

A07.)

Adott két db. „z” tengelyű, végtelen hosszú, koaxiális henger. A belsőnek a sugara „ R_1 ”, a külsőé „ R_2 ”. A belső hengeren a potenciál $V_1(\varphi)$, a külsőn $V_2(\varphi)$.

- Határozza meg a $\Phi(r, \varphi)$ elektrosztatikus potenciált a belső henger belsejében!
- Határozza meg a $\Phi(r, \varphi)$ elektrosztatikus potenciált a hengereken kívüli térben.
- Határozza meg a $\Phi(r, \varphi)$ elektrosztatikus potenciált a hengerek közötti térben.
- Határozza meg a felületi töltéssűrűséget a belső hengeren!
- Válaszoljon az eddigi kérdésekre, ha

$$V_1(\varphi) = V_0 \cos \varphi$$

$$V_2(\varphi) = 2V_0 \cos^2 \varphi$$

A08.)

Adott egy „z” tengelyű, „b” magasságú és „R” sugarú zárt henger. Az alapkörlap az (x,y) síkon van. Az alap és a fedőlapokat leföldeltük ($V_0=0$). A henger palástján a potenciál egy megadott $V(\varphi, z)$ függvény szerint változik.

a.) Írja fel a Laplace egyenlet szeparált alakját úgy, hogy benne a „módosított Bessel” differenciálegyenlet szerepelje.

b.) Adja meg az egyenlet szeparált, általános megoldását!

c.) A megadott peremfeltételek ismeretében határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ elektrosztatikus potenciált a henger belsejében

d.) Határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ -t, abban az esetben, ha $V(\varphi, z) = V_0 \sin\left(\frac{2\pi}{b}z\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

e.) Határozza meg az $\vec{E}(\vec{r})$ elektromos térerősséget a henger „z” tengelye mentén!

A09.)

Adott egy „a” sugarú gömbfelület.

Ezen a felületen az elektrosztatikus potenciál hengerszimmetrikus: $V(\vartheta) = V_0 \cos(3\vartheta)$

- Írja fel a $\Phi_-(r, \vartheta)$ elektromos potenciál általános alakját a gömb belsejében!
- Írja fel a $\Phi_+(r, \vartheta)$ elektromos potenciál általános alakját a gömbön kívüli térben!
- Határozza meg a $\Phi_-(r, \vartheta)$ és a $\Phi_+(r, \vartheta)$ potenciálokat!
- Határozza meg a felületi töltéssűrűséget az „a” sugarú gömbfelületen!

B05.)

Adott egy „z” tengelyű, végtelen hosszú, „a” oldalú négyzet keresztmetszetű, vékony fémfalú cső. Az oldallapjai az (x,z) és az (y,z) síkokkal párhuzamosak. A koordinátarendszer Origójában egy „q” ponttöltés helyezkedik el.

- Határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ potenciált a cső belsejében!
- Határozza meg a $\Phi(\vec{r})$ potenciál viselkedését a ponttöltéstől nagyon távol!
- Határozza meg az $\vec{E}(z)$ térerősséget a „z” tengely mentén!
- Rajzolja fel a teret jellemző erővonalrendszerét!

MATEMATIKA:

$$\delta(x) \cdot \delta(y) = \left(\frac{2}{a}\right)^2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \cos \frac{(2m+1)\pi \cdot x}{a} \cdot \cos \frac{(2n+1)\pi \cdot y}{a}$$

B06.)

Az origóban egy „q_m” töltésű mágneses monopólus helyezkedik el. Felette a „z” tengely z=a pontjában egy „q_e” elektromos ponttöltés nyugszik. Mint az ismeretes, a „q_m” által létrehozott

izotróp, sugár irányú mágneses mező: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_m}{r^2} \vec{e}_r$.

- Határozza meg az $\vec{S}(\vec{r})$ Poynting vektort mindenhol a térben!
- Határozza meg az elektromágneses tér „impulzus sűrűségét” a térben!
- Határozza meg az elektromágneses tér „impulzus-momentum sűrűségét” a térben!
- Határozza meg az elektromágneses mező teljes perdületét (impulzusmomentumát)!
- Mutassa meg, hogyha a perdület (\hbar -al) kvantált mennyiség, akkor mind a „q_e”-nak, mind pedig a „q_m”-nek is kvantálnak kell lennie.

MEGJEGYZÉS:

A mágneses monopólusnak ezt a modelljét **P.A.M.Dirac** (Nobel díj 1933) dolgozta ki 1931-ben. Ekkor 29 éves volt. Jelentősége abban volt/van, hogy „töltéskvantálás” tényének egyfajta hipotetikus magyarázatát adta.