MECHANIKA 1	A) HF 01.

A1.) feladat

Egy tömegpont mozgását az (x,y) síkban az alábbi időfüggvények adják meg (ferde hajítás)::

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \cdot t \qquad \text{és} \qquad y(t) = \frac{1}{2} v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

a.) Rajzolja fel a pont pályáját az (x,y) síkban!

b.) Határozza meg az $\dot{x}, \ddot{x}, \dot{y}, \ddot{y}$ időderiváltakat!

c.) Határozza meg pont sebességének a „v" nagyságát akkor, amikor az $\dot{y}$ sebességkomponens a kezdeti értékének a felére csökkent!

d.) Határozza meg a pálya rörbületi sugarát a kezdeti (t=0) időpillanatban a $\vec{v}(0)$ sebességvektor és az $\vec{a}(0)$ gyorsulásvektor ismeretében

---

A2.) feladat

Adott az (x,y) síkban egy ún. „kardioid" (szív alakú) pálya, amelynek polárkoordinátás egyenlete a következő (A2 ábra) :

$$r(\varphi) = R \cdot (1 + \cos\varphi) \qquad \text{(ahol „R" egy állandó).}$$

A görbén **állandó** $\dot{\varphi} = \omega_0$ szögsebességgel egy tömegpont mozog.

A következőkben mindvégig „**a síkbeli poár koordinátarendszerbe**n" dolgozunk.

a.) Írja fel a tömegpont sebességének és gyorsulásának általános kifejezését az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban, a „φ" ill. „r" koordináták időderiváltjai segítségével! !

b.) Határozza meg az $\dot{r}(\varphi)$ idő szerinti deriváltat a fent megadott mozgás esetén!

c.) Az $\dot{r}(\varphi)$ és a $\dot{\varphi}$ ismeretében határozza meg a pont sebességének a $v(\varphi)$ nagyságát!

Hol áll meg a pont?

A3.) feladat

Adott egy „R" sugarú körpálya, amely az (x,y) koordinátarendszerben az A3 ábrán látható módon helyezkedik el. A körön **állandó nagyságú „v_0"** sebességgel egy tömegpont mozog. A következőkben mindvégig a szoksos (r,φ) **síkbeli polár koordinátarendszerben** dolgozunk.

a.) Adja meg a körpálya r(φ) polárkoordinátás egyenletét!

b.) Írja fel a tömegpont sebességének és gyorsulásának általános kifejezését az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban, a „φ" ill. „r" koordináták időderiváltjai segítségével!

c.) Határozza mag az „$\dot{r}$" idő szerinti deriváltat mint a „φ" és „$\dot{\varphi}$" függvényét a köpálya mentén és ennek ismeretében határozza meg a sebességvektor „$v_r(\varphi)$" és „$v_\varphi(\varphi)$"komponenseit!

d.) A „v_0" ismeretében éa a kapott „$v_r(\varphi)$" és „$v_\varphi(\varphi)$" sebességkomponensek felhasználásával határozza meg „$\dot{\varphi}$" –ot és „$\dot{r}$" –ot.!

e.) A „v_0" ismeretében határozza meg az „$\dot{\vec{r}}(\varphi, v_0)$" sebességvektort a kör mentén!

MECHANIKA 1	B) HF 01.

B1.) feladat

Egy vízszintes asztallapra „a” sugarú hengert erősítettünk úgy, hogy a tengelye a lapra merőleges. A hengerre vékony fonalat csévéltünk amelynek szabad végén egy pontszerű golyó van. A golyót "v_0" nagyságú kezdő sebességgel elindítjuk. A golyó a **vízszintes felületen** (súrlódásmentesen) mozog, miközben a fonál letekeredik a hengerről. **A mozgás során a fonál mindvégig feszes marad.** (B1 ábra)

a.) Határozza meg a pont helyét megadó $x(\vartheta)$ és $y(\vartheta)$ Descartes koordinátákat, ahol „ϑ” a fonal letekeredését jellemző szög!)

b.) Határozza meg az $\dot{x}(\vartheta)$ és $\dot{y}(\vartheta)$ sebességkomponenseket és a pont $\vec{v}$ sebességének a $v(\vartheta,\dot{\vartheta})$ nagyságát!

c.) A fonal helyzetét megadó (alklamasan megválsztott) $\vec{n}$ egységvektor és az $\vec{n}\vec{v}$ skalár szorzat segítségével határozza meg, hogy a pont $\vec{v}$ sebessége mekkora „α” szöget zár be a fonallal.

d.) Tudva azt, hogy egy fonal csak fonalirányó húzóerőt fejthet ki határozza meg, hogy miként változik a pont sebességének a nagysága a mozgás során!

e.) Az eddigiek ismeretében határozza meg a $\vartheta(t)$ időfüggvényt!

f.) A perdület $\vec{L} = m \cdot \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ definíciója segítségével határozza meg hogyan változik a pont perdületének az L(t) nagysága a mozgás soirán!

g.) A pálya menti elemi $ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ elmozdulás definíciója segítségével határozza meg a pont által megtett $s(\vartheta)$ utat!

h.) A pálya „R” görbületi sugarának a definíciója alapján és az imént kapott $s(\vartheta)$ ismeretében határozza meg a pont pályájának az $R(\vartheta)$ görbületi sugarát!

B2.) feladat

Adott az (x,y) síkban egy ún. „lemniszkáta” (nyolcas alakú) pálya, amelynek polárkoordinátás egyenlete a következő:

$$r(\varphi) = R \cdot \sqrt{2\cos 2\varphi} \qquad \text{(ahol „R” egy állandó).}$$

A görbén **állandó** „v_0” nagyságú sebességgel egy tömegpont mozog.
A következőkben mindvégig „**a síkbeli poár koordinátarendszerbe**n” dolgozunk.

a.) Írja fel a tömegpont sebességének az általános kifejezését az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban, a „φ” ill.az „r” koordináták és időderiváltjaik segítségével!

b:) A megadott pályaegyenlet segítségével fejezze ki a $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ sebességvektor (v_r, v_φ) komponenseit a φ függvényeként!

c.) Határozza meg a sebesség $v(\varphi)$ nagyságát majd ennek és a v_0-nak az ismeretében adja meg a $\dot{\varphi}$ szögsebességet a pálya mentén!

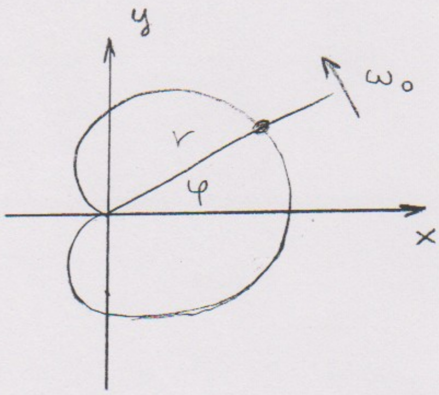
d.) A gyorsulás $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ definíciójának a felhasználásával, és a (v_r, v_φ) sebesség komponensek ismeretében határozza meg a pont $\vec{a}$ gyorsulásvektorának a (a_r, a_φ) polárkoordinátás komponenseit!

e.) A v_0 és a (a_r, a_φ) adatok smeretében határozza meg a pálya görbületi sugarát a $\vartheta = 0$ pontban!

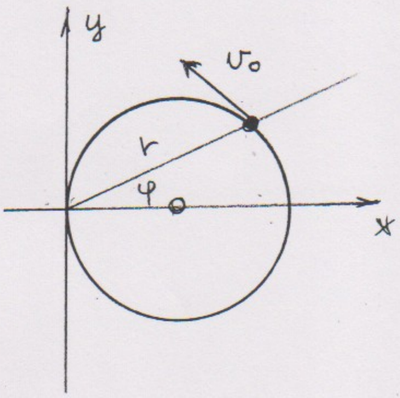
MECHANIKA 1	ÁBRÁK HF 01.

A1.)

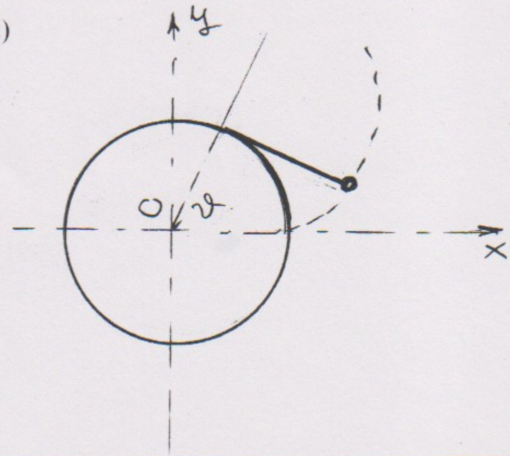
A2.)



A3.)



B1.)



B2.)