6.

Gyakorlat

38B-12

Kettős rést 600 nm hullámhosszúságú fénnyel világitunk meg és ezzel egy ernyőn interferenciát hozunk létre. Ezután igen vékony flintüvegből (n = 1,65) készült lemezt helyezünk csak az egyik résre. Ennek következtében az interferenciakép főmaximuma pontosan oda tolódik el, ahol az eredeti elrendezésben a tizedrendü maximum volt. Számitsuk ki ebből, hogy milyen vastag volt az üveglemez!

Megoldás:

Az üveglemez behelyezése előtt az intenzitásmaximum a rések középvonalában volt, ami a zérus fáziskülönbséghez tartozik. Az üveglemez behelyezése után a zérus fáziskülönbségű hely poziciója eltolódik, mégpedig úgy, hogy az üveglemez fázistolását az üveglemezzel nem fedett résen áthaladó fény hosszabb útja kompenzálja. Ha az ernyő távolsága elég nagy, a két résen áthaladó fénysugarak párhuzamosaknak tekinthetőek. A tizedik maximumhoz tartozó α_{10} szög a flintüveg nélküli esetben így a

$$\begin{aligned} \Delta\, s^{\text{levegő}} &= 10\,\lambda \\ d \cdot sin\, \alpha_{10} &= 10\,\lambda \end{aligned} \tag{6.1}$$

egyenletből kapható meg. A d vastagságú flintüveg behelyezése $\Delta\,\Phi$-vel megváltoztatja az illető résen áthaladó fényhullám fázisát. Ez a d hosszúságú szakaszon a levegőbeli és az üvegbeli fázisváltozások különbsége:

$$\begin{aligned} \Delta\,\Phi_{\text{levegő}} &= 2\,\pi\,\frac{d}{\lambda} \\ \Delta\,\Phi_{\text{üveg}} &= 2\,\pi\,\frac{d}{\lambda_{\text{üveg}}} = 2\,\pi\,\frac{d \cdot n}{\lambda} \\ \Delta\,\Phi = \Delta\,\Phi_{\text{üveg}} - \Delta\,\Phi_{\text{levegő}} &= 2\,\pi\,\frac{d \cdot (n-1)}{\lambda} \end{aligned} \tag{6.2}$$

ami az optikai úthosszkülönbségekkel is kiszámítható:

$$s_0 = d \qquad \text{optikai úthossz levegőben}$$
$$s_d = n \cdot d \qquad \text{optikai úthossz az üvegben}$$
$$\Delta\, s = s_d - s_0 = d \cdot (n-1) \tag{6.3}$$
$$\Delta\, \Phi = 2\,\pi\, \frac{\Delta\, s}{\lambda} = 2\,\pi\, \frac{d \cdot (n-1)}{\lambda} \tag{6.4}$$

Vegyük észre, hogy az optikai úthossz 6.3 képletében a hullámhossz nem szerepel.

Most tehát a zéró fáziskülönbséghez tartozó szög meg kell egyezzen α_{10}-el:

$$\Delta\, s = d \cdot sin\, \alpha_{10} = 10\, \lambda$$
$$d \cdot (n-1) = 10\, \lambda$$
$$\underline{\underline{d}} = \frac{10\, \lambda}{n-1} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{0,65} = \underline{\underline{9.23 \cdot 10^{-6}\, m}}$$

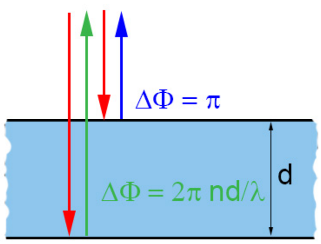
A flintüveg lemez vastagsága tehát 0,00923 mm.

38A-16

Adjuk meg annak a legvékonyabb szappanhártyának (n = 1,33) a vastagságát, amely a legnagyobb intenzitással a 400 nm hullámhosszúságú kék fényt veri vissza.

Megoldás:

Legyen a szappanhártya levegőben. A beeső fény a 38-16a ábra szerint a szappanhártya mindkét felületén visszaverődik[1].



6.1. ábra. 38-16 ábra

A két visszavert hullám interferenciája adja meg a teljes visszavert hullámot. Maximális akkor lesz a visszavert intenzitás, ha a két visszavert hullám optikai útjának

[1] Az ábrán a beeső és visszavert hullámokat párhuzamos vonalak adják meg, a valóságban az ezekre a vonalakra merőleges hullámfelületek interferálnak.

különbsége a hullámhossz egész számú többszöröse ($\Delta s = m \cdot \lambda$), vagyis a fáziskülönbség $\Delta \Phi = 2\pi \cdot m$, ahol $m = 0, 1, 2, ...$ Figyelembe kell azonban azt is venni, hogy amikor a fényhullám optikailag sűrűbb közegről verődik vissza akkor egy $\lambda/2$ útkülönbségnek megfelelő π nagyságú fázisugrás történik mig az optikailag ritkább határfelületről visszaverődésnél nincs fázisugrás. Az ábra alapján

$$\Delta s_u = 2\, d\, n \qquad \text{optikai útkülönbség a szappanhártyában} \tag{6.5}$$

$$\Delta s_f = \frac{1}{2}\lambda \qquad \text{fázisugrás} \tag{6.6}$$

$$\Delta s = 2\, d\, n - \frac{1}{2}\lambda \qquad \text{teljes optikai útkülönbség} \tag{6.7}$$

$$\Delta \Phi = 2\pi \frac{\Delta s - \frac{1}{2}\lambda}{\lambda} \qquad \text{teljes fáziskülönbség} \tag{6.8}$$

Maximális amplitudó eléréséhez a teljes optikai útkülönbségnek $m\,\lambda$-val kell megegyeznie, vagyis (6.7)-t felhasználva

$$2\, d\, n - \frac{1}{2}\lambda = m \cdot \lambda \tag{6.9}$$

$$d = \frac{(m + \frac{1}{2})\,\lambda}{2\, n} \qquad m = 0, 1, 2, \cdots \tag{6.10}$$

Behelyettesítve a hullámhosszat az első három lehetőség a maximális reflexió eléréséhez

$$d_0 = \frac{\frac{1}{2}\, 400 \cdot 10^{-9}}{2\, 1,33} = 7.519 \cdot 10^{-8}\, m \tag{6.11}$$

$$d_1 = \frac{\frac{3}{2}\, 400 \cdot 10^{-9}}{2\, 1,33} = 2.256 \cdot 10^{-7}\, m \tag{6.12}$$

$$d_2 = \frac{\frac{5}{2}\, 400 \cdot 10^{-9}}{2\, 1,33} = 3.759 \cdot 10^{-7}\, m \tag{6.13}$$

Tehát a legvékonyabb szappahártya, amelyik a legnagyobb intenzitással a 400 nm hullámhosszúságú kék fényt veri vissza $7.519 \cdot 10^{-8}\, m$ vastag.

39-A2

Egy rést az 550 nm hullámhosszúságú fény világít meg és a réstől 3 m-re lévő ernyőn elhajlási kép alakul ki. Határozzuk meg a centrális maximum teljes szélességét, ha a rés (a) 0,2 mm és (b) 0,4 mm szélességű.

Megoldás:

Egy résre

$$d \cdot sin\,\alpha = \begin{cases} 0 \\ (2\,m+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad m = 0, 1, 2, \cdots \end{cases} \qquad \text{maximumok} \qquad (6.14)$$

$$d \cdot sin\,\alpha = m \cdot \lambda \qquad m = 1, 2, 3, \cdots \qquad \text{minimumok} \qquad (6.15)$$

Jelöljük a hullámhosszat λ-val, az ernyő távolságát L-lel és a rés szélességét d-vel! A centrális maximum teljes W szélessége megegyezik az $m = 1$-hez tartozó minimumok távolságával, ami az első minimumokhoz tartozó $\alpha_{min,1}$ szöggel számolható ki:

$$\text{ahol } sin\,\alpha_{min,1} = \frac{\lambda}{d} \text{ és}$$
$$W = 2 \cdot L \cdot tg\,\alpha \qquad (6.16)$$

$$sin\,\alpha_{min,1} = \begin{cases} 2.75 \cdot 10^{-3} \\ 1.38 \cdot 10^{-3} \end{cases} \qquad (6.17)$$

Mivel $\alpha_{min,1}$ kicsi $sin\,\alpha_{min,1} \approx tg\,\alpha_{min,1} \approx \alpha_{min,1}$, így

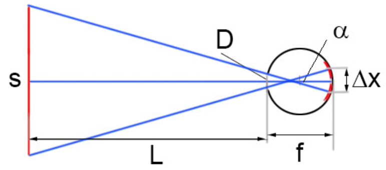
$$W \approx 2 \cdot L \cdot sin\,\alpha_{min,1} = \begin{cases} 8.25 \cdot 10^{-3}\,m \\ 1.65 \cdot 10^{-2}\,m \end{cases} \qquad (6.18)$$

39A-11

Egy bizonyos távolságra eltávolodott autó két hátsó lámpája éjszaka alig különböztethető meg egymástól, mint két különálló fényforrás. Becsüljük meg az autótól való távolságunkat, feltéve, hogy a lámpák közötti távolság 1,5 m és átlagosan 640 nm hullámhosszúságú fénysugarat bocsátanak ki, a megfigyelő szemének a pupillája pedig 6 mm átmérőjű. (Megjegyzés: különböző sűrűségű levegőrétegekben a fénytörés hatására a kép homályossá válik, így a távolság valójában kisebb a számitottnál.)

Megoldás:

Az autólámpák elég messze vannak ahhoz, hogy pontszerűnek tekinthessük azokat és a belőlük kiinduló fény a megfigyelő szeméhez jó közelítéssel két, nem azonos szögben elhelyezkedő síkhullámként érkezzen. Ha a szemet egy D átmérőjű kör alakú diafragmával ellátott f fókusztávolságú lencsével modellezzük, az síkhullámot egy $\Delta\,x = \alpha \cdot f$ méretű foltra képezi le, ahol $\alpha \approx sin\,\alpha = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$. A két hátsó lámpa akkor különböztethető meg, ha a nekik megfelelő foltok a látókérgen éppen $\Delta\,x$ távolságba esnek. A 39A-11 ábrán piros vonal jelöli a lámpák távolságát és a szemen belül a pupilla véges mérete miatti



6.2. ábra. 39A-11 ábra

$\Delta\, x$ méretű foltokat. A foltok mérete és középpontjaik távolsága megegyezik. A 39A-11 ábra alapján

$$\Delta\, x = f \cdot \alpha = f \cdot 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$S = (L + f) \cdot \alpha \approx L \cdot \alpha$$

$$L \approx \frac{S}{\alpha} = \frac{S\, D}{1,22\,\lambda} = \frac{1,5 \cdot 0,006}{1,22 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7}} = 1.15 \cdot 10^{4}\, m$$

Vagyis az autó távolsága 11.5 km.

40B-3

Két polárszűrőt keresztezett állásban helyeztünk egymásra, a szűrők nem eresztenek át fényt. Egy harmadik polárszűrő lemezt teszünk középjük, melynek transzmissziós tengelye az előbbiek mindegyikének tengelyével 45^{o}-os szöget zár be. Adjuk meg, hogy a beeső fény intenzitásának hányadrészét ereszti át a három szűrő együttese (feltéve, hogy mindhárom lemez ideális polarizátor)!

Megoldás:

Egy tranzverzális hullám polarizációjának síkja megegyezik az **E** térerősség rezgési síkjával. Polarizálatlan fényben minden polarizációs sík előfordulhat. Ha ez a fény egy polarizátoron halad át, akkor ideális esetben, a térerősségnek csak a lemez **n** vektorral jellemzett transzmissziós tengelyével párhuzamos komponense $E_{||} = E \cdot cos(\mathbf{E}, \mathbf{n})$ jut át, a többi elnyelődik. Az **n**-nel eredetileg θ szöget bezáró polarizációs síkú fény intenzitása a polárszűrő után tehát

$$I(\theta) = I_o(\mathbf{E}) \cdot cos^2\,\theta, \text{ mert } I \sim E^2. \tag{6.19}$$

Ha a fény eredetileg nem polarizált (és nem koherens), akkor az ideális polárszűrőn átjutó fény intenzitását úgy számolhatjuk, ki, hogy összegezzük (integráljuk) az összes θ polarizációs irányhoz tartozó intenzitásokat. A polarizáció szöge 0 és π közé eshet. Azt találjuk, hogy a polarizálatlan fényből az ideális polárszűrőn átjutó intenzitás az eredeti 50%-a[2].

Jelöljük a három polarizátor lemezt P1, P2 és P3-al, ahol P1 transzmissziós tengelye függőleges, P3-é vízszintes és P2-é mindkettővel 45^o-os szöget zár be! Essen be P1-re I_o intenzitású polarizálatlan fény! Ennek 50%-a jut át rajta, tehát P2-re $I_1 = I_o/2$ intenzitású függőlegesen polarizált fény esik, amiből P2-n $I_2 = I_1 \cdot cos^2 45^o = I_1 \cdot \frac{1}{2} = I_o \cdot \frac{1}{4}$ intenzitású 45^o-ban polarizált fény jut át. P3-on pedig $I_3 = I_2 \cdot cos^2 45^o = I_o \cdot \frac{1}{8}$. Vagyis a teljes átmenő intenzitás az eredeti nyolcadrésze lesz.

40B-13

(a) Mutassuk meg, hogy ha cirkulárisan polarizált fénynyaláb $\lambda/4$ lemezre esik, akkor a kilépő fény síkban polarizált lesz. (b) Mutassuk meg, hogy ha a cirkulárisan polarizált fény forgási iránya megfordul, akkor a kilépő fény polarizációs síkja 90^o-kal változik!

Megoldás:

1. megoldás.

a)

Tudjuk (ld. HN-967. old.), hogy 45^o-ban lineárisan polarizált fényből a $\lambda/4$-es lemez cirkulárisan polarizált fényt állít elő. A forgás iránya a lineárisan polarizált fény polarizációs síkjától és attól függ, hogy melyik összetevő marad le a másikhoz képest. Mivel a fénysugár iránya megfordítható a cirkulárisan polarizált fényből a $\lambda/4$-es lemez lineárisan polarizált fényt csinál.

b)

A -45^o-ban lineárisan polarizált fényből előállított cirkulárisan polarizált fény pont ellenkező irányban forog, mint amit a 45^o-ban lineárisan polarizált fényből csináltunk, vagyis, ha megfordítjuk a cirkuláris polarizáció irányát, akkor olyan lineárisan polarizált fényt

[2]

$$I_o = \int \left(\int_0^\pi E_o^2 d\theta \right) dE_o = \int E_o^2 \, \pi \, dE_o = \pi \int E_o^2 \, dE_o \tag{6.20}$$

$$I = \int \left(\int_0^\pi E_o^2 cos^2\theta d\theta \right) dE_o = \int E_o^2 \left(\int_0^\pi \frac{1 + cos\, 2\,\theta}{2} d\theta \right) dE_o = \tag{6.21}$$

$$= \int E_o^2 \, dE_o \left[\frac{1}{2} + \frac{sin\, 2\,\theta}{2} \right]_0^\pi = \int E_o^2 \, dE_o \frac{\pi}{2} \tag{6.22}$$

$$\frac{I}{I_o} = \frac{\frac{\cancel{\pi}}{2} \cancel{\int E_o^2 dE_o}}{\cancel{\pi} \cancel{\int E_o^2 dE_o}} = 0,5 \tag{6.23}$$

kapunk, amelyik polarizációs iránya éppen $-45^o - 45^o = 90^o$-os szöget zár be az eredetei cirkulárisan polarizált fényből előállítottal 2. megoldás
a)
Cirkulárisan polarizált fényben egy adott helyen a két egymásra merőleges (y és z tengellyel párhuzamos) polarizációs irányú összetevő időfüggése:

$$E_y^{circ} = E_o\, cos(\omega\, t - k\, x) \tag{6.24a}$$
$$E_z^{circ} = E_o\, sin(\omega\, t - k\, x) \tag{6.24b}$$
vagy
$$E_y^{circ} = E_o\, sin(\omega\, t - k\, x) \tag{6.24c}$$
$$E_z^{circ} = E_o\, cos(\omega\, t - k\, x) \tag{6.24d}$$

Ez a két leírás két, ellentétesen forgó térerősség vektort ír le.

A $\lambda/4$-es lemez 90^o-s, azaz $\pi/2$ fáziseltérést okoz két, egymásra merőleges polarizációs irány között. Legyen pl y a lassú és z a gyors irány, ekkor a $\lambda/4$-es lemez után

$$E_y = E_o\, cos(\omega\, t - k\, x - \pi/2) = E_o\, sin(\omega\, t - k\, x) \tag{6.25a}$$
$$E_z = E_o\, sin(\omega\, t - k\, x) \tag{6.25b}$$
illetve
$$E_y = E_o\, sin(\omega\, t - k\, x - \pi/2) = -E_o\, cos(\omega\, t - k\, x) \tag{6.25c}$$
$$E_z = E_o\, cos(\omega\, t - k\, x) \tag{6.25d}$$
$$\tag{6.25e}$$

Mivel mindkét esetben az eredő hullám két egymásra merőleges összetevőjének fázisa azonos, ezért az eredmény 45^o-ban lineárisan polarizált hullámot ír le.

b)
(6.24) két egymással ellentétes irányban forgó cirkulárisan polarizált hullámot ír le. (6.25) pedig két olyan lineárisan polarizáltat, amelyeknél az y komponensek előjeleit megcseréltük, ez pedig valóban két egymásra merőleges (90^o), a tengelyekkel 45^o-os szöget bezáró síkot ad meg.