MECHANIKA 1	A) HF 11.

A31 .) Feladat

Egy ”m” tömegű, ”R” sugarú, homogén tömegeloszlású, tömör korong a függőleges (x,y) síkban a vízszintes „x” tengelyen csúszásmentesen gördül. A korong középpontját egy nulla nyugalmi hosszóságú rugóval, a „–y” tengelyen lévő „P” ponthoz kötöttük. A korong egyensúlyi helyzetében a rugó hossza ”L” . $\Theta_{TKP}=0.5mR^2$.

a.) Válasszon általános koordinátá(ka)t úgy , hogy szerepeljen közöttük a korong középpontjának a helyzetét megadó ”x” koordináta (is) és írja fel a Lagrange függvényt! (Javaslat: vegye figyelembe a kényszerfeltételeket!)
b.) Adja meg az általános impulzus(oka)t, és értelmezze a jelentését (vagy jelentésüket)!
c.) Adja meg a rendszer Hamilton függvényét!
d.) Írja fel a Hamilton-féle kanonikus egyenleteket!
e.) Oldja meg a mozgásegyenlete(ke)t!

A32.) Feladat

Egy ”m” tömegű pont a vízszintes síkban végzi a mozgását. A sík egy adott ”P” pontjához egy ”D” rugóállandójú (nulla nyugalmi hosszúságú) rugót rögzítettünk, amelynek másik vége a tömegponthoz kapcsolódik. A tömegpont egy ”O” középpontú, ”R” sugarú ív mentén mozoghat csak. Az ”OP” távolság éppen ”2R.

a.) Válassza általános koordinátának a φ-t és adja meg a rendszer szabadsági fokainak számát!
b.) Írja fel a mozgási és a potenciális energiát!
c.) Konstruálja meg a Lagrange függvényt!
d.) Adja meg az általános impulzus(oka)t!
e.) Adja meg a rendszer Hamilton függvényét!
f.) Írja fel a kanonikus egyenleteket!
g.) Az egyensúlyi helyzet körüli kis elmozdulásokat feltételezve oldja meg a mozgásegyenlete(ke)

A33.) Feladat

Adott egy ”R” sugarú, ”M” tömegű, homogén korong, amely a függőleges síkban a vízszintes tengelye körül surlódásmentesen elfordulhat. A korong peremre egy ugyancsak ”M” tömegű pontszerű testet rögzítettünk. A korong kerületére egy „a” hosszúságó, súlytalan és nyújthatatlan fonalat tekertünk, amelynek végén egy ”m= M/2” tömegpont függ. A ”m” csak függőlegesen mozog. A korong helyzetét a peremen lévő ponthoz húzott sugárnak a függőlegessel bezárt (az ábrán bejelölt) ”φ” szöge adja meg

a.) Határozza meg a rendszer egyensúlyi állapotátban a φ szög φ_0 értékét!
b.) Legyen $\varphi=\varphi_0+\alpha$! Válassza általános új koordinátának az „α” szöget és adja meg a rendszer Lagrange függvényét!
c.) Határozza meg az általános impulzu(soka)t!
d.) Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
e.) Írja fel a kanonikus egyenleteket!
f.) Oldja meg a kanonikus egyenleteket (kis kitérések esetére: $\alpha \ll \varphi_0$) !

MECHANIKA 1	B) HF 11.

B21.) Feladat

Adott négy darab egyforma, vékony, homogén, merev rúd. A rudak tömege „m” és a hosszuk „a”. A rudakat a végükön lévő, súrlódásmentesen mozgó csuklókkal egymáshoz kötöttük, úgy, hogy egy négyszöget alkossanak. A szerkezetet az egyik csuklójánál fogva a függőleges (x,y) sík origójához kapcsoltuk. A négyszögnek ezt a sarkát egy rugóval a vele szemközt (alatta) lévő csuklóhoz kötöttük. Ezt a csuklót a függőleges „y” tengely mentén mozgó csúszkához kapcsoltuk. A rugóállandó „D” és a rugó nyugalmi hossza zérus.

A rugó és a rudak között mérhető szöget jelölje ”φ”! Az „m” és a „D” értéke akkora, hogy egyensúlyi helyzetben a négyszög **éppen négyzet** alakú lesz. Legyen $\varphi=\varphi_0+\alpha$ ahol $\alpha \ll \varphi_0$ és φ_0 az egyensúlyi állapotban mérhető szög! A következőkben az egyensúlyi helyzet körüli kis elmozdulásokat vizsgáljuk!

a.) Válassza általános koordinátának α-t!
b.) Határozza meg a renszer kinetikus energiáját!
(Javaslat: gondosan adja meg a rudak középpontjának sebességét!)
c.) Határozza meg a rendszer potenciális energiáját!
d.) Határozza meg a rendszer Lagrange függvényét!
e.) Adja meg az általános impulzus(oka)t!
f.) Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
g.) Írja fel a kanonikus egyenleteket!
h) Az egyensúlyi helyzet körüli kis (α) elmozdulásokat feltételezve oldja meg a mozgásegyenlete(ke)t!

B22.) Feladat

Egy vízszintes asztallapra „a” sugarú hengert erősítettünk úgy, hogy a tengelye a lapra merőleges. A hengerre vékony fonalat csévéltünk amelynek szabad végén egy pontszerű golyó van. A golyót "v_0" kezdő sebességgel elindítjuk. A golyó a **vízszintes felületen** (súrlódásmentesen) mozog, miközben a fonál letekeredik a hengerről. A tömegpont helyzetét azzal az α szöggel jellemezhetjük, amellyel a letekeredett fonal hossza „R·α”.

a.) Válassza általános koordinátának az „α” szöget és írja fel a rendszer Lagrange függvényét!
b.) Írja fel a Lagrange 2 mozgásegyenlete(ke)t és oldja meg!
(Javaslat: konstruálja meg a Jacobi integrált és használja ki az energiamegmaradást.)
c.) Határozza meg a rendszer Hamilton függvényét!
d.) Oldja meg a kanonikus egyenleket! (Használja ki az energiamegmaradást!)
