

Mechanika vizsga: Beugró kérdések

A vizsgán a kérdés megválaszolására (a kérdéstől függően) néhány perc áll rendelkezésre. Csak hibátlan megoldást/választ fogadok el mindenkitől!

1. Definiálja egy tömegpont rendszer impulzusát, tömegközépponti koordinátáját, impulzusmomentumát, és kinetikus energiáját!
2. Írja fel (síkbeli) polárkoordinátákban egy gravitációs potenciálban mozgó tömegpont Lagrange-függvényét!
3. Mondja ki D'Alembert elvét egy $\psi(\underline{x}, t) = 0$ felületen mozgó $\underline{x}(t)$ pályájú m tömegű tömegpontra! (Definiálja az egyes mennyiségeket, és a mozgásegyenletre ill. a kényszererőre vonatkozó megfogalmazást is adja meg).
4. Egy tömegpont Lagrange-függvénye $L = \frac{\dot{\varphi}^2 r^2 + \dot{r}^2}{1+r^2} - \beta r^2 + z^2$. Azonosítsa a ciklikus változó(ka)t és írja fel a hozzá(juk) kapcsolódó megmaradó mennyiséget!
5. Egy m tömegű tömegpont gravitációs térben mozog az $y = 0$ síkban, az $z = x^2 / a$ görbe mentén. Írja fel az elsőfajú Lagrange-féle mozgásegyenletet ebben az esetben! (Elegendő az erők x ill. z komponenseit és az ezeknek megfelelő mozgásegyenletet felírni.).
6. Írja fel, milyen kapcsolat áll fenn egy tömegpont inerciarendszerbeli $\dot{\underline{x}}$ és egy másik, nem feltétlenül inerciarendszerben mért $\dot{\underline{x}}$ sebessége között!
7. Írja fel egy tömegpontokból álló test $\underline{\theta} = \{\theta^{\alpha\beta}\}$ tehetetlenségi tenzorát (komponensenként is), és sorolja fel $\underline{\theta}$ legfontosabb tulajdonságait!
8. Írja fel egy szabad pörgettyű Euler-féle mozgásegyenleteit (a mennyiségek magyarázatával)!
9. Rajzolja fel az Euler szögeket!
10. Sorolja fel a kényszerek négy fajtáját, és adjon példát mindegyikre!
11. Egy mechanikai rendszert a $L = \dot{q}^2(1 - q^2)$ Lagrange-függvény írja le. Vezesse le a másodfajú Lagrange-egyenleteket!
12. Írja fel egy $U(\underline{x})$ potenciálban mozgó m tömegű részecske Lagrange függvényét, és vezesse le belőle a mozgásegyenletet!
13. Egy mechanikai rendszer Lagrange-függvénye $L(\underline{\dot{q}}, \underline{q}, t)$. Írja fel a hatás funkcionált, és mondja ki a Hamilton elvet! (A $\delta \underline{q}$ variáció tulajdonságait most nem kell részletezni.)
14. Egy mechanikai rendszert a $L = \dot{q}^2(1 - q^2)$ Lagrange-függvény írja le. Adja meg a q - hoz tartozó kanonikus impulzust és a $H(p, q)$ Hamilton-függvényt.
15. $H(p, q) = p^2 q^4$. Írja fel a Hamilton-egyenleteket, és bizonyítsa be, hogy $H(p, q)$ mozgásállandó!

16. Írja fel egy harmonikus oszcillátor Lagrange-függvényét, és vezesse le belőle a Hamilton függvényt, ill. a Hamilton-egyenletet!
17. Számítsa ki $A = (x^2 - y^2)(p_x^2 - p_y^2)$ Poisson-zárójelét x -el és p_y -nal!
18. Írja fel Poisson-zárójelek segítségével egy mechanikai rendszer mozgásegyenleteit!
19. Egy mechanikai rendszer Hamilton-függvénye $H(\underline{p}, \underline{q}, t)$. Mondja ki az általánosított Hamilton-elvet!
20. Mikor kanonikus egy $(\underline{p}, \underline{q}) \rightarrow (\underline{P}, \underline{Q})$ transzformáció? (Definíció + szükséges és elégséges feltétel).
21. Sorolja fel a kanonikus transzformáció 4 fontos tulajdonságát!
22. Milyen kanonikus transzformációt generál $F = q P^3$ alkotófüggvény?
23. Írja fel egy harmonikus oszcillátor Hamilton-Jacobi-egyenletét!
24. Egy részecske sebessége $\underline{v}(t)$. Fejezze ki ennek segítségével négyesimpulzusának komponenseit!
25. Bizonyítsa be, hogy két négyesvektor 4-es skalárszorzata invariáns a $(L = \{L^\mu_\nu\})$ mátrix által leírt) Lorentz-transzformációra!
26. Írja fel egy folytonos közeg Lagrange-féle mozgásegyenletét! (Minden tagot - teljes deriváltat, erőtagokat stb. - definiáljon/magyarázzon röviden!)
27. Írja fel egy izotrop közeg rugalmas (szabad-)energia sűrűségét a Lamée-állandók segítségével! Mekkora ezek aránya egy folyadékban?
28. Egy $\varphi(\underline{x}, t)$ mezővel leírt rendszer Lagrange-sűrűsége $L = \frac{1}{2}(\partial_t \varphi)^2 - \frac{1}{2}(\nabla \varphi)^2 - \frac{1}{2}m\varphi^2$.
Írja fel az Euler-Lagrange egyenleteket!
29. A $\vec{s}(\underline{x}, t)$ elmozdulásmezővel jellemzett rugalmas közeg Lagrange-sűrűsége
$$L = \frac{\rho}{2} \partial_i s_k \partial_i s_k - \frac{1}{2K} \partial_i s_i \partial_k s_k$$
. Írja fel az Euler-Lagrange egyenleteket!