

## 1. Gyakorlat – órai és házi feladatok

### Műveletek vektorokkal

**Órai 1.** Adottak az alábbi két dimenziós vektorok:

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- Ábrázoljuk a két vektort!
- Határozzuk meg és ábrázoljuk az  $2\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$  vektort!
- Mekkora a vektorok normája (nagysága)?
- Mekkora szöget zár be a két vektor?

2. Adottak az alábbi háromdimenziós vektorok:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Ábrázoljuk a két vektort!
- Határozzuk meg és ábrázoljuk az  $4\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2$  vektort!
- Mekkora a vektorok normája (nagysága)?
- Mekkora szöget zár be a két vektor?

**Órai 3.** Számítsa ki az  $\mathbf{a}\mathbf{b}$  skaláris szorzatot, ha  $|\mathbf{a}| = 7$ ,  $|\mathbf{b}| = 4$ , a két vektor által közrezárt szög pedig  $120^\circ$ . Mennyi a skaláris szorzat értéke, ha a közrezárt szög  $90^\circ$ .

**Órai 4.** Számítsa ki  $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|$  értékét, ha  $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}| = 4\sqrt{2}$ , a két vektor által közrezárt szög pedig  $45^\circ$ .

5. Mekkora  $|\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{c}|$  értéke, ha  $|\mathbf{a}| = 5$ ,  $|\mathbf{b}| = 2$ ,  $|\mathbf{c}| = 8$  és a vektorok páronként merőlegesek egymásra?

6. Legyen  $\mathbf{a} = (2, 5, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 2, 1)$ ,  $\mathbf{c} = (-3, 1, 4)$ . Számítsa ki az alábbi mennyiségeket:  
 $12\mathbf{a}$ ,  $|\mathbf{a}|$ ,  $\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ,  $(\mathbf{a} + \mathbf{b})\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{c}$ .

**Órai 7.** Írja fel az  $\mathbf{a}^0$  egységvektort, ha  $\mathbf{a} = (-1, 0, \sqrt{3})$ . Mekkora szöveget zár közre az  $\mathbf{a}$  vektor a koordinátatengelyekkel?

8. Számítsa ki az  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$  vektorok által kifeszített paralelogramma területét, ha  $\mathbf{a} = (2, 5, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 2, 1)$ .

9. Számítsa ki az  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{c}$  vektorok által kifeszített hasáb térfogatát, ha  $\mathbf{a} = (2, 5, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 2, 1)$ ,  $\mathbf{c} = (-3, 1, 4)$ .

10. Mekkora szöveget zár közre az  $\mathbf{a} = (\sqrt{2}, -1, 1)$  és  $\mathbf{b} = (1, 0, -\sqrt{2})$  vektor? Mekkora a  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{c} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \sqrt{2}\mathbf{k}$  vektorok által közrezárt  $\psi$  szög?

11. Határozza meg  $z$  értékét úgy, hogy az  $\mathbf{a} = (5, 2, 4)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 7, z)$  vektorok merőlegesek legyenek egymásra.

### **Függvények, függvények érintője – változási sebesség**

**Órai 12.** Ábrázoljuk a  $x(t) = c_1 t + c_2$  függvényt és határozzuk meg a  $t$ -beli meredekségét!

**Órai 13.** Ábrázoljuk a  $f(x) = 2x^2 + x + 1$  függvényt és határozzuk meg a  $x$ -beli meredekségét! /A meredekséget a „ $\Delta$ -s” módszerrel tegyük!/

14. Ábrázoljuk a  $f(z) = 4z^3 - 1$  függvényt és határozzuk meg a  $z$ -beli meredekségét! /A meredekséget a „ $\Delta$ -s” módszerrel tegyük!/

**Órai 15.** Határozzuk meg az  $y(x) = x \sin x$  függvény  $x$ -beli meredekségét! /A meredekséget a „ $\Delta$ -s” módszerrel tegyük!/

16. Határozzuk meg az  $y(t) = A \sin^2 \omega t$  függvény  $t$ -beli meredekségét! /A meredekséget a „ $\Delta$ -s” módszerrel tegyük!/

### **Függvénygörbe alatti terület**

**Órai 17.** Számítsuk ki az  $y(x) = 2x + 1$  egyenes alatti területet a  $2 \leq x \leq 3$  intervallumban! (A trapézmodszert használjuk!)

18. Számítsuk ki az  $y(x) = x^2 + 1$  görbe alatti területet a  $2 \leq x \leq 4$  intervallumban! (A trapézmódszert használjuk!)

19. Számítsuk ki az  $y(x) = 2x^2 + x$  görbe alatti területet a  $0 \leq x \leq 1$  intervallumban! (A trapézmódszert használjuk!)