

A31.) Feladat

Egy "m" tömegű, "R" sugarú, homogén tömegeloszlású, tömör korong a függőleges (x,y) síkban a vízszintes „x” tengelyen csúszásmentesen gördül. A korong középpontját egy nulla nyugalmi hosszúságú rugóval, a „-y” tengelyen lévő „P” ponthoz kötöttük. A korong egyensúlyi helyzetében a rugó hossza "L"

- Válasszon általános koordinátá(ka)t úgy, hogy szerepeljen közöttük a korong középpontjának a helyzetét megadó "x" koordináta (is) és írja fel a Lagrange függvényt !
- Adja meg az általános impulzus(oka)t!
- Adja meg a rendszer Hamilton függvényét!
- Írja fel a Hamilton-féle kanonikus egyenleteket!
- Oldja meg a mozgásegyenlete(ke)t!

A32.) Feladat

Egy "m" tömegű pont a vízszintes síkban végzi a mozgását. A sík egy adott "P" pontjához egy "D" rugóállandójú (nulla nyugalmi hosszúságú) rugót rögzítettünk, amelynek másik vége a tömegponthoz kapcsolódik. A tömegpont egy "O" középpontú, "R" sugarú ív mentén mozoghat csak. Az "OP" távolság éppen "2R".

- Válasszon általános koordinátá(ka)t úgy, hogy szerepeljen közöttük a tömegpont helyét a köríven megadó "φ" koordináta (is) és írja fel a Lagrange függvényt !
- Adja meg az általános impulzus(oka)t!
- Adja meg a rendszer Hamilton függvényét!
- Írja fel a kanonikus egyenleteket!
- Az egyensúlyi helyzet körüli kis elmozdulásokat feltételezve oldja meg a mozgásegyenlete(ke)

A33.) Feladat

Adott egy "R" sugarú, "M" tömegű, homogén korong, amely a függőleges síkban a vízszintes tengelye körül surlódásmentesen elfordulhat. A korong peremre egy ugyancsak "M" tömegű pontszerű testet rögzítettünk. A korong kerületére egy „a” hosszúságú, súlytalan és nyújthatatlan fonalat tekertünk, amelynek végén egy "m= M/2" tömegpont függ. A "m" csak függőlegesen mozog. A korong helyzetét peremen lévő ponthoz húzott sugárnak a függőlegessel bezárt (az ábrán bejelölt) "φ" szöge adja meg

- Határozza meg a rendszer egyensúlyi állapotában a φ szög φ₀ értékét!
- Legyen φ=φ₀+α ahol α << φ₀ ! Válassza általános új koordinátának az „α” szöget és adja meg a rendszer Lagrange függvényét
- Határozza meg az általános impulzu(soka)t!
- Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
- Írja fel a kanonikus egyenleteket!
- Oldja meg a kanonikus egyenleteket (a szóban forgó kis kitérések esetére) !

B21.) Feladat

Adott négy darab egyforma, vékony, homogén, merev rúd. A rudak tömege „ m ” és a hosszuk „ a ”. A rudakat a végükön lévő, súrlódásmentesen mozgó csuklókkal egymáshoz kötöttük, úgy, hogy egy négyszöget alkossanak. A szerkezetet az egyik csuklójánál fogva a függőleges (x,y) sík origójához kapcsoljuk. A négyszögnek ezt a sarkát egy rugóval a vele szemközt (alatta) lévő csuklóhoz kötöttük. Ezt a csuklót a függőleges „ y ” tengely mentén mozgó csúszkához kapcsoljuk. A rugóállandó „ D ” és a rugó nyugalmi hossza zérus. .

A rugó és a rudak között mérhető szöget jelölje „ φ ”! Az „ m ” és a „ D ” értéke akkora, hogy egyensúlyi helyzetben a négyszög **éppen négyzet** alakú lesz. Legyen $\varphi = \varphi_0 + \alpha$ ahol $\alpha \ll \varphi_0$ és φ_0 az egyensúlyi állapotban mérhető szög. ! A következőkben az egyensúlyi helyzet körüli kis elmozdulásokat vizsgáljuk!

- a.) Válasszon általános koordinátá(ka)t úgy, hogy szerepeljen közöttük az „ α ” szög is!
- b.) Határozza meg a rendszer kinetikus energiáját
- c.) Határozza meg a rendszer potenciális energiáját!
- d.) Határozza meg a rendszer Lagrange függvényét !
- e.) Adja meg az általános impulzus(oka)t!
- f.) Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
- g.) Írja fel a kanonikus egyenleteket!
- h) Az egyensúlyi helyzet körüli kis (α) elmozdulásokat feltételezve oldja meg a mozgásegyenlete(ke)t!

B22.) Feladat

Egy vízszintes asztallapra „ a ” sugarú hengert erősítettünk úgy, hogy a tengelye a lapra merőleges. A hengerre vékony fonalat csévéltünk amelynek szabad végén egy pontszerű golyó van. A golyót „ v_0 ” kezdő sebességgel elindítjuk. A golyó a **vízszintes felületen** (súrlódásmentesen) mozog, miközben a fonál letekeredik a hengerről. A tömegpont helyzetét azzal az α szöggel jellemezhetjük, amellyel a letekeredett fonal hossza „ $R \cdot \alpha$ ”

- a.) Válasszon általános koordinátá(ka)t úgy, hogy legyen közte az (ábrán bejelölt) „ α ” szög is és írja fel a rendszer Lagrange függvényét!
- b.) Írja fel a Lagrange 2 mozgásegyenlete(ke)t és oldja meg!
- c.) Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
- d.) Oldja meg a kanonikus egyenleket!