r}, t)$  Poynting vektort
-