

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

2016. június 13.

$\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$	$\mu_0=4\pi 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$	$e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$m_p=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
--	--	----------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	------------------------------------

1. Egy R sugarú gömbben $-\rho$ állandó töltéssűrűség van.

- Határozza meg az $E(r)$ térerősséget és ábrázolja! (2p)
- Határozza meg az $U(r)$ potenciált és ábrázolja! (2p)
- Határozza meg az elektromos tér energiáját a gömbön belül! (1p)

2. Egy nagy, I_1 árammal átjárt, ℓ_1 hosszúságú, A_1 keresztmetszetű, N_1 menetszámú tekercs belsejében egy kisebb, rövidebbre zárt R ellenállású tekercset helyezünk el, amelynek sugara r_2 , menetszáma N_2 .

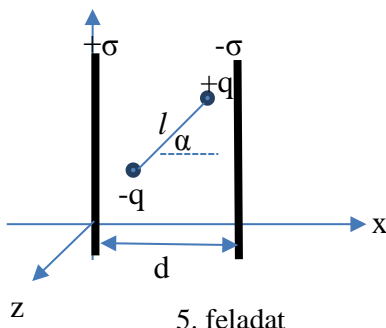
- A megfelelő törvény alkalmazásával határozza meg a mágneses indukció nagyságát a nagy tekercsben! (1 pont)
- Mennyi a nagyobbik tekercs mágneses dipólmomentuma? (1p)
- A kisebb tekercs tengelye kezdetben párhuzamos a nagyobbik tekercs tengelyével. Ezt követően a kisebbik tekercset saját tengelyére merőlegesen 180 fokkal átfordítjuk. Mekkora töltés áramlik át ekkor a tekercsen? (3 pont)

3. Tekintsünk egy vákuumban terjedő elektromágneses síkhullámot, melynek \mathbf{E} terét SI egységekben az $E_x=10^2 \sin\pi(3 \cdot 10^6 z - 9 \cdot 10^{14} t)$, $E_y=0$, $E_z=0$ komponensek adják.

- Határozzuk meg a hullám terjedési sebességét, frekvenciáját, hullámhosszát, periódusidejét, kezdőfázisát, az E tér amplitúdóját és polarizációját! (3,5p)
- Írjuk fel a fenti elektromágneses hullám mágneses terét a mértékegység feltüntetésével! (1,5p)

4. $0,01 \text{ nm}$ hullámhosszúságú röntgensugárzás kezdetben nyugvó elektronon Compton-szóródást szenved. A hullámhosszváltozás $2,42 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$.

- Adja meg és számolja ki a Compton-hullámhossz kifejezését! (1 pont)
- Számolja ki a fotonok szóródási szögét! (1 pont)
- Adja meg a folyamatra érvényes megmaradási törvényeket! (2 pont)
- Számolja ki a meglökött elektron által felvett energiát! (1 pont)



5. Adott két, egymással párhuzamos, végtelen nagy kiterjedésű, egymástól d távolságra lévő lemez. Az egyes lemezek töltéssűrűsége: $+\sigma$, $-\sigma$, az ábra szerinti elrendezésben.

- Határozza meg a lemezekről származó elektromos térerősség **vektort komponenseivel** a lemezek között! (1,5p)

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

- b) A lemezek között legyen az x tengellyel α szöget bezáró, egymástól l távolságra lévő $+q$ és $-q$ töltésekből álló elektromos dipólus. Adja meg az elektromos dipólus **vektort komponenseivel!** (1,5p)
 c) Számítsa ki a dipólus potenciális energiáját! (2p)

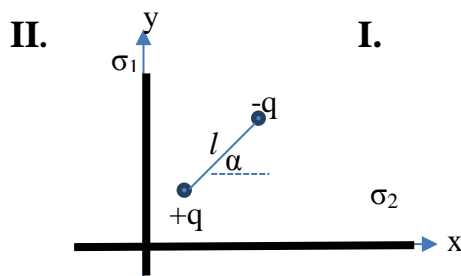
6. A \mathbf{B} =állandó homogén mágneses térre merőleges síkban egy R_0 sugarú körvezető helyezkedik el. A vezetőszál egyik bevezető szárát v_0 =állandó sebességgel húzni kezdjük úgy, hogy a vezető hurok mindvégig kör alakú maradjon. Mekkora a vezető hurokban indukálódó feszültség? (5p)

7. Egy vákuumban terjedő harmonikus elektromágneses hullám térerősségének y komponensét az $E_y = 10 \frac{V}{m} \cos(kx - 2\pi \cdot 10^{14} \frac{1}{s} t)$ kifejezés írja le.

- a) Írja fel a térerősség vektort komponenseivel! (0,5p)
 b) Mekkora a hullámszám vektor nagysága? (0,5p)
 c) Mekkora a B vektor komponenseinek nagysága? (1p)
 d) Fejezze ki a Poynting vektort! (2p)
 e) Mekkora az intenzitás? (1p)

8. Mi a valószínűsége, hogy az 1s állapotú hidrogén elektronjának a magtól való távolsága a és $a + \Delta r$ tartományba esik? (5p)

$a = 0,0529$ nm (a Bohr sugár), $\Delta r = a/200$. Az 1s állapot normált hullámfüggvénye: $\Psi(r) = (\pi a^3)^{-1/2} e^{-(r/a)}$ és Δr tartományon belül a Ψ értéke állandónak vehető, mivel $\Delta r \ll a$.



9. feladat

9. Adott két, egymásra merőleges, végtelen nagy kiterjedésű, szigetelő lemez. Az egyes lemezek töltéssűrűsége az ábrának megfelelően σ_1 és σ_2 .

- a) Határozza meg a lemezektől származó elektromos térerősség **vektort komponenseivel** a lemezek terében, az x-y sík I. és II. negyedében! (2p)
 b) Az I. negyedben legyen az x tengellyel α szöget bezáró, egymástól l távolságra lévő $+q$ és $-q$ töltésekből álló elektromos dipólus. Adja meg az elektromos dipólus **vektort komponenseivel!** (1p)
 c) Számítsa ki a dipólus potenciális energiáját! (2p)

10. Az x-y síkban adott egy R sugarú, Q töltéssel rendelkező szigetelő gyűrű. A z tengellyel párhuzamos tengely körül az óra járásával ellentétes irányban forgassuk meg ω szögsebességgel! A gyűrű $\mathbf{B}(B_0, 0, 0)$ térben van.

- a) Mekkora áramerősséget hoznak létre a gyűrűvel forgó töltések? (1p)
 b) Mekkora és milyen irányú a köráram mágneses dipólmomentuma? (1p)
 c) Mekkora és milyen irányú forgatónyomaték hat? (2p)
 d) Mekkora a potenciális energiája definíció szerint? (1p)

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

11. Egy vákuumban terjedő harmonikus elektromágneses hullám mágneses indukciójának z komponensét az $B_z = 2 \cdot 10^{-5} \frac{Vs}{m^2} \sin(2\pi \cdot 10^7 \frac{1}{m} x - \omega t)$ kifejezés írja le.

- Írja fel a mágneses indukcióvektort komponenseivel! (0,5p)
- Mekkora a körfrekvencia nagysága? (0,5p)
- Mekkora a elektromos térerősség vektor komponenseinek nagysága? (1p)
- Fejezze ki a Poynting vektort! (2p)
- Mekkora az intenzitás? (1p)

12. Hidrogén atom elektronját az E_3 energiaszintre gerjesztettük.

- Adja meg és számolja ki a Bohr-féle kvantálás alkalmazásával az elektron impulzusmomentumát az E_3 energiaszinthez tartozó r_3 sugarú körpályán! (1 pont)
- Írja fel a r_3 sugarú körpályán „keringő” elektron mozgásegyenletét és a pálya sugarát! (2 pont)
- Fentiek alapján számítsa ki az elektron de Broglie hullámhosszát! (2 pont)

13. Egy R sugarú gömbben $\rho(r) = k \cdot r$ ($0 < r < R$) állandó töltéssűrűség van, $\epsilon_r = 1$.

- Határozza meg az $E(r)$ térerősséget a gömbön kívül és belül és ábrázolja! (2p)
- Határozza meg az $U(r)$ potenciált a gömbön kívül és belül és ábrázolja! (2p)

Határozza meg az elektromos tér energiáját a gömbön belül! (1p)

14. Egy R sugarú hengeres vezetőkön I_0 erősségű áram halad át; az áramsűrűség a vezető kereszt-metszetén egyenletes.

- Fejezze ki az áramsűrűséget! (1p)
- Fejezze ki a mágneses indukciót az r függvényében a vezetőkön kívül és belül. Ábrázolja grafikonon! (3p)

Fejezze ki a mágneses energiasűrűséget az r függvényében! (1p)

15. 100 mW-os lézernyaláb essen 1 mm^2 -es tükörfelületre.

- Mekkora az elektromos térerősség és mágneses indukció amplitúdója? (3p)
- Mekkora erő hat a tüdőre, ha a nyaláb tökéletes visszaverődést szenved? (2p)

16. Mi a valószínűsége, hogy az $1s$ állapotú hidrogén elektronjának a magtól való távolsága a és $a + \Delta r$ tartományba esik?

$a = 0,0529 \text{ nm}$ (a Bohr sugár), $\Delta r = a/10$ Az $1s$ állapot normált hullámfüggvénye:

$\Psi = (\pi a^3)^{-1/2} e^{-r/a}$ és Δr tartományon belül a Ψ értéke állandónak vehető, mivel

$\Delta r \ll a$ (A számolásnál ez egy közelítést tesz lehetővé!).

- Írja fel a valószínűség sűrűség definícióját! (1p)
- Írja fel a megtalálási valószínűség definícióját! (1p)
- A közelítés felhasználásával számolja ki az elektron megtalálási valószínűségét! (3p)

Megjegyzés: további gyakorlás a $\Delta r = a/100$ esetre.

17. Egyenletes keresztmetszetű m tömegű és R sugarú korongot - amelyen Q töltés egyenletesen oszlik el - tengelye körül ω szögsebességgel forgatunk.

- Fejezze ki a forgó töltött korong impulzusmomentumát! (1p)
- Fejezze ki a korong felületi töltéssűrűségét (1p)
- Számítsa ki az R sugarú dR szélességű körgyűrűhöz tartozó áramelemet! (1p)
- Számítsa ki a mágneses dipólmomentumot a teljes korongra! (1p)
- Fejezze ki az impulzusmomentum és a dipólmomentum közti kapcsolatot (1p)

18. A 100MHz-es URH rádió által vett elektromágneses hullám elektromos térerősség komponensének amplitúdója $6 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}$. Ez a hullám az 1 mm^2 -nyi felületű antennán tökéletesen elnyelődik.

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

- a.) Mekkora az ehhez tartozó mágneses indukcióvektor amplitúdója? (1p)
- b.) Számítsuk ki a hullám intenzitását. (1p)
- c.) Fejezze ki a Poynting-vektor időfüggését az antenna felületén! (1p)
- d.) Hány foton elnyelődését jelenti ez másodpercenként? (1p)
- e.) Mekkora a sugárnyomás? (1p)

19. Egy m tömegű részecske pattog az L oldalél hosszúságú dobozban. A rendszert kvantumosnak tekintjük.

- a.) Mekkora a részecske de Broglie-hullámhossza az n kvantumszám függvényében? (1p)
- b.) Milyen energiájú állapotokat vehet fel a részecske? (2p)
- c.) Mekkora frekvenciájú foton szükséges ahhoz, hogy az $n=1$ -es állapotból az $n=2$ -es állapotba gerjesszük? (2p)

20. Adott két, azonos szimmetriatengellyel rendelkező L hosszúságú $R_1 < R_2$ sugarú $\sigma_1, \sigma_2 > 0$ felületi töltéssűrűségű fémhenger. $\epsilon_r = 1$. A végeken a szórt tértől tekintsünk el.

- a.) Határozza meg az $E(r)$ térerősséget $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r$ esetén és ábrázolja grafikonon! (3p)
- b.) Mekkora a potenciálkülönbség a két henger között? (2p)

21. Adott egy $\mathbf{B}_0 = (B_0, 0, 0)$ irányú mágneses indukciójú térben egy lapos, N menetszámú, R sugarú tekercs, mely az xy síkban helyezkedik el és I áram folyik benne.

- a.) Adja meg **vektori alakban** kifejezve, hogy mekkora a tekercstől származó mágneses indukció tekercs síkjában a szimmetriatengelyen! (1p)
- b.) **Vektori alakban** fejezze ki a tekercs mágneses momentumát! (1p)
- c.) **Vektori alakban** fejezze ki a tekercsre ható forgatónyomatékat! (1p)
- d.) Tételezzük fel, hogy a hurok el tud fordulni. Mekkora munkát végez a tér, amíg a zérus forgatónyomatékú állapotba nem kerül a tekercs? (2p)

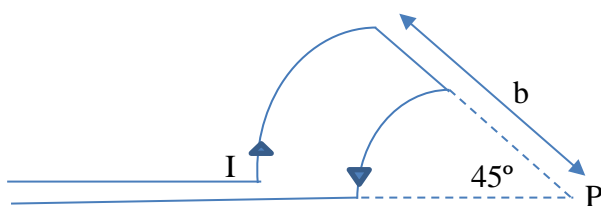
22. Egy $d = 1\text{mm}$ szélességű résen áthaladó kollimált fénynyaláb $D = 1\text{cm}$ méretű, nulladrendű foltot hagy $L = 2\text{m}$ távolságban lévő ernyőn.

- a.) Mekkora az elhajlás szöge? (1p)
- b.) Mekkora a fény hullámhossza? (2p)
- c.) Ezt a diffrakciós jelenséget milyen sebességre gyorsított proton nyalábbal lehetne elérni? (2p)

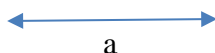
23. Adott két, koncentrikusan elhelyezkedő, vezető gömbhéj sugaraik R_1, R_2 , a felületeiken lévő töltés Q_1 és Q_2 ($R_1 < R_2$). A két gömbhéj közötti tartományt ϵ dielektromos állandójú közeg tölti ki.

- a.) Határozza meg az $E(r)$ térerősséget $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r$ esetén és ábrázolja grafikonon! (3p)
- b.) Feltételezve, hogy ezt a rendszert kondenzátorként használjuk, határozza meg a kapacitását! (2p)

24. Adott az ábrán látható körívekből és sugárirányú egyenes szakaszokból álló hurok.



Fizika 2 - Gyakorló feladatok



- a.) Számítsuk ki a mágneses indukcióvektort a kör íveinek P középpontjában! (2p)
b.) Adja meg a hurok mágneses dipólmomentumának nagyságát és irányát! (1p)
c.) A hurkot a lap síkjából kifelé mutató, arra merőleges irányú mágneses térbe helyezve fejezze ki a hurok potenciális energiáját! (1p)
d.) Mekkora munkavégzéssel lehet átfordítani a hurkot? (1p)
- 25.** Egy vákuumban, +x irányban terjedő harmonikus elektromágneses hullám térerősségének y komponensét az $E_y = 300 \frac{V}{m} \sin(kx - 6\pi \cdot 10^{14} \frac{1}{s} t)$ kifejezés írja le.
- a. Mekkora a frekvencia? (1p)
b. Mekkora a hullámhossz? (1p)
c. Írja fel vektori alakban, hogy mekkora a **B** vektor! (1p)
d. Mekkora az intenzitás? (1p)
e. Mekkora az 1 mm² felületre 10⁻³s időtartam alatt beérkező hullám impulzusa? (1p)
- 26.** Hidrogén atom elektronját az E₂ energiaszintre gerjesztettük.
- a.) Adja meg és számolja ki a Bohr modell alapján az elektron impulzusmomentumát az E₂ energiaszinthez tartozó r₂ sugarú körpályán! (1p)
b.) Írja fel a r₂ sugarú körpályán „keringő” elektron mozgásegyenletét és a pálya sugarát! (2p)
c.) Fentiek alapján számítsa ki az elektron de Broglie hullámhosszát! (2p)
- 27.** Egy R sugarú, igen hosszú hengerben a töltéssűrűség lineárisan növekszik a tengelytől mért távolság függvényében: $\rho(r) = \gamma r$
- a) Tekintsünk az R sugarú henger belsejében egy r < R sugarú, L hosszúságú kisebb hengerfelületet, melynek tengelye egybeesik a nagy hengerével. Mennyi töltést zár be a r sugarú henger? (1)
b) Mekkora az R sugarú henger egységnyi hosszára eső töltése? (1)
c) Írjuk fel az R sugarú henger belsejében kialakuló elektromos térerősség nagyságát a henger tengelyétől mért r távolság függvényében! (1)
- 28.** Egy hidrogén atommagot (protont) valamint egy deutérium atommagot (1 proton és 1 neutron) gyorsítunk U feszültségű kondenzátor lemezek közt.
- a) Hogy aránylik egymáshoz a két felgyorsított részecske sebessége? (1)
b) A két felgyorsított részecskét ugyanabba a homogén B indukciójú mágneses térbe vezetjük be. Hogy aránylik egymáshoz a két részecske pályájának sugara? (2)
- 29.** Adott egy hosszú egyenes vezető, amelyben időben egyenletesen növekvő áramot folytatunk $I(t) = \beta t$ függvény szerint.
- a) Határozzuk meg a mágneses indukció nagyságát a vezetőtől mért r távolság és a t idő függvényében! (1)
b) Az egyenes vezetővel egy síkban elhelyezünk egy négyzet alakú vezető keretet. A keret egyik éle párhuzamos az egyenes vezetővel, tőle a távolságra van. A keret élei ugyancsak a hosszúságúak. Határozzuk meg a keret által határolt terület mágneses indukció fluxusát az idő függvényében! (1)
c) Határozzuk meg a keretben indukálódó feszültséget! (1)

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

30. Adott egy A felületű lemezekből álló síkkondenzátor, melyet Q_0 töltéssel töltünk fel, a lemezek távolsága d .

a) Határozzuk meg a kondenzátor C kapacitását és U_0 feszültségét! (1)

b) A kondenzátort kisütjük egy R ellenálláson keresztül. Ekkor a kondenzátor feszültsége az időben az $U(t)=U_0 \cdot \exp[-t/(RC)]$ függvény szerint változik. Írjuk fel az ellenálláson átfolyó áramerősség $I(t)$ időfüggvényét, valamint a lemezek közti térerősség $E(t)$ időfüggvényét. (1)

c) Határozzuk meg a lemezek közt kialakuló eltolási áram időfüggvényét, és mutassuk meg, hogy az eltolási áram nagysága minden időpillanatban megegyezik az ellenálláson átfolyó áramerősséggel! (1)

31. Adott egy kétdimenziós potenciáltér, mely az $U(x,y)=\gamma(2xy+3x^2+4y^2)$ függvénnyel írható le.

a) Adja meg koordinátás alakban az elektromos térerősség-vektort a hely függvényében! (2)

b) Adja meg a legalacsonyabb potenciálú pont koordinátáit! (1,5)

c) Mekkora munkát kell végeznünk, ha a legalacsonyabb potenciálú pontból egy Q töltést el akarunk juttatni az origóba? (1,5)

32. Egy R sugarú gyűrűt egyenletesen ellátunk Q töltéssel, majd tengelye körül ω szögsebességgel megforgatjuk.

a) Mekkora az így kialakult köráram áramerőssége? (1)

b) Mekkora mágneses indukciójú tér alakul ki a gyűrű középpontjában? (2)

c) Mekkora a köráram mágneses momentuma? (1)

d) Mekkora forgatónyomaték hatna a gyűrűre, ha azt a forgástengellyel 30° -os szöget bezáró, B homogén mágneses indukciójú mágneses térbe helyeznénk? (1)

33. Egy vékony fémfólián két keskeny rés helyezkedik el egymástól ismeretlen távolságban. A kettős résen átvilágítunk egy 600 nm hullámhosszúságú lézernyalábbal. A résektől $L=3$ m távolságban elhelyezett ernyőn a nulladrend és az első elhajlási rend között $x=0,5$ m távolság van.

a) Milyen távolságra van egymástól a két rés? (2)

b) Mekkora impulzusú elektronokból álló nyalábot kellene a kettős résen átvezetni, hogy az elektronok elhajlási képe megegyezzen a megadott lézernyaláb elhajlási képével? (1,5)

c) Mekkora gyorsító feszültséget kell alkalmazni a fenti elektronnyaláb előállításához? (1,5)

34. Egy l hosszúságú egyenes láncmolekulában található egy delokalizált elektron, mely a lánc teljes hosszában szabadon mozoghat. Az elektron alapállapotú hullámfüggvényét a $\Psi(x)=\sin(\pi x/l)$ összefüggés írja le, ahol x a molekula egyik végétől mért távolság.

a) Adja meg az elektron megtalálási valószínűségének sűrűségfüggvényét! (1)

b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy az elektron a molekula első 1/4-ed részében tartózkodik? (2) Segítség:

$$\int \sin^2(x) dx = \frac{1}{2} (x - \sin(x) \cos(x))$$

c) Adja meg a hullámfüggvényt az elektron 1. gerjesztett állapotában? (1)

d) Az első gerjesztett állapotban mekkora a valószínűsége annak, hogy az elektron a molekula első 1/4-ed részében tartózkodik? (1)

35. Egy koordináta-rendszerben úgy helyezünk el egy L hosszúságú rudat, hogy annak egyik vége az $x=L$, a másik vége az $x=2L$ pontban található. A rúd inhomogén vonalmenti töltéssűrűségét az alábbi összefüggés adja meg: $\lambda(x)=\alpha x^{5/2}$ ahol α konstans.

Fizika 2 - Gyakorló feladatok

- a) Mekkora a rúd össztöltése? (2)
- b) Mekkora térerősséget hoz létre a rúd az origóban? (2)
- c) Mi α SI mértékegysége? (1)

36. Hosszú egyenes vezetékben hálózati váltakozó áram folyik, az áram maximális értéke I_0 .

- a) Írja fel az áram időfüggvényét, valamint a vezeték körül kialakuló mágneses tér hely- és időfüggvényét! (1)
- b) A vezetékkel egy síkban elhelyezünk egy a oldalú, négyzet alakú vezető keretet, melynek egyik éle párhuzamos az egyenes vezetékkel, attól a távolságra helyezkedik el. A másik, vezetékkel párhuzamos él a vezetéktől $2a$ távolságra van. Írja fel a keret által határolt terület mágneses fluxusát az idő függvényében! (2)
- c) A vezető keret $d \ll a$ átmérőjű hengeres vezetékből készült. A vezeték anyagának fajlagos ellenállása ρ . Határozza meg a keretben indukálódó áram maximális értékét és időfüggvényét! (2)

37. Egy folytonos üzemű lézer λ hullámhosszúságú, d átmérőjű fénynyalábot bocsát ki. A hullám elektromos térerősségének amplitúdója E_0 .

- a) Mekkora a Poynting vektor maximális nagysága? (1,5)
- b) Mekkora a lézer teljesítménye? (1,5)

A fény fotocellára vetül. Maximálisan mekkora fotoáramot kelthet a lézer fénye? (2)

38. Egy kezdetben nyugvó, m tömegű atommag elnyel egy λ hullámhosszúságú gamma fotont, minek hatására az atommag gerjesztett állapotba kerül, valamint adott sebességre tesz szert.

- a) Mekkora a gamma foton impulzusa? (1)
- b) Mekkora lesz az atommag sebessége az ütközés után? (Az ütközést tekintsük tökéletesen rugalmatlannak) (2)
- c) Mekkora az energiakülönbség az atommag kezdeti és gerjesztett állapota között? (2)