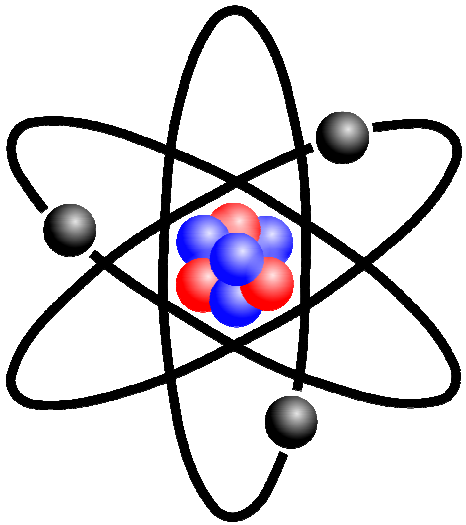
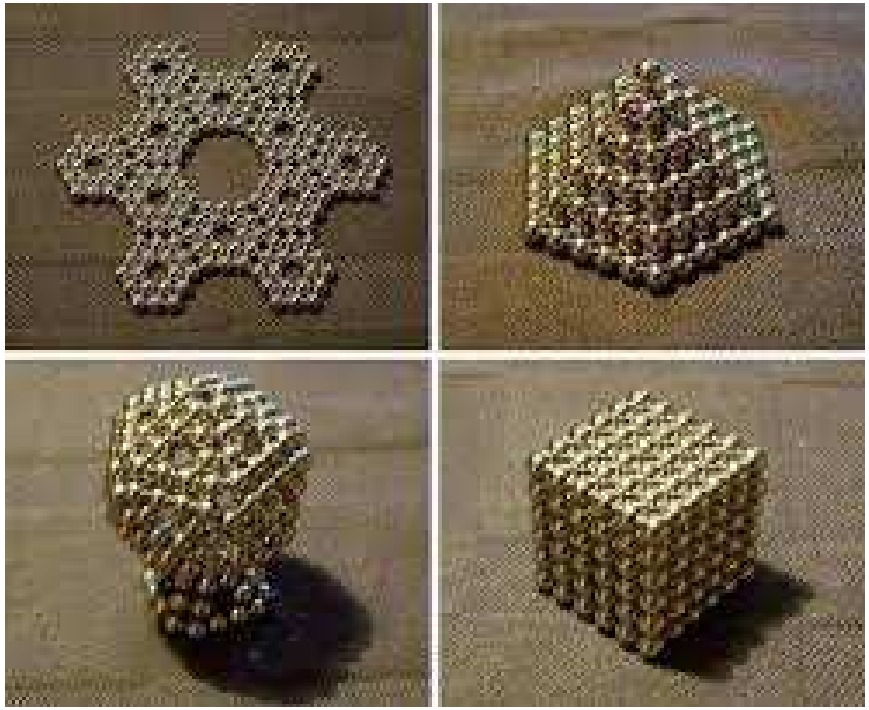


Fizika 112

21. Előadás



Kvantummechanika I.

Planck és Einstein

Bohr

De Broglie

Heisenberg

Pauli

…és még sokan mások…

VIZSGA

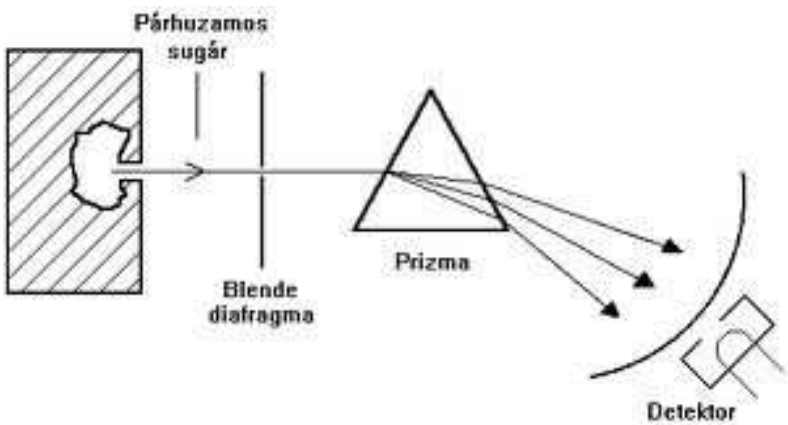
ELŐADÁS

+

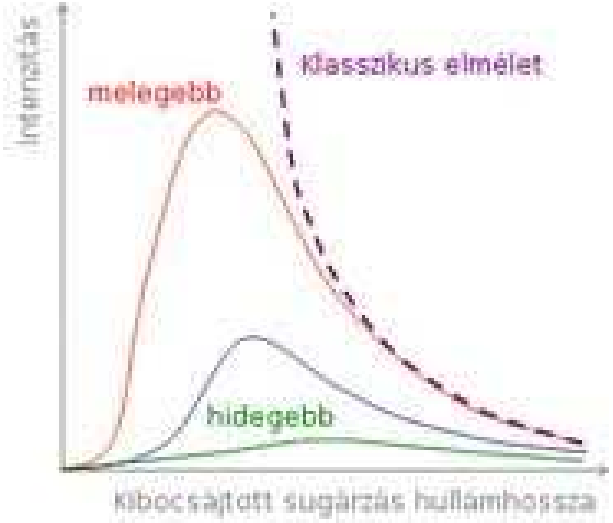
JEGYZET

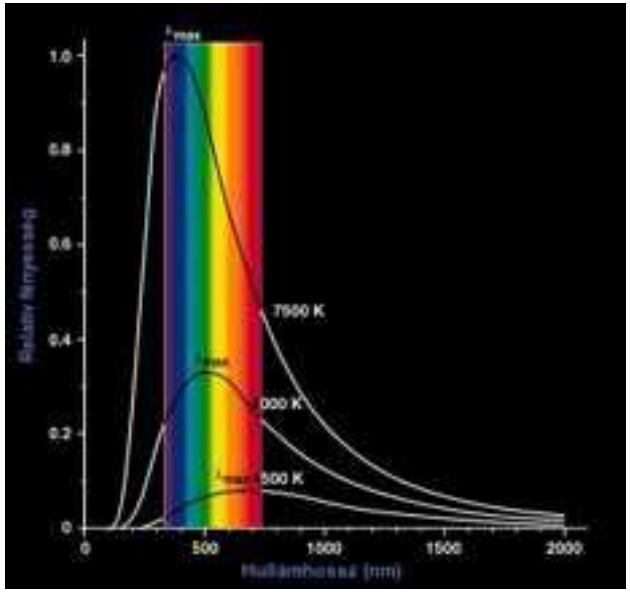
Előzmények I.

A fekete-test sugárzás



$$P = \sigma A T^4$$





$$g_\lambda = \frac{c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left\{\frac{ch}{k\lambda T}\right\} - 1}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

Planck állandó: h= $6{,}6 * 10^{-34}$ Js

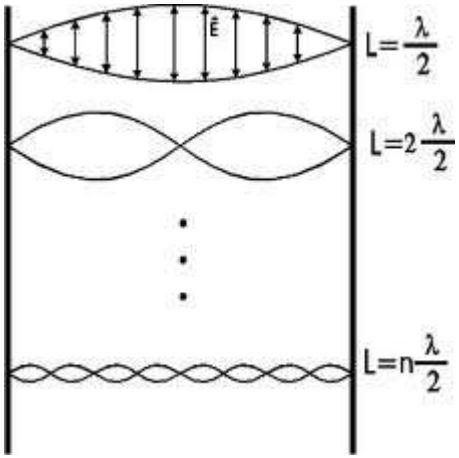
Előzmények II.

A fekete-test sugárzás

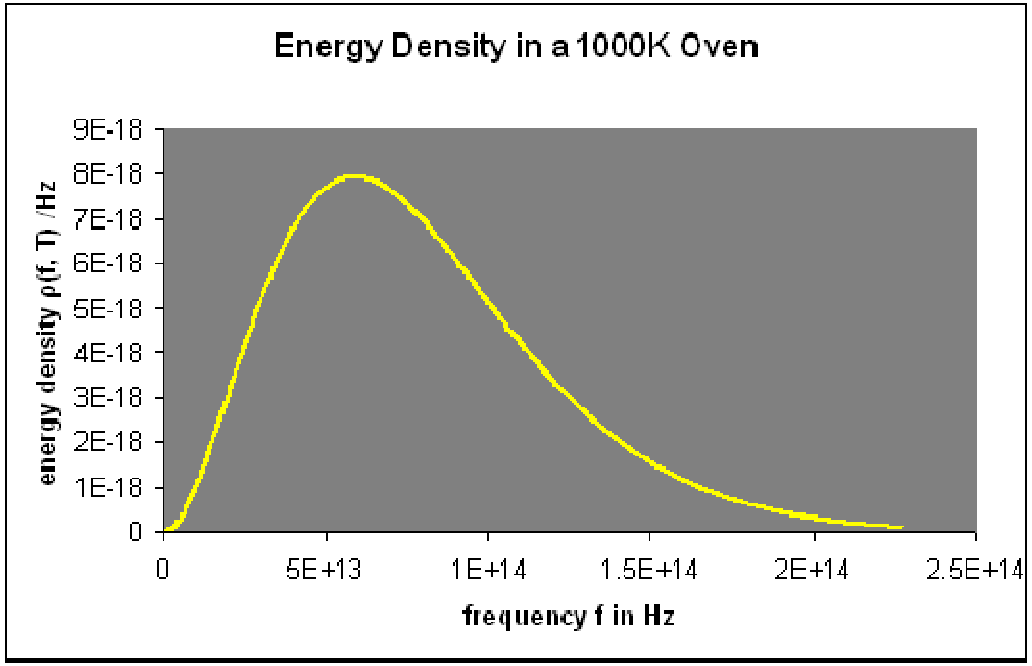
Max Planck
(Nobel díj, 1918)

Üreg-módusok

$$P = \sigma A T^4$$



$$\boxed{\Delta E = h\nu}$$

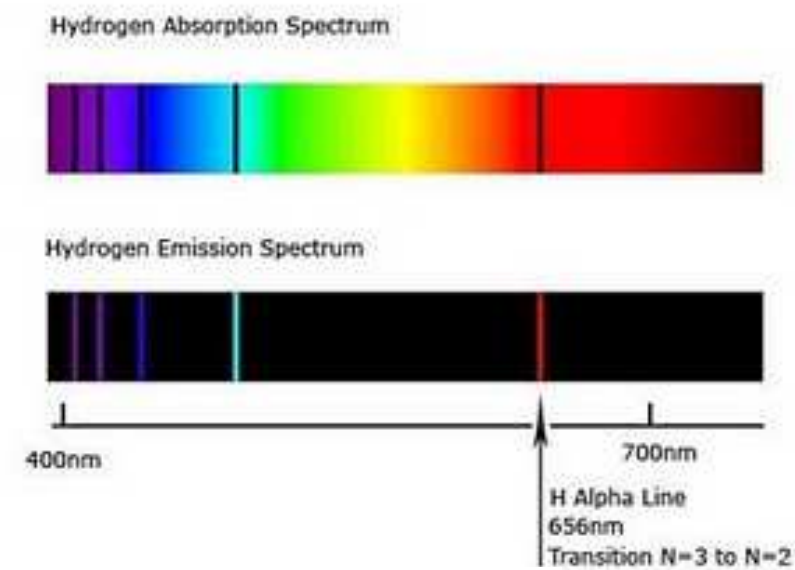


$$E_n = nh\nu \qquad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

$$g_\nu = A \cdot \frac{h\nu^3}{\exp\left\{\dfrac{h\nu}{k_B T}\right\} - 1}$$

Előzmények III.

A H-atom



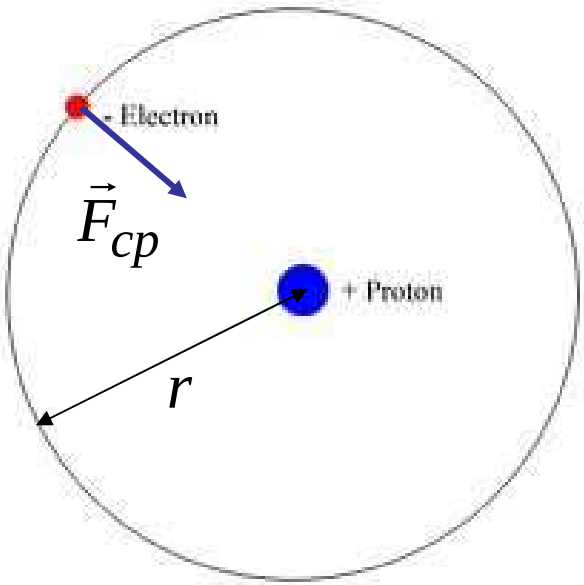
?

$$\nu_{mn} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$m = 1,2,3,4,5,6,....$$

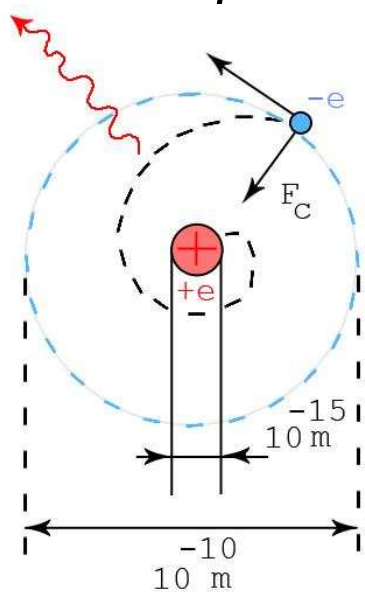
$$n = m+1,\ m+2,\ m+3,\ ...$$

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} = k\frac{q^2}{r^2} \rightarrow mv^2 = k\frac{q^2}{r}$$



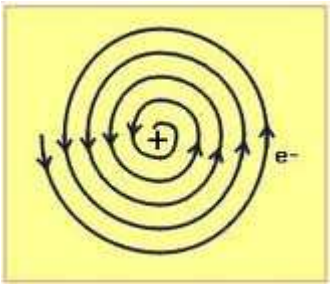
$$E = \frac{1}{2}mv^2 - k\frac{q^2}{r} = -\frac{kq^2}{2r} = -\frac{\alpha}{2r}$$

Körpályán mozgó elektron sugároz, tehát energiája csökken; így a kör-pálya sugara is csökken …

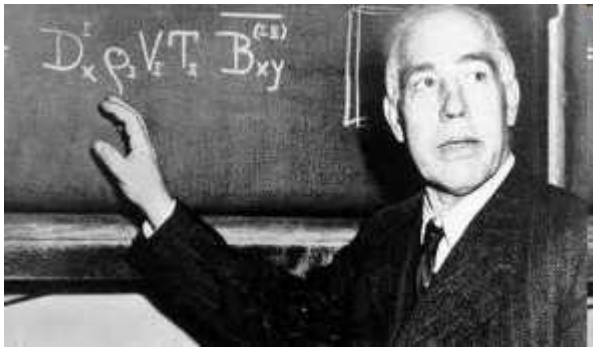


Előzmények IV.

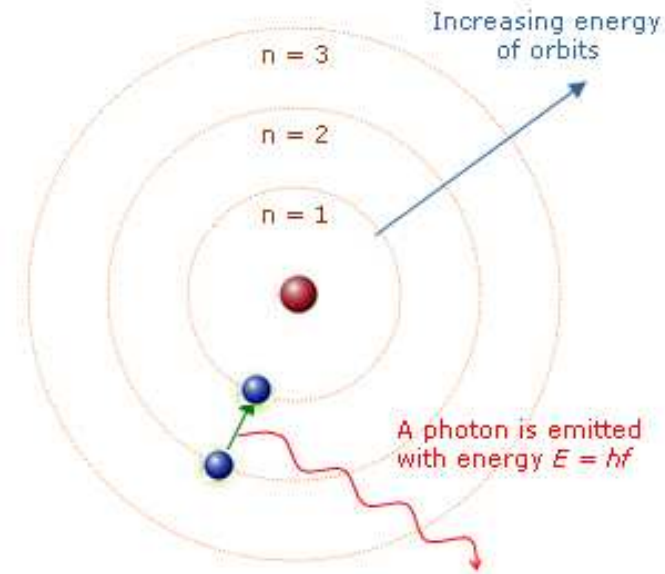
A Bohr-féle H-atom modell



???



Niels Bohr
(Nobel díj, 1922)



Bohr postulátumai:

1.)posztulátum:

Az elektron a hidrogén atomban a proton által kifejtett Coulomb erő hatására körpályán mozog.
De meghatározott energiájú körpályákon sugárzás nélkül tud keringeni.
Így ezek a pályák stabilak. („Stacionárius” mozgási állapotok)

3.)posztulátum:

Csak azok a (kör)pályák stabilak, amelyen az elektron pályamozgásból adódó **perdülete:** $L_n = n \cdot \hbar$

2.)posztulátum:

A Hidrogén akkor bocsát ki fényt, ha az elektronja egy magasabb energiájú pályáról
egy alacsonyabb energiájú pályára "ugrik".
Ekkor a kibocsátott fény frekvenciája a következő

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

Előzmények V.

A Bohr-féle H-atom modell

Láttuk:

$$L_n = n \cdot \hbar = m v_n r_n$$

$$v_n = \frac{n\hbar}{m r_n}$$

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} = k\frac{q^2}{r^2} \rightarrow m v^2 = k\frac{q^2}{r}$$

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m\alpha} n^2$$

Azt is láttuk, hogy:

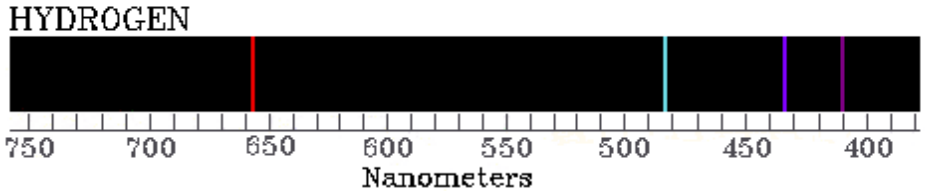
$$E = \frac{1}{2} m v^2 - k\frac{q^2}{r} = -\frac{kq^2}{2r} = -\frac{\alpha}{2r}$$

$$E_n = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$

$$\boxed{E_n = -R\frac{1}{n^2}}$$

Előzmények VI.

A Bohr-féle H-atom modell

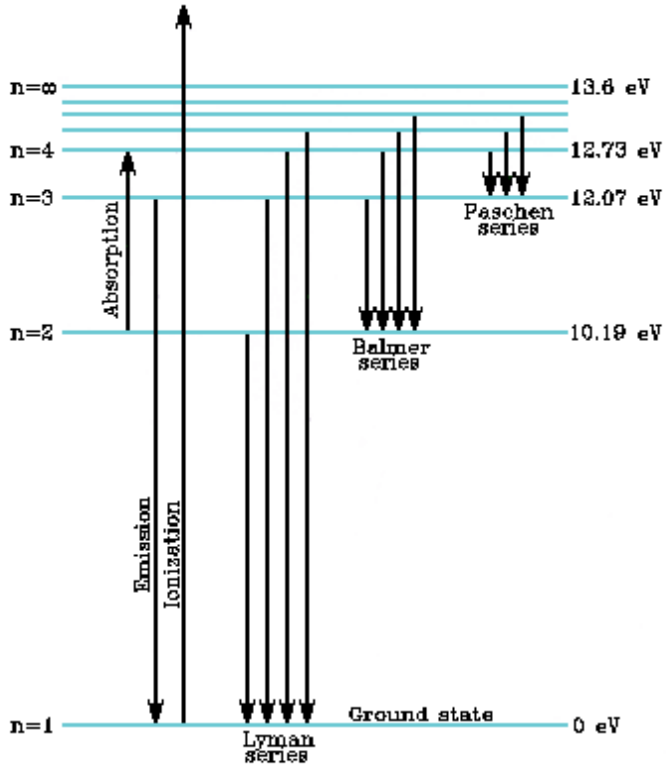


$$E_n = -R\frac{1}{n^2}$$

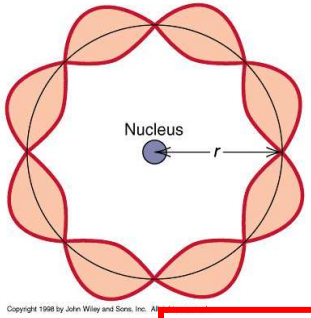
$$E_n = -\frac{E_o}{n^2} \quad \rightarrow \quad E_o = 13.6\,eV$$

$$h\nu_{nm} = E_n - E_m$$

$$\nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}$$



De Broglie
(Nobel díj, 1929)



$$L_n = mv_n r_n = p_n r_n$$

$$L_n = n \cdot \hbar$$

$$2r_n\pi = n \cdot \lambda$$

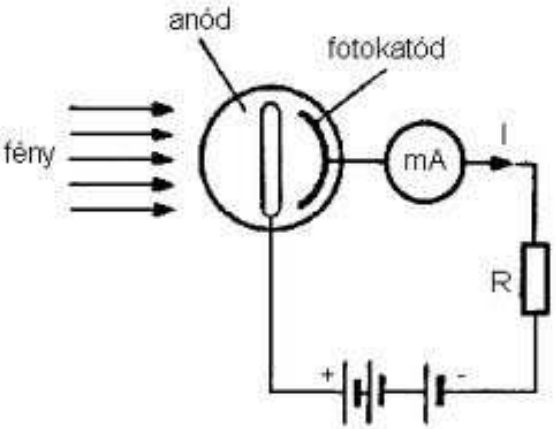
de Broglie hullámhossz

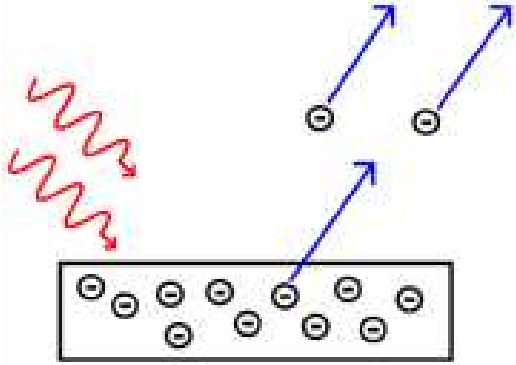
$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

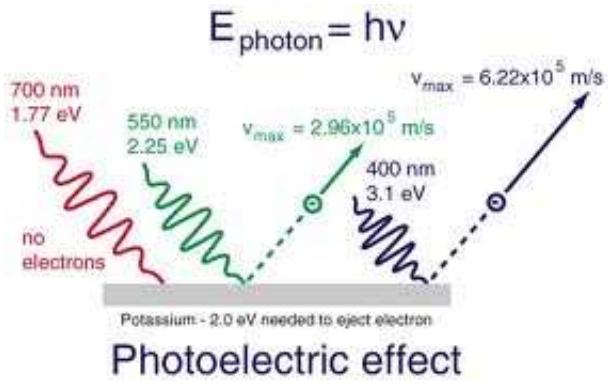
Előzmények VII.

A foto-effektus

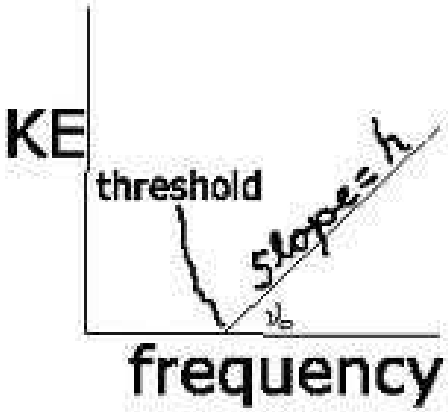
H.R. Hertz (1887), **W.L.F.Hallwachs** (1888), **J.J.Thomson** (1897)







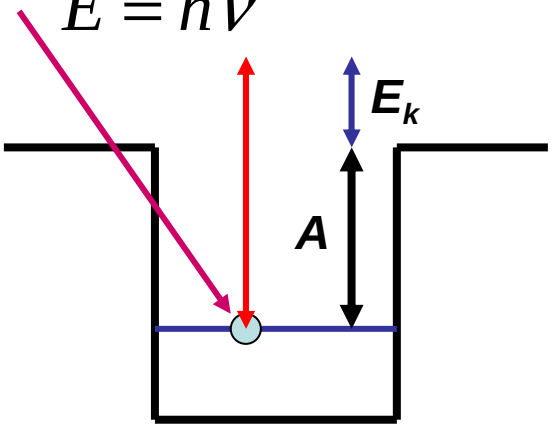
Einstein → foton (Nobel díj, 1921)



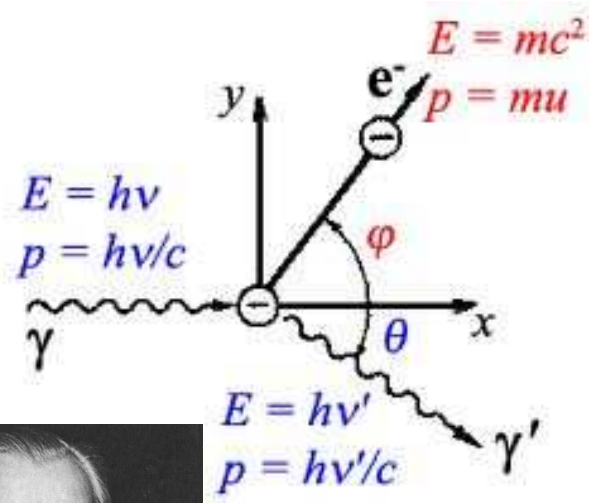
$$\boxed{E_{k_{\max}} = h\nu - A}$$

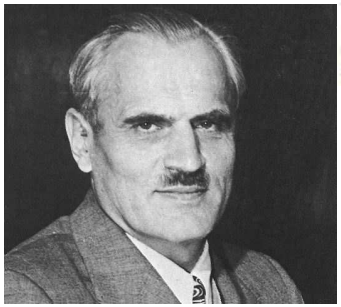
Kilépési munka

$$E = h\nu$$



Compton-effektus





Energia-megmaradás:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

Impulzus-megmaradás: $\vec{p}_f = \vec{p}'_f + \vec{p}'_e$

Láttuk (rel. elm.): $E(p) = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p^2}$

Fotonra: $m_o = 0 \rightarrow E = cp \rightarrow p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

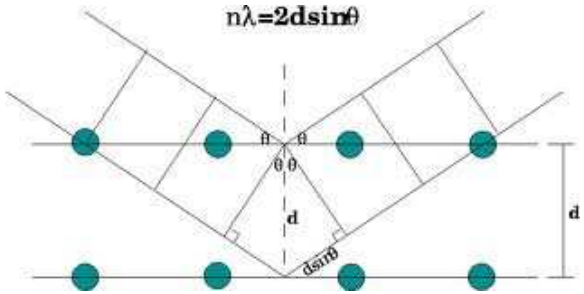
$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\varphi + \frac{m_e u \cos\Theta}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \quad \text{és} \quad 0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\varphi - \frac{m_e u \sin\Theta}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

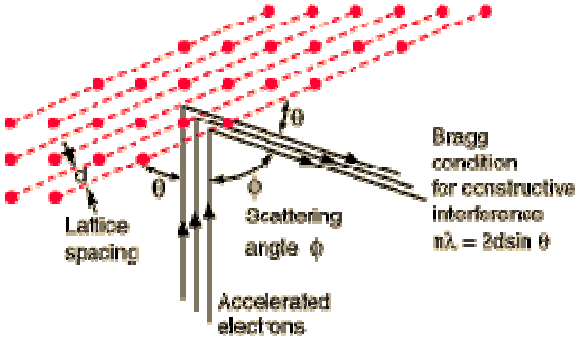
$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \Lambda \cdot (1 - \cos\Theta)$$

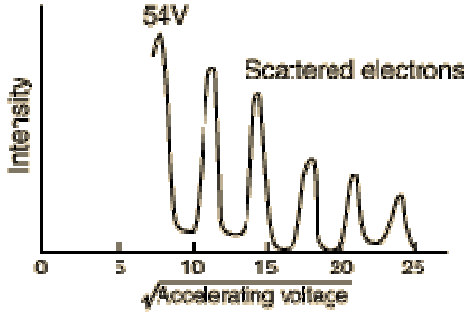
$$\Lambda \equiv \frac{h}{m_e c}$$

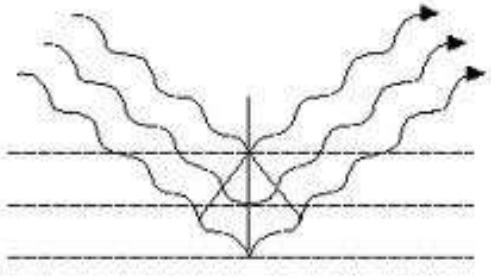
A. H. Compton
1892-1962
(Nobel díj, 1927)

Davisson & Germer

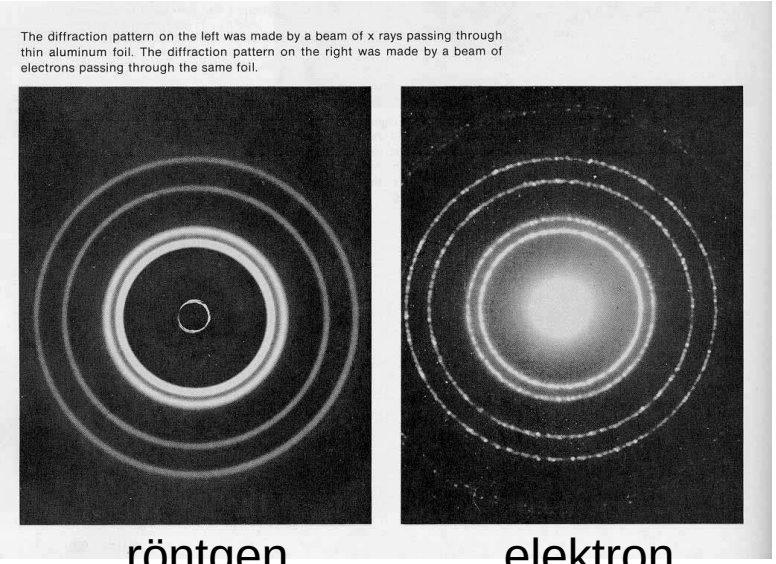








1937-es fizikai Nobel-díj



röntgen elektron

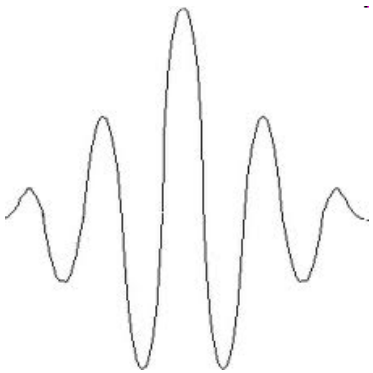
Felmerülő kérdések:

1.) Milyen dinamika szerint (azaz milyen hullámegyenlet szerint)) hullámzik az ami hullámzik
2.) Mi az a mi hullámzik?

Karinthy Frigyes így tette volna fel a kérdést:
„Mi az a valami, ami valamit, valahogyan csinál?”

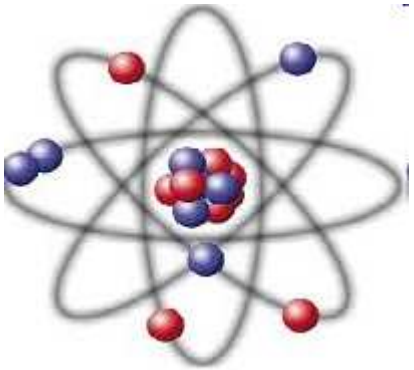
Foton: részecske vagy hullám?

Elektron: részecske vagy hullám?

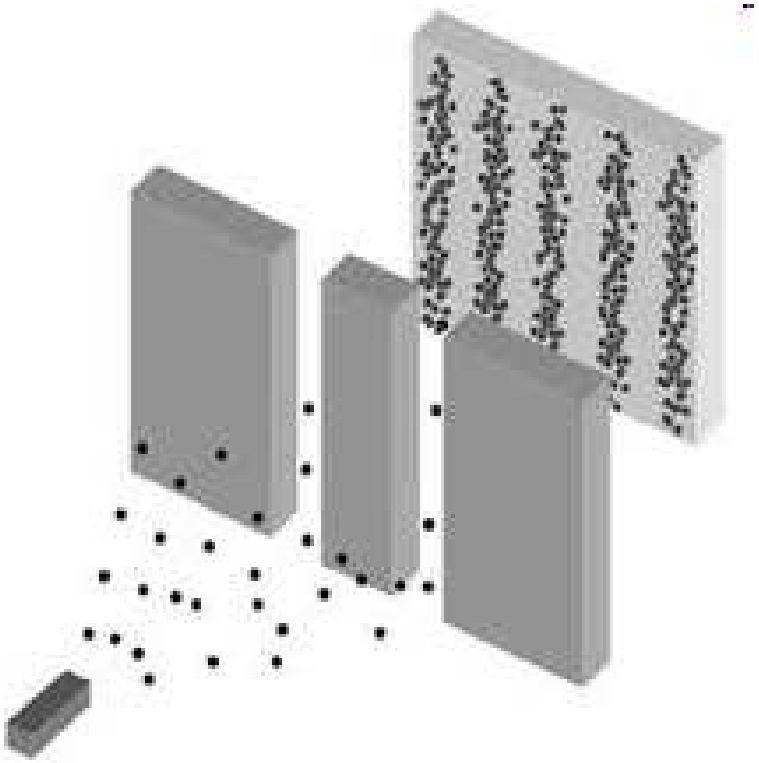


Mi az ”igazság”?

Mi a fizikai realitás?

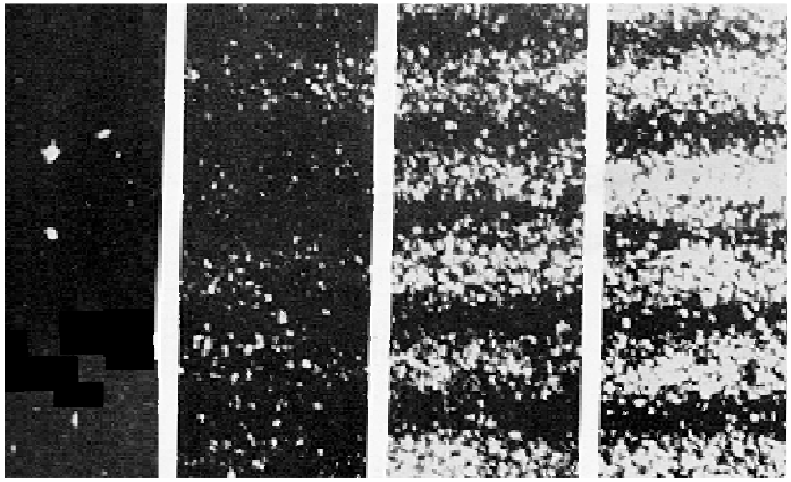


Kétréses kísérlet elektronokkal:



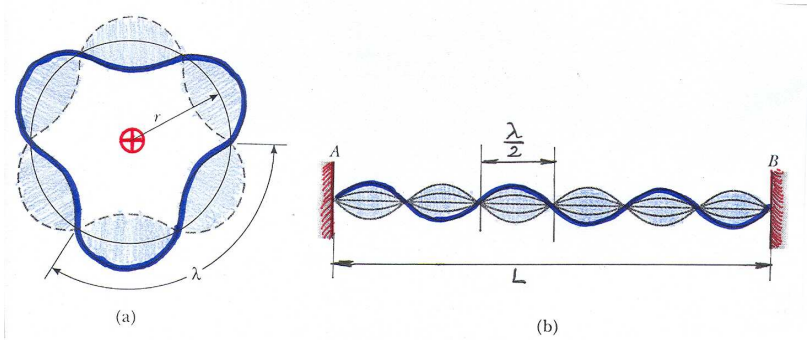
Becsapódás, detektálás (elnyelés)
részecske-tulajdonság

?



Interferencia
hullám-tulajdonság

A Schrödinger-egyenlet I.



$$L = \frac{\lambda}{2} n \quad \text{ahol} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{L} n$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow p = \hbar k$$

$$p = \hbar k = \frac{\hbar \pi}{L} n$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$$

Tehát a „dobozba zárt” részecske energiája kvantált lesz!!!

de Broglie-féle állóhullám: $\psi_o(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = A \sin(kx)$

Feladatunk, hogy kitaláljuk azt az egyenletet**,** amelynek megoldása éppen ez a függvény.

A Schrödinger-egyenlet II.

$$\frac{p^2}{2m} + V_o = E \xrightarrow[V_o = 0]{p = \hbar k} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_o = E$$

Állóhullámra: $\frac{d^2}{dx^2}\psi_o = -k^2 \psi_o \rightarrow k^2 = -\frac{1}{\psi_o}\frac{d^2}{dx^2}\psi_o$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_o + V_o \cdot \psi_o = E \cdot \psi_o$$

Erwin Schrödinger
(Nobel-díj 1933)

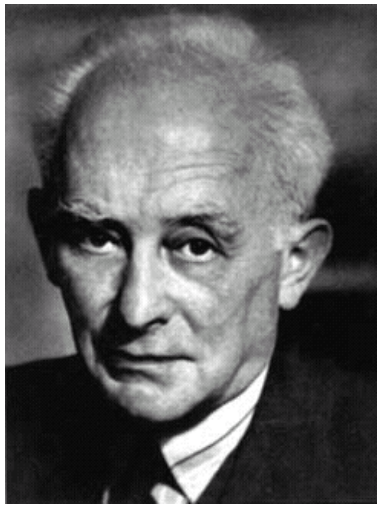
Általánosítás 3D-re:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \cdot \psi(\vec{r}) = E \cdot \psi(\vec{r})}$$

*** Időfüggetlen Schrödinger egyenlet ***

Born-féle értelmezés

Max Born
(1882-1970)



(Nobel-díj 1954)

1954

$$\left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 = \Psi^*(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)$$

$$P_{\Delta V} = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 \Delta V$$

$$P = \int_V \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 dV \longrightarrow P = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 dV = 1$$

Pontszerű részecskék vannak és a Kvantummechanika ezen pontszerű részecskék megtalálási valószínűségét határozza meg a Schrödinger egyenlet segítségével.

KVANTUMMECHANIKA

???

???

„NINCS KIRÁLYI ÚT!”

Axiómák

A. A Schrödinger-egyenlet

B. $\left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 dV$ annak a valószínűségét adja, hogy a pontszerű elektron az helyvektor *dV* környezetében megtalálható.

C. Az állapotok szuperpozíciójának az elve.

Hullámokra "működik"…

…és részecskékre?…

Állapotok szuperpozíciója I.

EMH-ra láttuk:

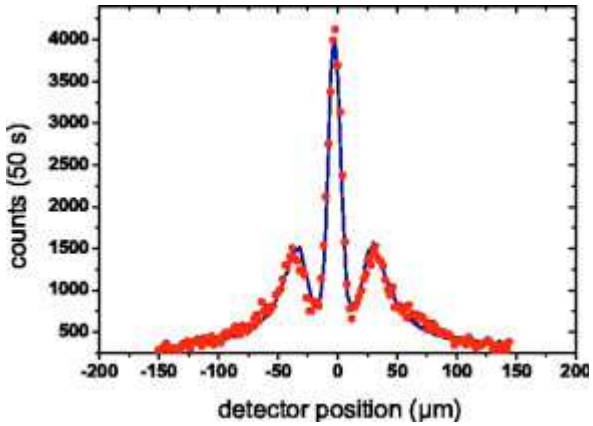
$$E = E_1 + E_2$$

Inkoherens hullámokra: $$I_{12} = I_1 + I_2$$

Koherens hullámokra: $$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$$

$$\psi = c_1 \cdot \psi_1 + c_2 \cdot \psi_2$$

C60 molekula
átalgsebesség 200 m/s
rés szélessége 50nm



A **C60** molekulával végzett kétréses kísérlet interferencia képe.

Állapotok szuperpozíciója II.

$$\psi = c_1 \cdot \psi_1 + c_2 \cdot \psi_2$$

$$P(\vec{r}) \equiv |\psi(\vec{r})|^2 \equiv \psi^*(\vec{r})\psi(\vec{r})$$

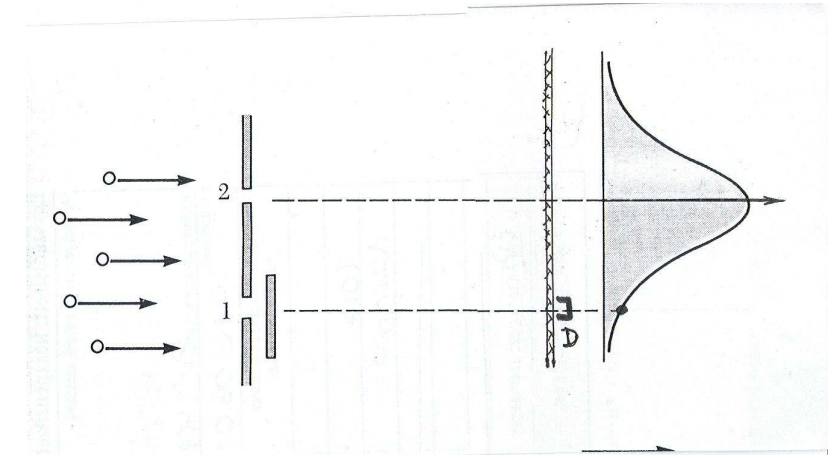
$$P = |\psi|^2 = (c_1\psi_1 + c_2\psi_2)^*(c_1\psi_1 + c_2\psi_2)$$

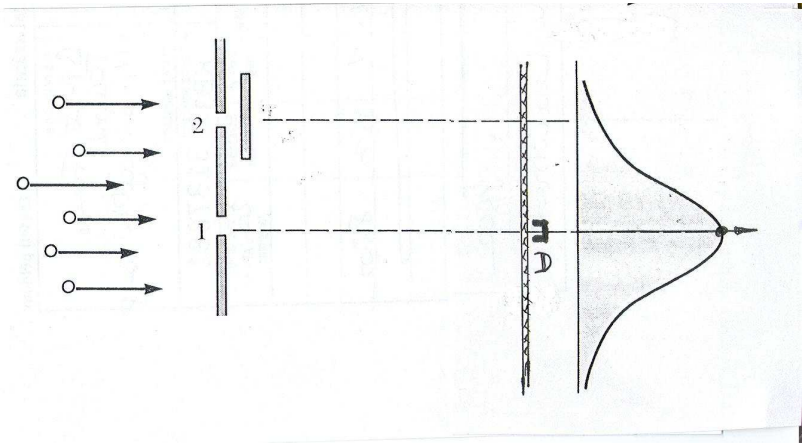
$$P = |c_1|^2|\psi_1|^2 + |c_2|^2|\psi_2|^2 + \mathrm{Re}\left\{c_1^* c_2 \psi_1^* \psi_2\right\}$$

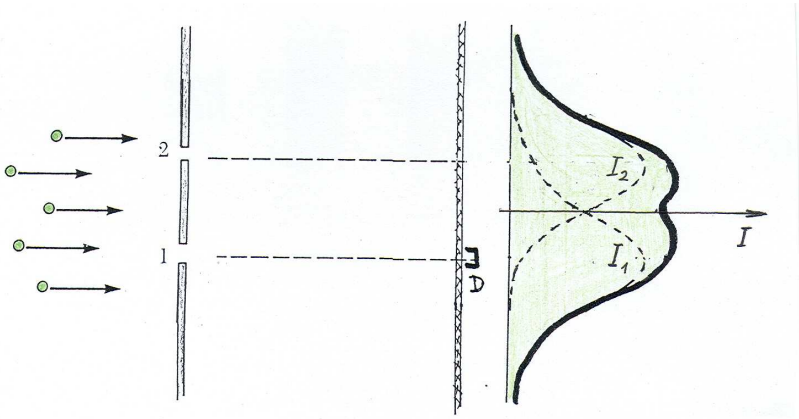
$$P = |c_1|^2 P_1 + |c_2|^2 P_2 + \mathrm{Re}\left\{c_1^* c_2 \psi_1^* \psi_2\right\}$$

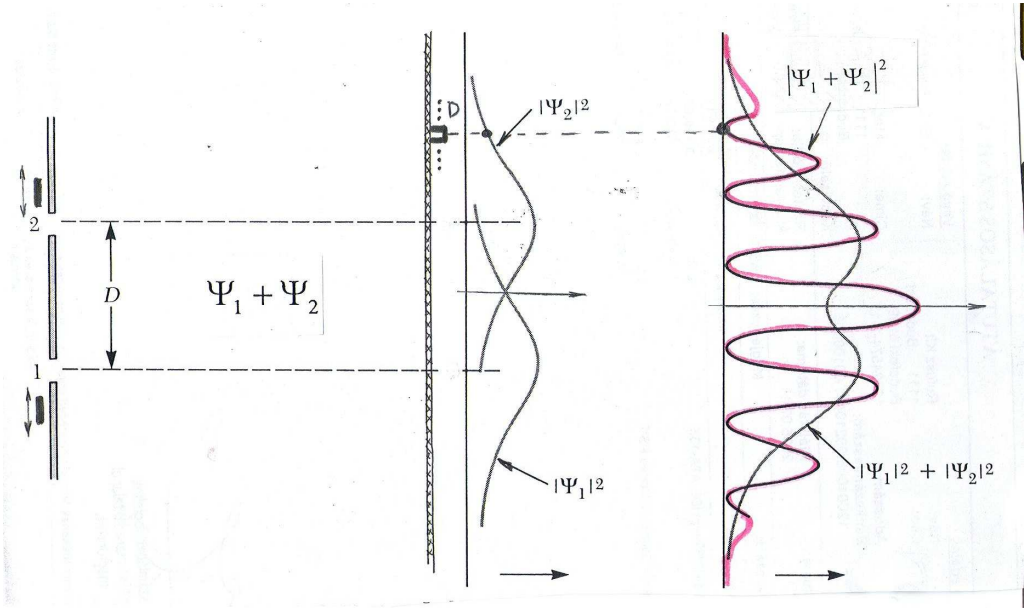
Interferencia

Állapotok szuperpozíciója III.





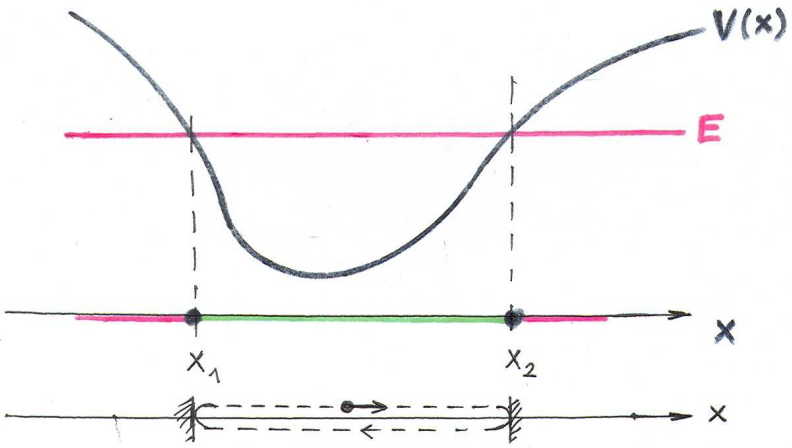


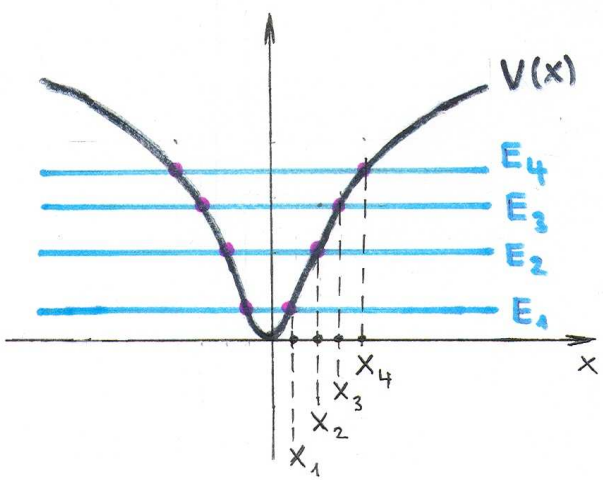


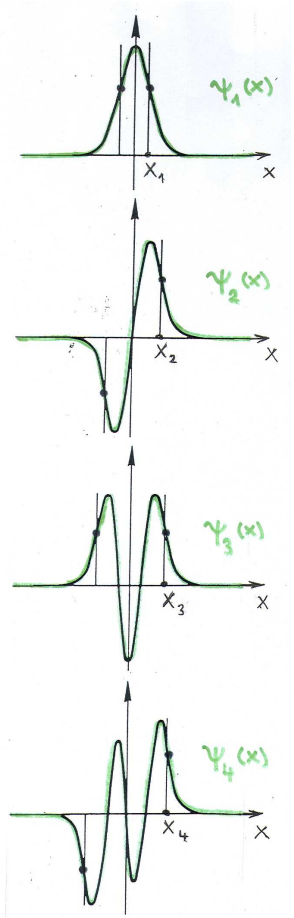
A hullámfüggvény matematikai tulajdonságai

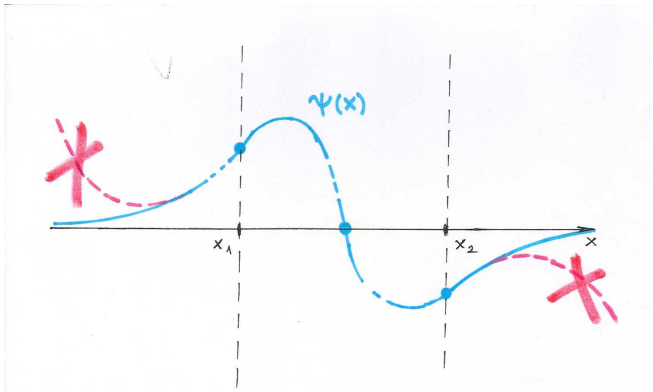
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x)+V(x)\cdot\psi(x)=E\cdot\psi(x)$$

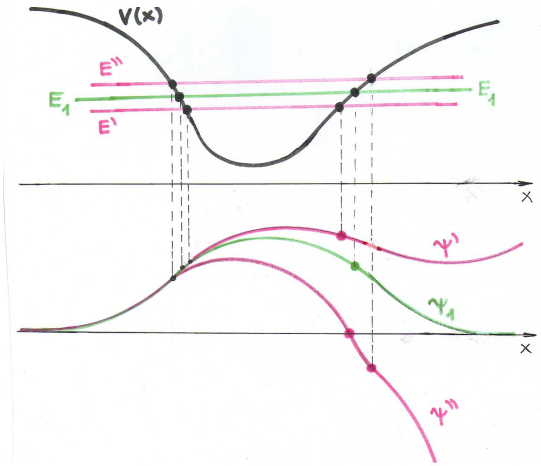
$$\psi''=\frac{2m}{\hbar^2}\cdot\left[V(x)-E\right]\cdot\psi$$







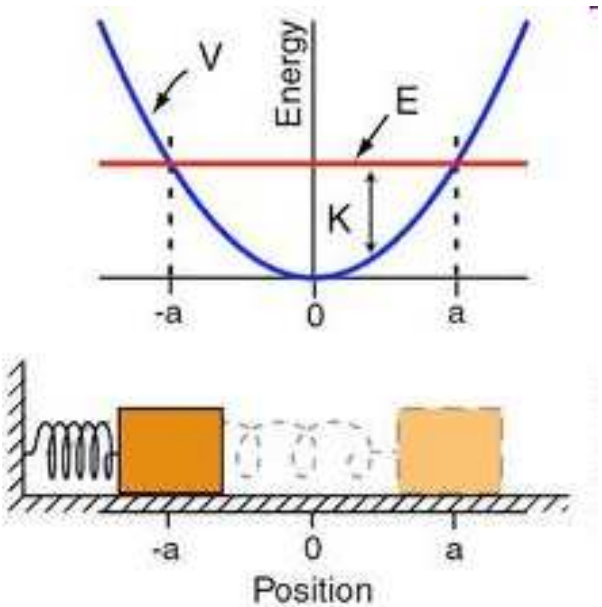




A harmonikus oszcillátor I.

A ”kvantummechanika” **Max Planck** – al kezdődött (1900) $\Delta E = h\nu$

Klasszikus harmonikus oszcillátor:



$$E = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$x(t) = a \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\dot{x}(t) = a\omega \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

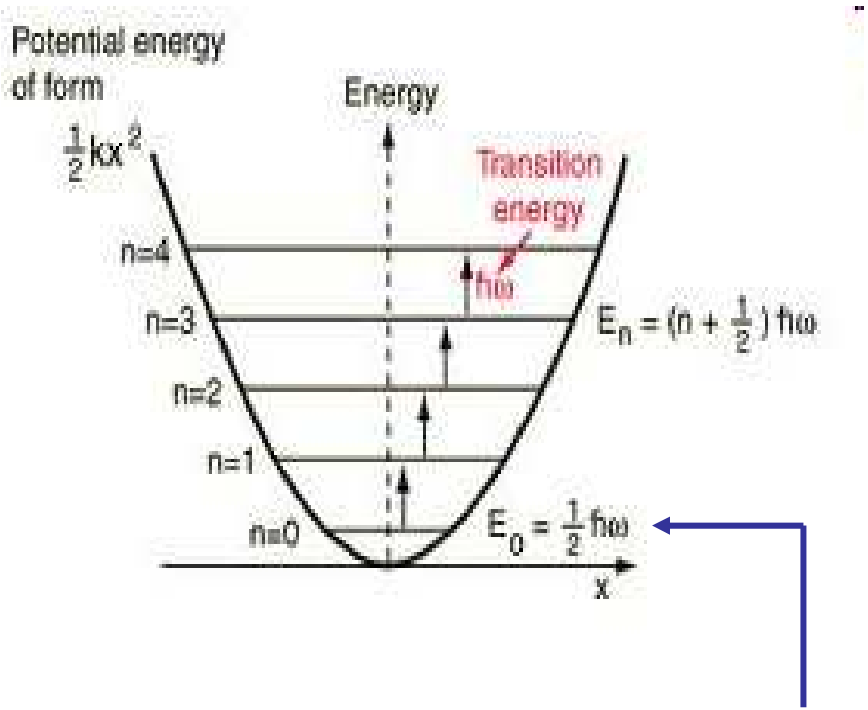
$$\boxed{E = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2}$$

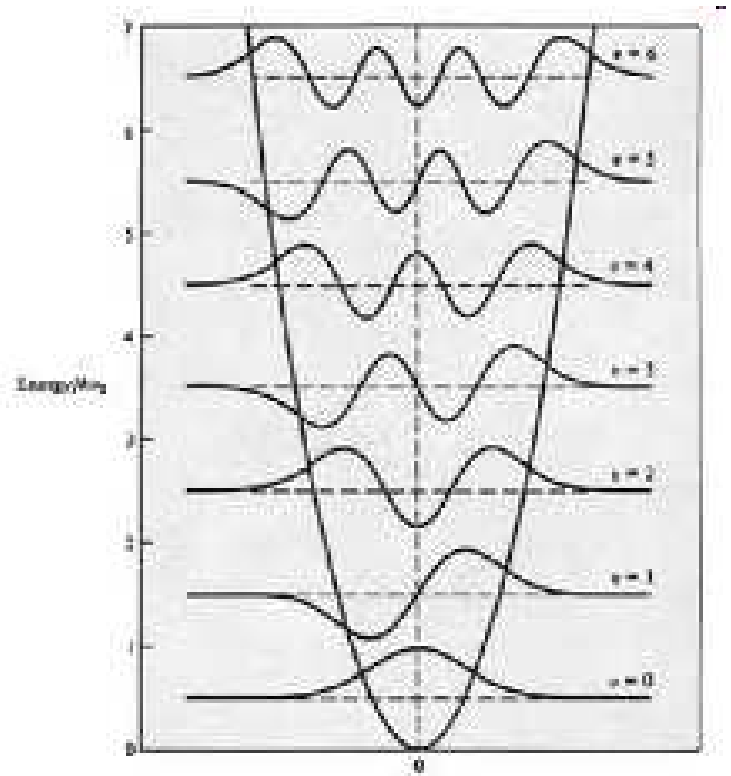
A klasszikus oszcillátor energiája folytonosan változhat!!!

A harmonikus oszcillátor II.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi=E\cdot\psi$$

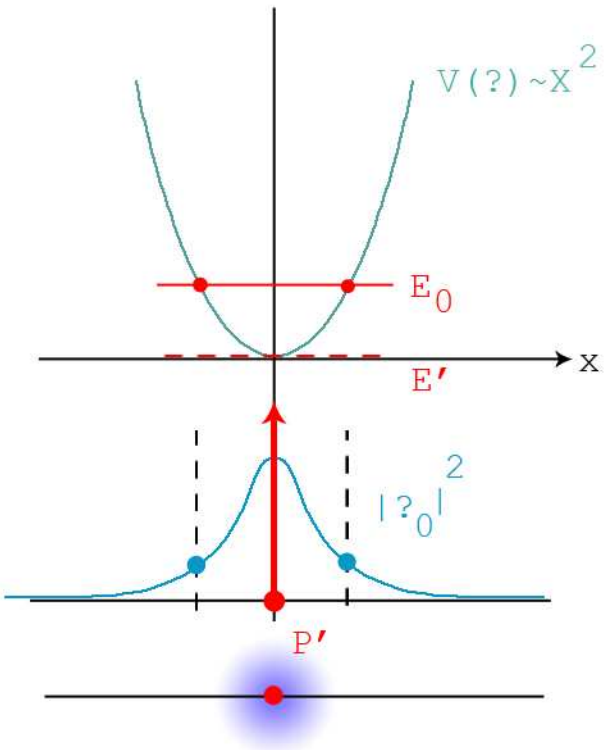
$$E_n^{SCH}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\hbar\omega$$

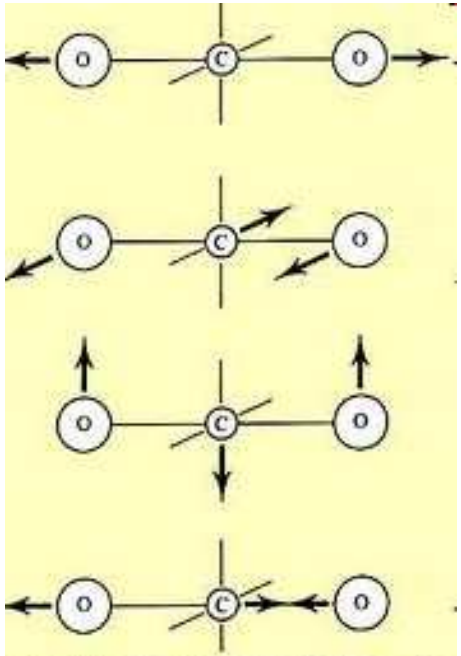




nullponti energia=alapállapoti energia

A harmonikus oszcillátor III.



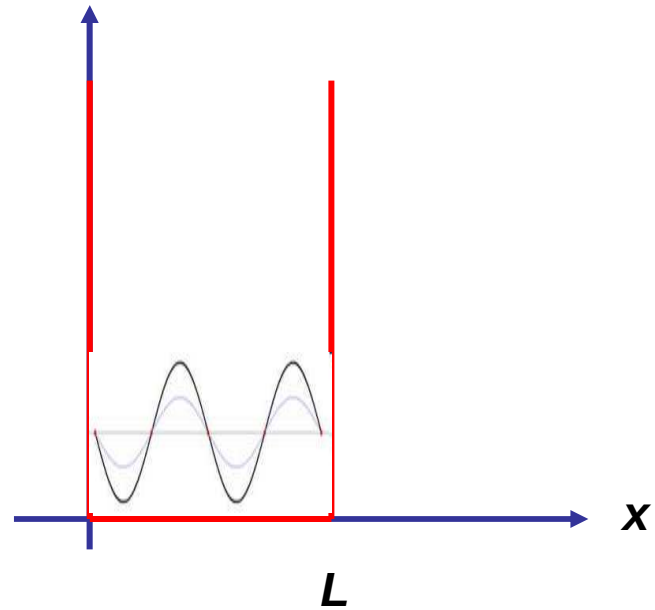


A carbon dioxide molecule shown in its four possible modes of vibration

Alkalmazás: molekula rezgés, kristályrács rezgései, stb.

Az egydimenziós potenciáldoboz

$$V(x)=\begin{cases} V_0 \to \infty & \text{ha } x<0 \text{ és } x>L \\ 0 & \text{ha } 0\le x\le L \end{cases}$$



$\psi(x)\equiv 0$ ha x < 0 vagy x > L

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''+0\cdot\psi=E\psi$$

$$\psi''=-k^2\psi$$

$$\psi_o(x)=A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)=A\sin(kx)$$

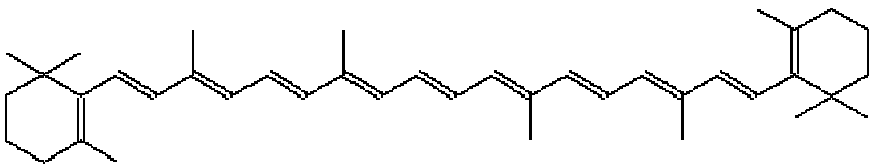
$$E=\frac{p^2}{2m}=\frac{\hbar^2k^2}{2m}=\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$$

$$E=E_o n^2$$

Megtalálási valószínűség: $P_{\Delta x}(x)=|\psi_n(x)|^2\Delta x=\frac{2}{L}\sin^2\left(n\frac{\pi}{L}x\right)\Delta x$

Miért sárga a sárgarépa?

Karotin molekula hossza kb. 2-3 nm



$$E_n = E_o \cdot n^2$$

$$\Delta E_{21} = E_2 - E_1 = E_o(4-1) = 3E_o$$

$$h\nu = 3E_0$$

$$\frac{hc}{\lambda} = 3E_0 \longrightarrow \lambda = \frac{hc}{3E_0}$$

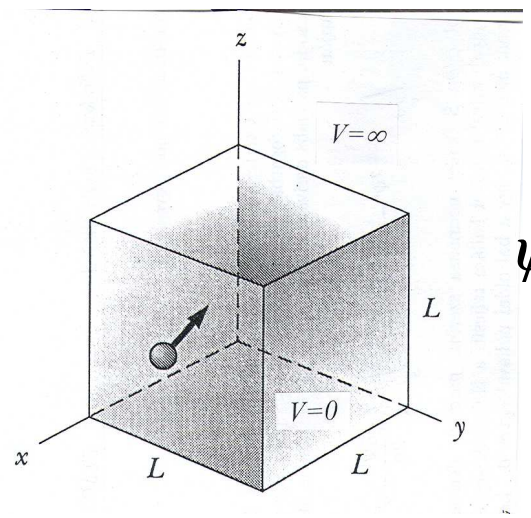
$$E_o = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$$

$$L \approx 2nm \longrightarrow \Delta E \approx 2eV \longrightarrow \lambda \approx 500nm$$

A fehér fényből ezt nyeli el.

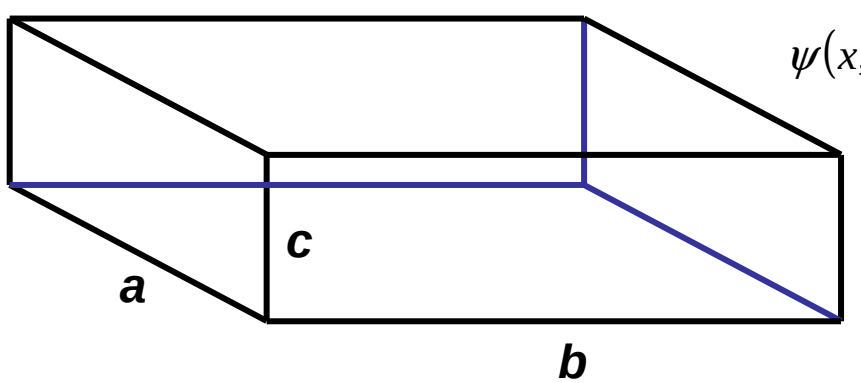
3D potenciáldoboz és az állapotok grafikus ábrázolása I.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)=E\psi$$



$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{L^3}}\cdot\sin\left(\frac{n_x\pi}{L}x\right)\cdot\sin\left(\frac{n_y\pi}{L}y\right)\cdot\sin\left(\frac{n_z\pi}{L}z\right)$$

$$E=\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\left(n_x^2+n_y^2+n_z^2\right)\qquad n_x,n_y,n_z=1,2,3,\ldots$$

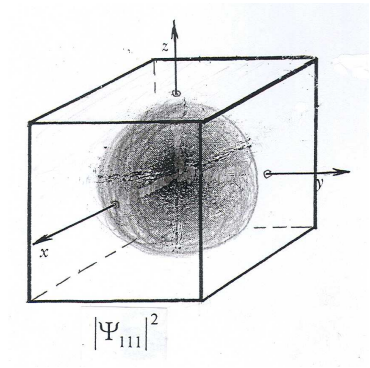


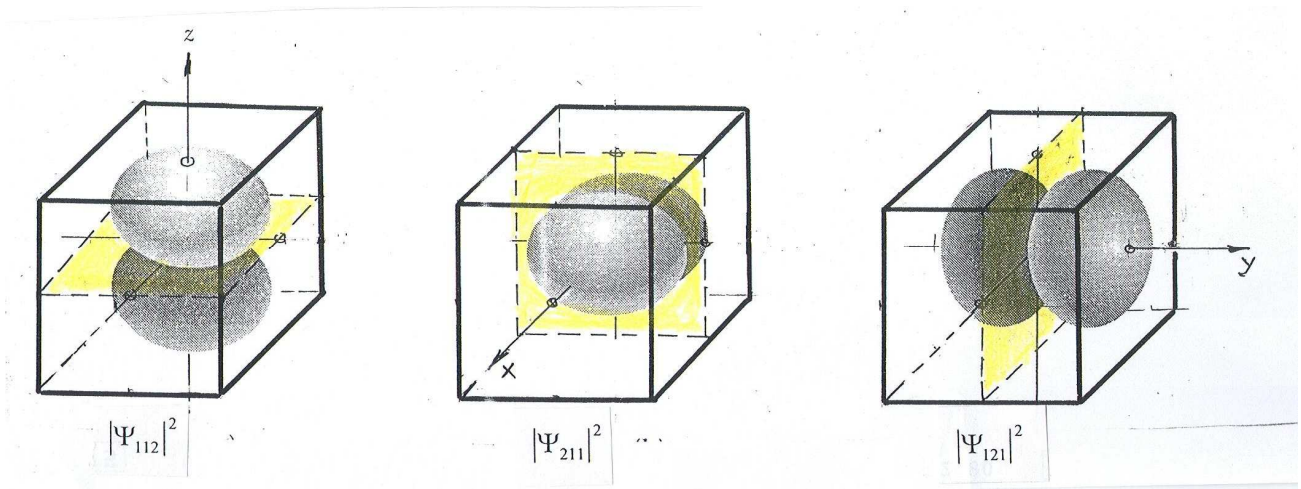
$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{abc}}\cdot\sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right)\cdot\sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E=\frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2}+\frac{n_y^2}{b^2}+\frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

3D potenciáldoboz és az állapotok grafikus ábrázolása II.

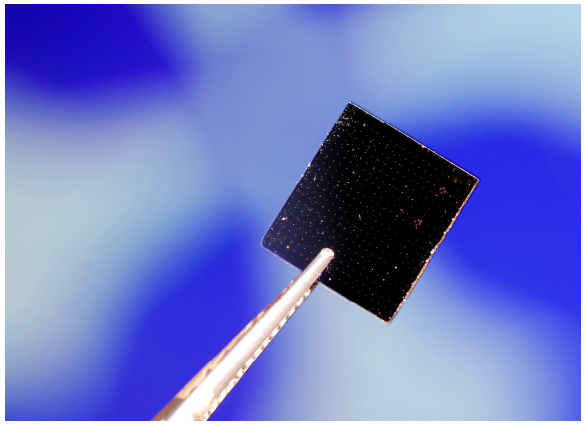
ψ	n_x	n_y	n_z	E
ψ_{111}	1	1	1	$3E_0$
ψ_{211}	2	1	1	$6E_0$
ψ_{121}	1	2	1	$6E_0$
ψ_{112}	1	1	2	$6E_0$
ψ_{122}	1	2	2	$9E_0$
ψ_{212}	2	1	2	$9E_0$
ψ_{221}	2	2	1	$9E_0$
ψ_{311}	3	1	1	$11E_0$
ψ_{131}	1	3	1	$11E_0$
ψ_{113}	1	1	3	$11E_0$
ψ_{222}	2	2	2	$12E_0$

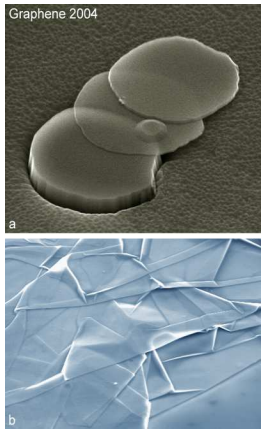


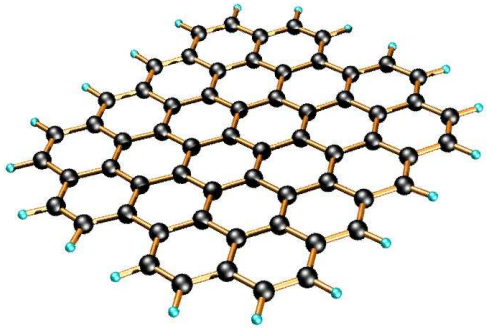


$$E = E_o\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$$

A kétdimenziós elektrongáz





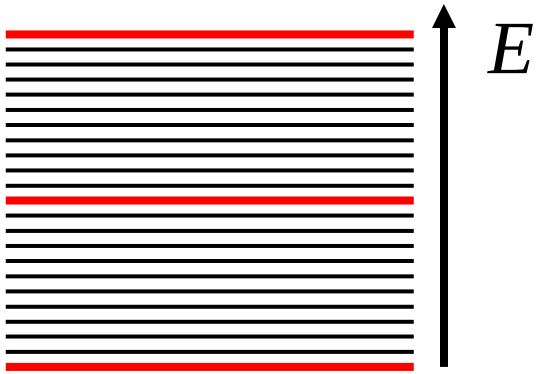


$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

Andre Geim
1958

Konstantin Novoselov
1974

$c << a, b$



Fizikai Nobel Díj 2010

„ … a kétdimenziós „grafénnel” kapcsolatos úttörő kísérleti munkásságukért.”

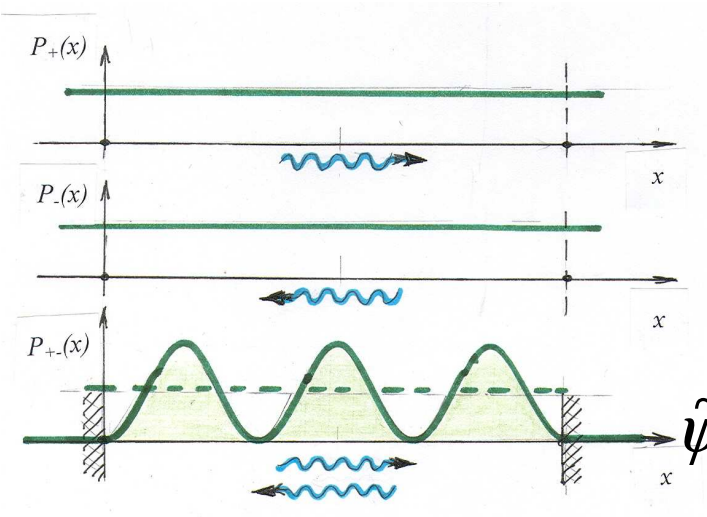
A szabadon mozgó elektron hullámfüggvénye

Dobozba zárt részecske: $\psi(x) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\sin(kx)$

Szabad részecske: $L \to \infty$

$$\tilde{\psi}(x,t) = \varphi(x)e^{-i\omega t} \longrightarrow |\tilde{\psi}(x,t)|^2 = |\varphi(x)|^2$$

$$\tilde{\psi}(x) = Ae^{ikx}$$



$$\tilde{\psi}_1(x,t) = Ae^{-ikx}e^{i\omega t} = Ae^{i(-kx+\omega t)}$$

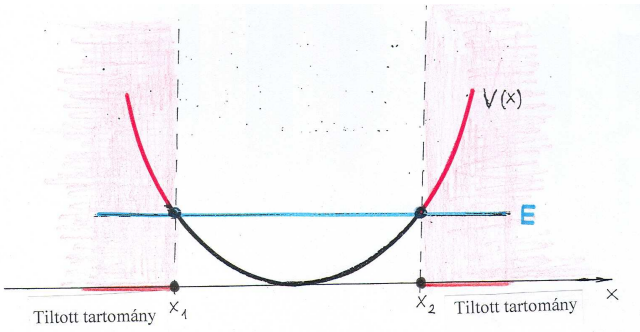
$$\tilde{\psi}_2(x,t) = Ae^{ikx}e^{i\omega t} = Ae^{i(kx+\omega t)}$$

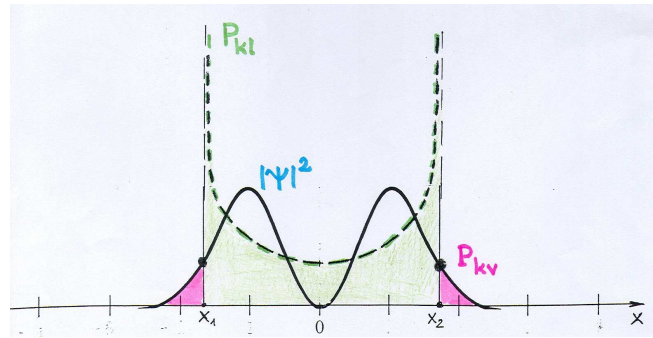
$$\tilde{\psi}(x,t) = \tilde{\psi}_1(x,t) + \tilde{\psi}_2(x,t) = Ae^{i\omega t}\left(e^{ikx} - e^{-ikx}\right)$$

$$P_{-+} = |\psi|^2 = A^2\sin^2(kx) \xrightarrow{L \to \infty}$$

Értelmezés???

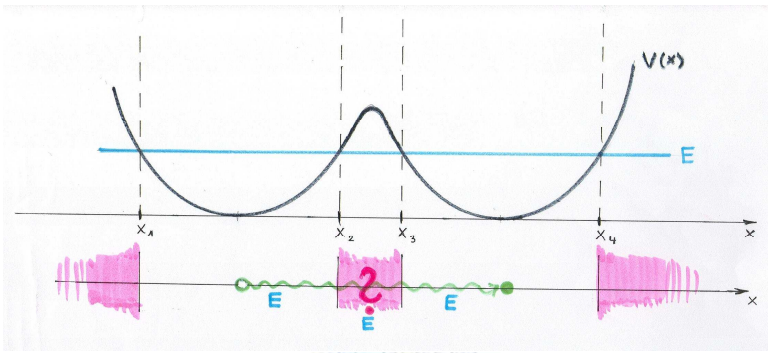
Az alagúteffektus I.

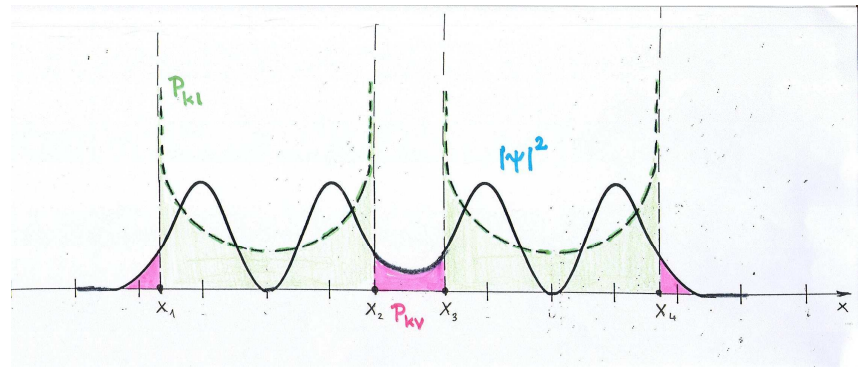


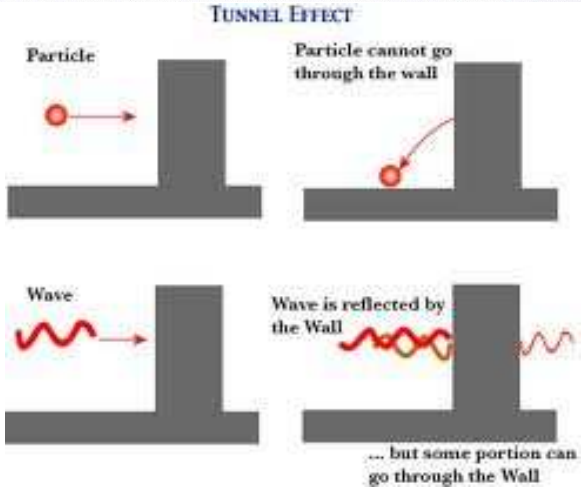


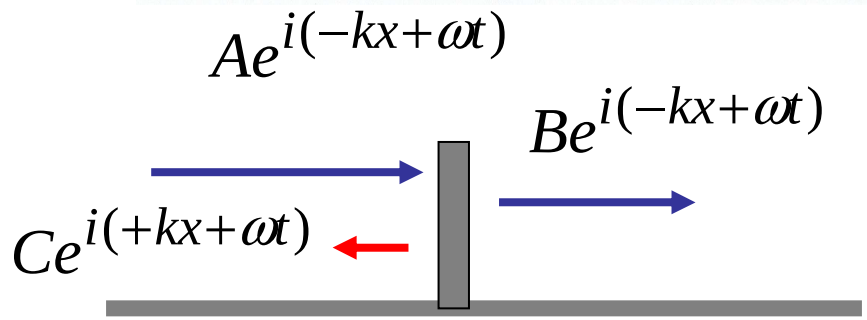
$$\int_{-\infty}^{x_1} |\psi(x)|^2 \, dx > 0$$

$$\int_{x_2}^{+\infty} |\psi(x)|^2 \, dx > 0$$





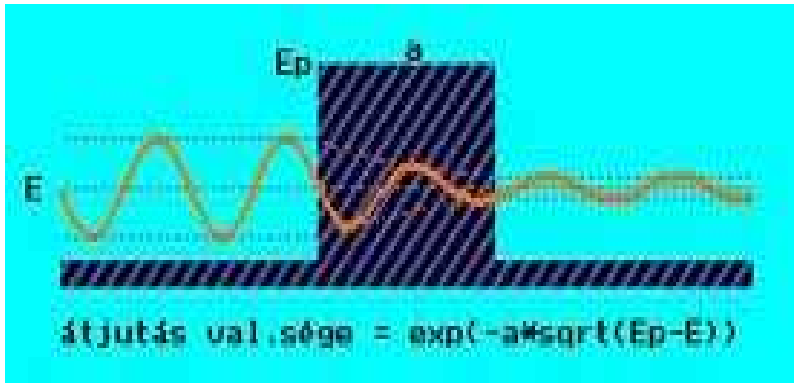


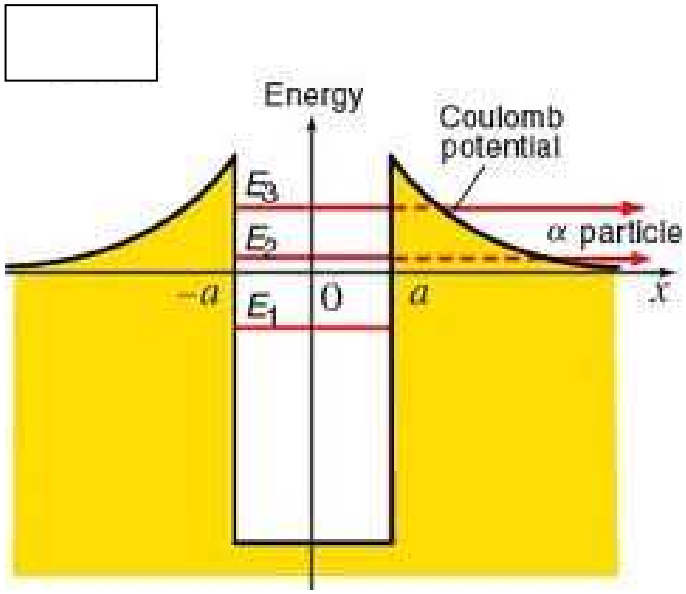


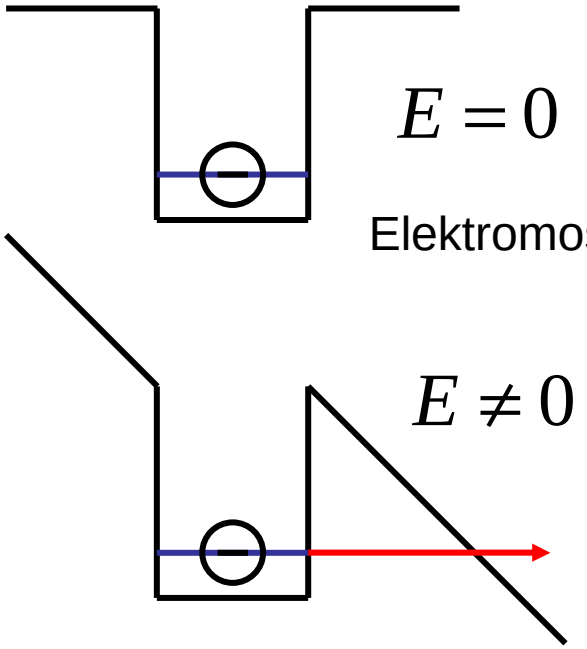
$$R = \left|\frac{C}{A}\right|^2$$

$$T = \left|\frac{B}{A}\right|^2$$

Az alagúteffektus II.

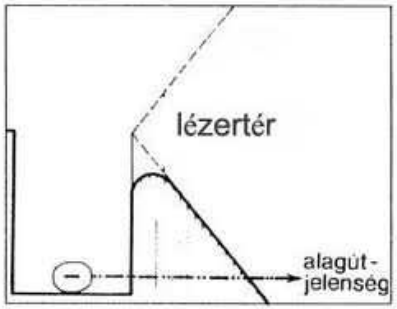


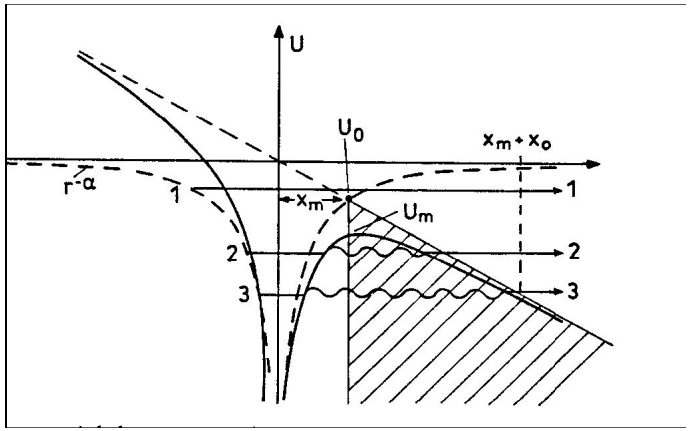




Elektromos tér

Hidegemisszió

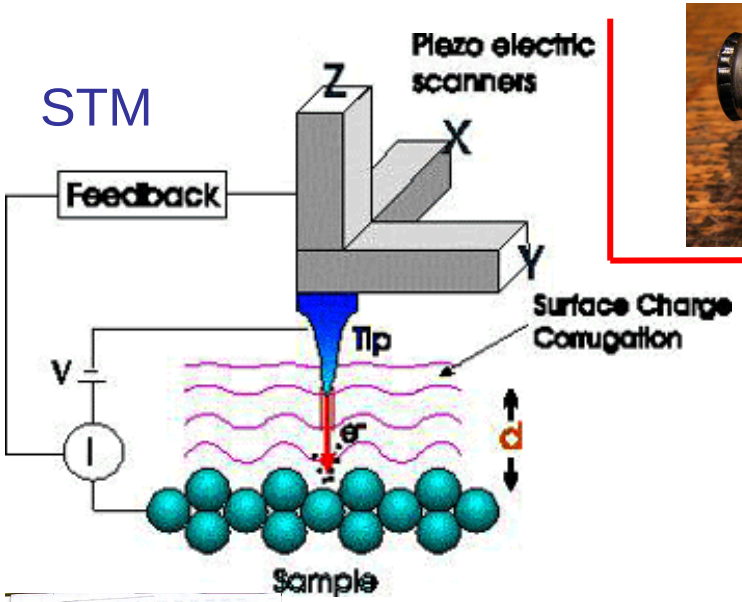


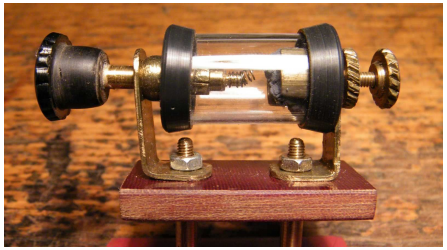


Lézer-indukált ionizáció

Az alagúteffektus III.

STM

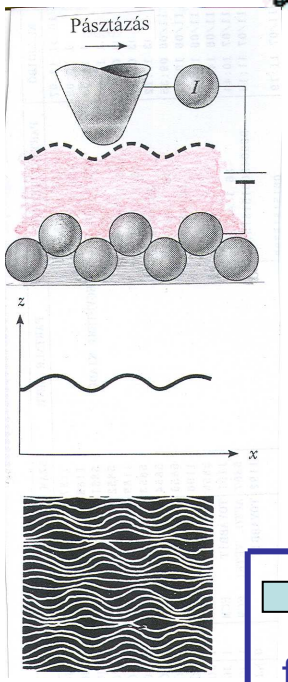


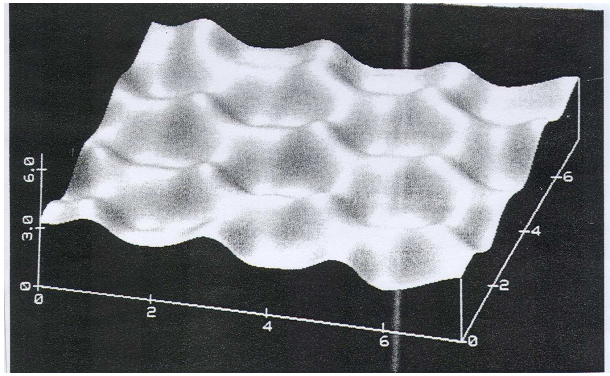


Fém-félvezető dióda

1938

Walter Hermann Schottky
Német kutató fizikus
(1886-1976)





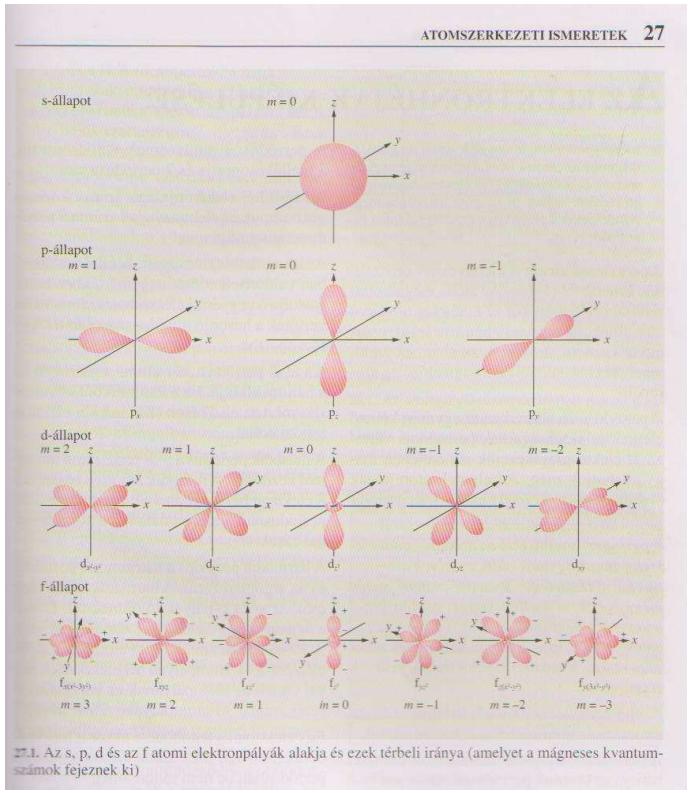
Leo Esaki (1925-)
Nobel-díj:1973

Egyetemi Tanulmányit Tokióban végezte. Doktori dolgozata a Sony cégnél, 1957-ben folytatott kísérleti munkájának a feldolgozása és értékelése volt. Ez az erősen adalékolt germánium p-n átmenetében létrehozott alagúteffektusról szólt. Ezek az eredmények alapozták meg az „alagútdióda” létrejöttét.
A megosztott Nobel díjat:
„a félvezetőkben lévő alagút-jelenségekkel kapcsolatos kísérleti felfedezésekért”
kapta 1973-ban.
Partnerei **(I.Giaever és B.D.Josephson)**
a szupravezetőkben zajló alagúteffektusokkal kapcsolatos kísérleti és elméleti munkát végeztek.

fém szigetelő fém

potenciálgát = szigetelő

A H-atom I.



27.1. Az s, p, d és az f atomi elektronpályák alakja és ezek térbeli iránya (amelyet a mágneses kvantumszámok fejeznek ki)

Kémia 9. oszt.

A főkvantumszám és a héjak közötti kapcsolat:

főkvantumszám:	1	2	3	4	5
a héj jelölése:	K	L	M	N	O

A *mellékkvantumszám* az atompálya térbeli alakját jellemzi. Az elektron energiája az atompálya térbeli alakjától is függ. Jele: l. Értéke: 0, 1, 2, ... $n-1$ közötti egész szám lehet. A mellékkvantumszámok értékeit általában betűkkel jelöljük. A számok és a betűk közötti kapcsolat a következő:

$l = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ számokkal
s, p, d, f betűkkel jelölve.

Egy adott héjon belül az azonos mellékkvantumszámú pályák alhéjakat képeznek.

A *mágneses kvantumszám* a mellékkvantumszám által meghatározott alakú atompálya térbeli irányát adja meg. Jele: m. Értéke: $-l$-től $+l$-ig minden egész szám. Minél bonyolultabb a pálya, annál többféleképpen helyezkedhet el a mágneses térben *(26.1. ábra)*. Így egy adott főkvantumszám esetén az s pályából csak egy ($m = 0$), p-pályából ($m = -1, 0, +1$) három, d-pályából ($m = -2, -1, 0, +1, +2$) öt, az f-pályából ($m = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$) hét létezik.

A *spinkvantumszám* az elektron mágneses sajátságaira (amelyet az atomból kiszakítva is megőriz) ad felvilágosítást. Jele: m_s. Kétféle értéket vehet fel. Értéke: $+\frac{1}{2}$, vagy $-\frac{1}{2}$.

Az atomban az atompályák egy számhármassal jellemezhetők (a fő-, a mellék- és a mágneses kvantumszám). *Az azonos főkvantumszámú pályák elektronhéjat alkotnak.*

Egy elektronhéjon belül az azonos alakú pályákon levő elektronok **alhéj**at alkotnak. Az egy alhéjhoz tartozó atompályák energiája megegyezik.

A kvantumszámok összefüggései:

K héjnak 1 alhéja van: az 1s
L héjnak 2 alhéja van: a 2s és a 2p
M héjnak 3 alhéja van: a 3s, a 3p és a 3d
N héjnak 4 alhéja van: a 4s, a 4p, a 4d és a 4f

Minden héjhoz tartozik egy gömbszimmetrikus (s) atompálya. Az atommaghoz legközelebb van a legkisebb energiájú, $1s_0$ atompálya, ami az első héjat (K) alkotja. A következő ilyen alakú a $2s_0$, majd a $3s_0$, $4s_0$, $5s_0$... pályák, amelyek átmérőjükben különböznek egymástól.

A 2. héjon (L) tengelyszimmetrikus p-pályák is vannak. Ezek elektroneloszlása térbeli nyolcasként képzelhető el. A térben három egymásra merőleges forgástengely van, ezért egy héjon maximum három p-pálya lehet. A második héjat tehát 1 db s és 3 db p-pálya alkotja ($2s_0$, $2p_{-1}$, $2p_0$, $2p_{+1}$).

Fő-kvantumszám	Mellék-kvantumszám	Mágneses kvantumszám	Alhéj jelölés	Spin-kvantumszám	Elektronok max. száma	
1	0	0	1s	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	2	
2	0	0	2s	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	2	8
	1	−1, 0, +1	2p	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	6	
3	0	0	3s	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	2	18
	1	−1, 0, +1	3p	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	6	
	2	−2, −1, 0, +1, +2	3d	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	10	
4	0	0	4s	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	2	32
	1	−1, 0, +1	4p	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	6	
	2	−2, −1, 0, +1, +2	4d	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	10	
	3	−3, −2, −1, 0, +1, +2, +3	4f	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	14	

25.1. A kvantumszámok lehetséges értékei

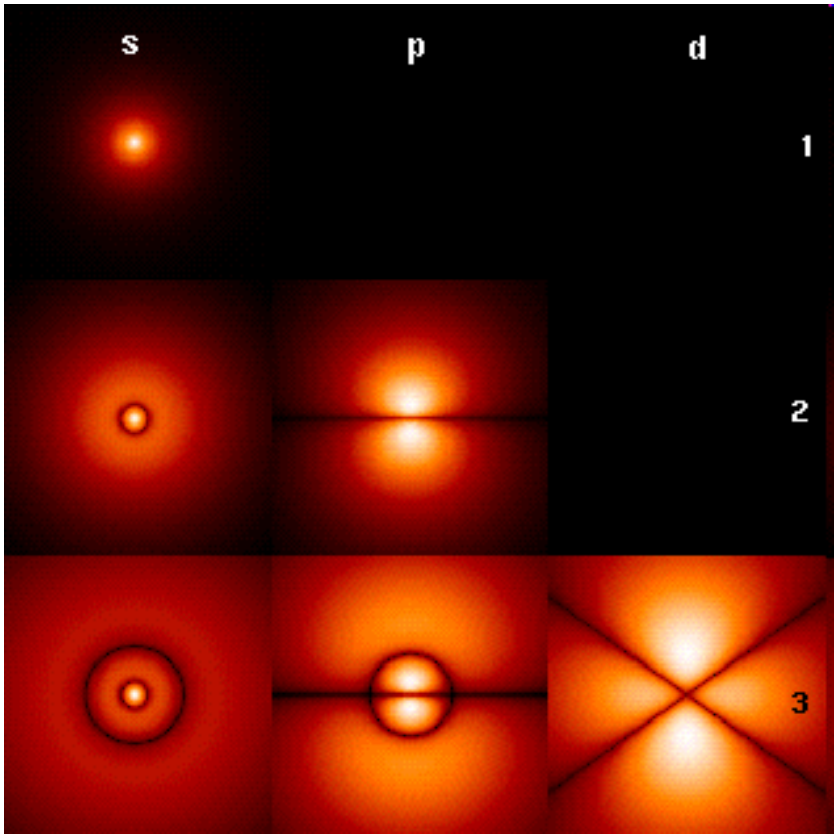
A H-atom II.

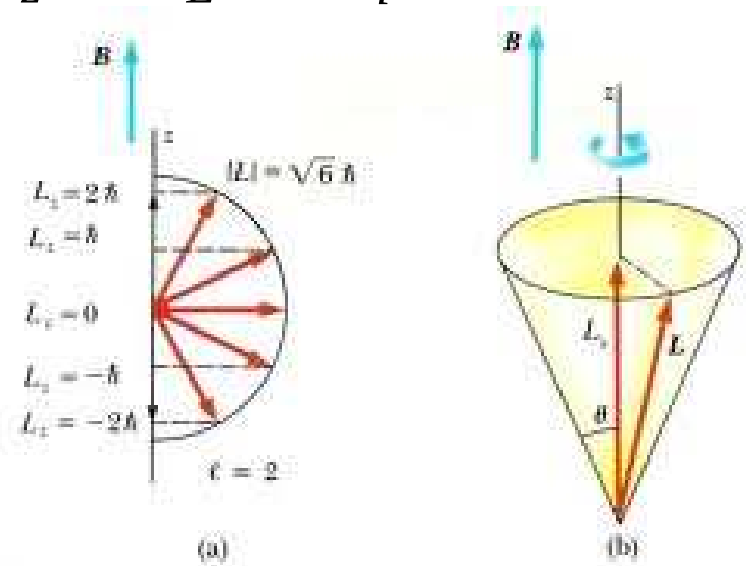
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi+\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\right)\cdot\psi=E\cdot\psi$$

$$\psi_{n,l,m}\rightarrow E_n=-\frac{13.6eV}{n^2}$$

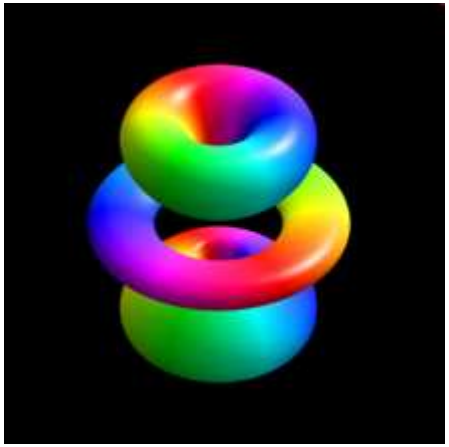
$$L=\hbar\sqrt{l(l+1)}\qquad l=0,1,2,\ldots(n-1)$$

$$L_z=\hbar m_L\qquad m_l=0,\pm1,\pm2,\ldots\pm l$$



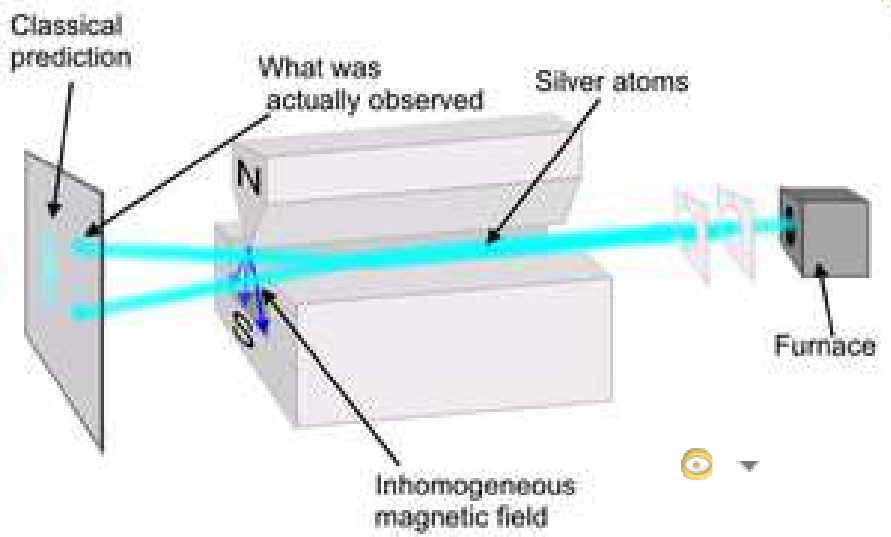


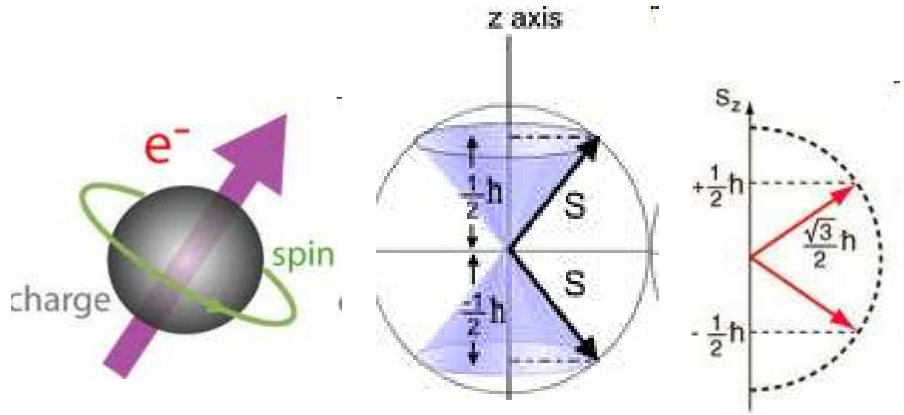
$$P(\vec{r})=\left|\psi_{4,3,1}\right|^2$$

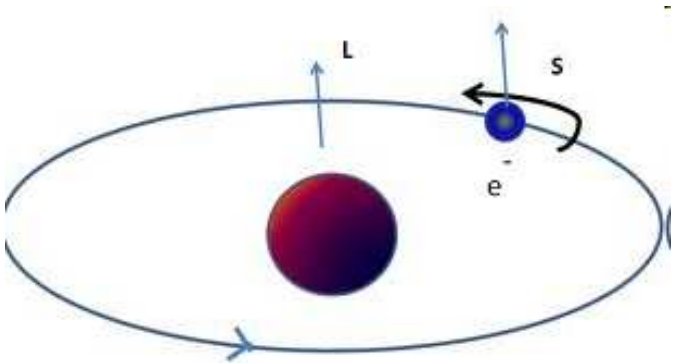


Az elektronspin

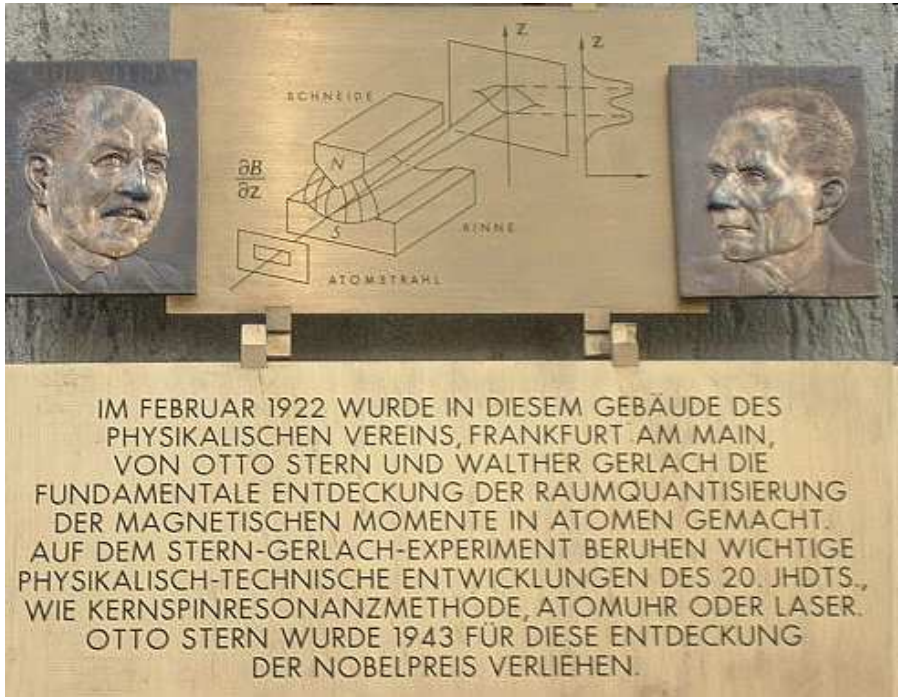
Stern–Gerlach-kísérlet





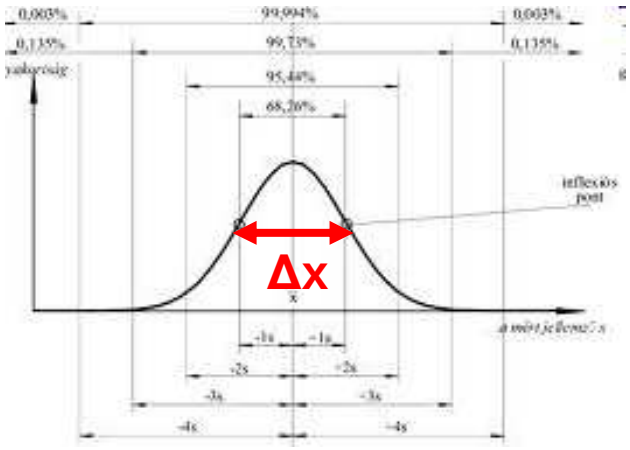


$$\psi_{n,l,m} \rightarrow \psi_{n,l,m,s}$$



A Heisenberg-féle határozatlansági reláció

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

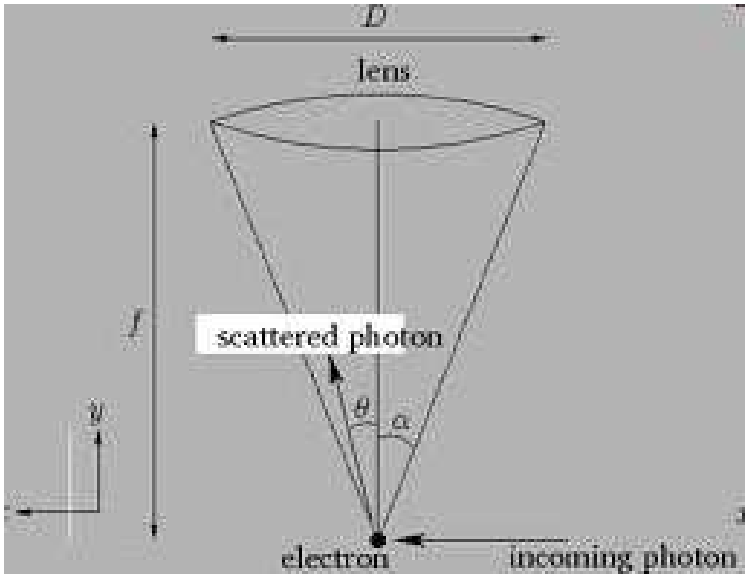


$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Gerjesztés élettartama → nívó kiszélesedése

Isten nem kockázik…

De igen…!!!



Mikroszkóp felbontása:

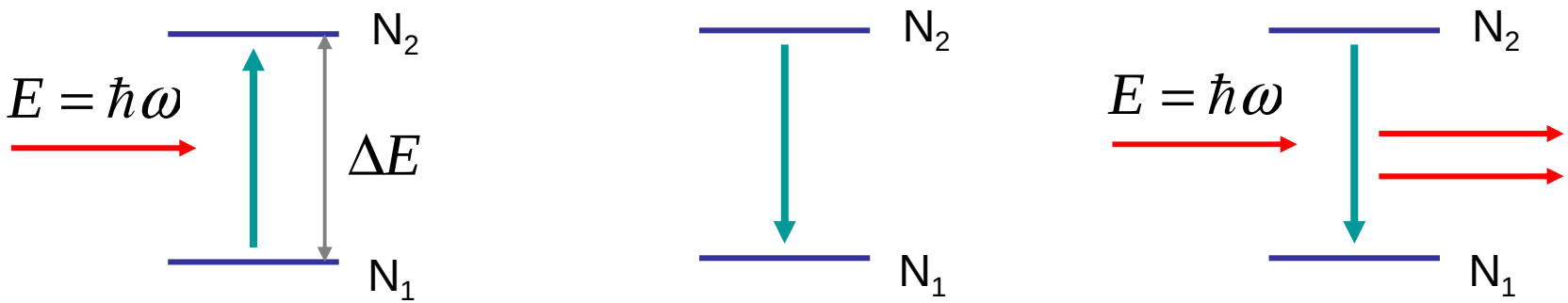
$$\Delta x = \frac{0.61\lambda}{\sin\alpha}$$

A foton által meglökött elektron impulzusbizonytalansága:

$$\Delta p = p \sin\alpha = \frac{h}{\lambda}\sin\alpha$$

Csak szemléltetés, nem bizonyítás!!!

A lézer I.



abszorpció | spontán emisszió | indukált emisszió

$$dN_{12} = B_{12} g_\nu N_1 dt \qquad dN'_{21} = A_{12} N_2 dt \qquad dN''_{21} = B_{21} g_\nu N_2 dt$$

Termikus egyensúly: $dN_{12} = dN'_{21} + dN''_{21}$

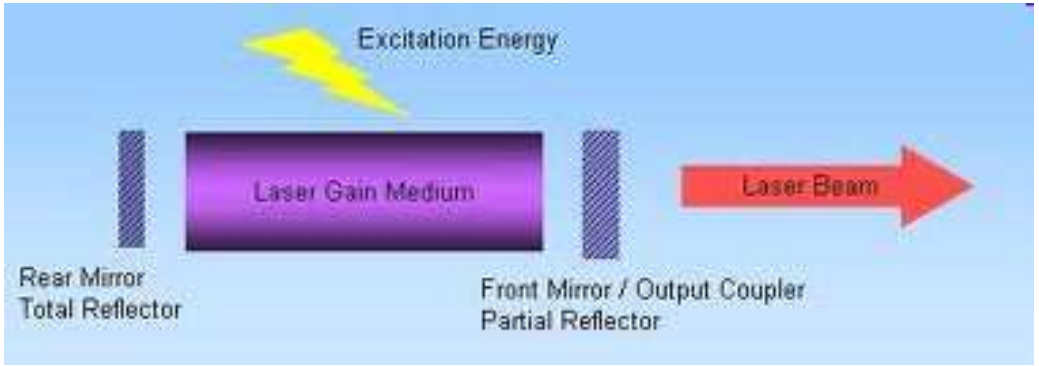
$$B_{12} = B_{21} \qquad \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{h\nu^3 \pi}{c^3}$$

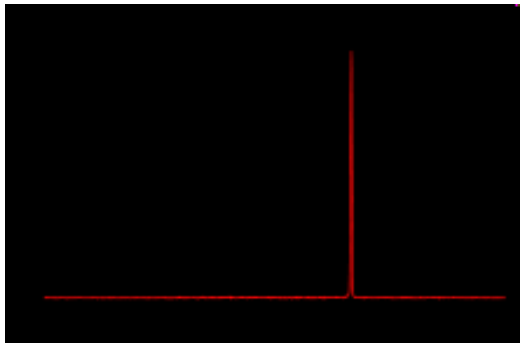
$$g_\nu = A \cdot \frac{h\nu^3}{\exp\left\{\frac{h\nu}{k_B T}\right\} - 1}$$

Nagy energiájú fotonok esetén a spontán emisszió dominál!

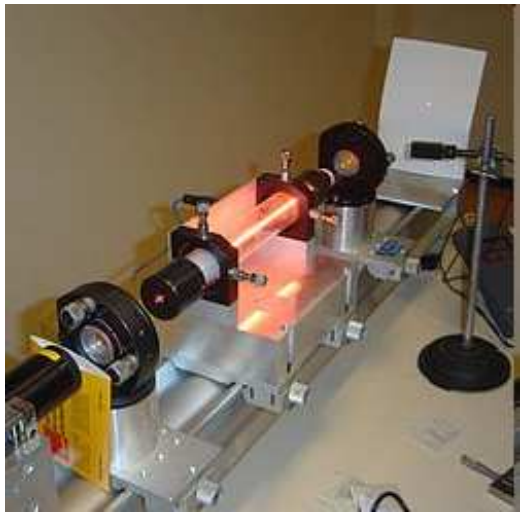
A lézer II.

Első lézer: 1960



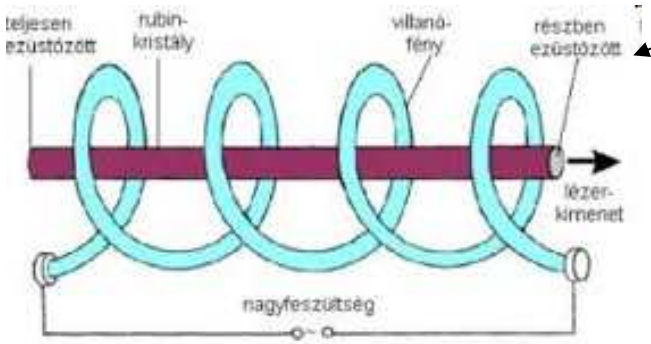


gáz-lézer



félvezető-lézer

szilárdtest-lézer

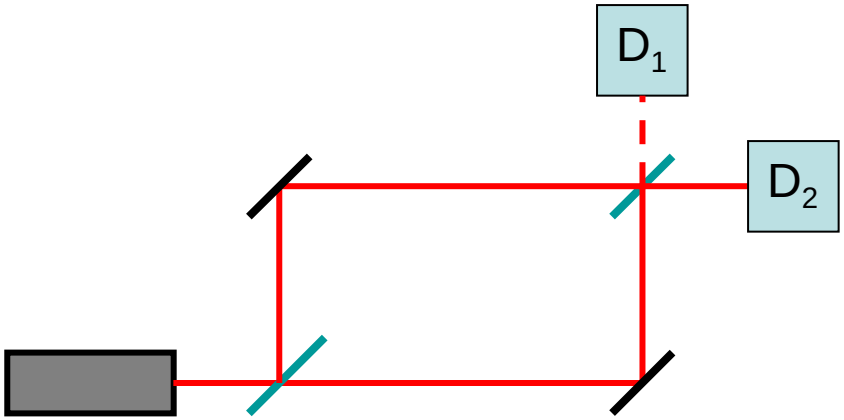


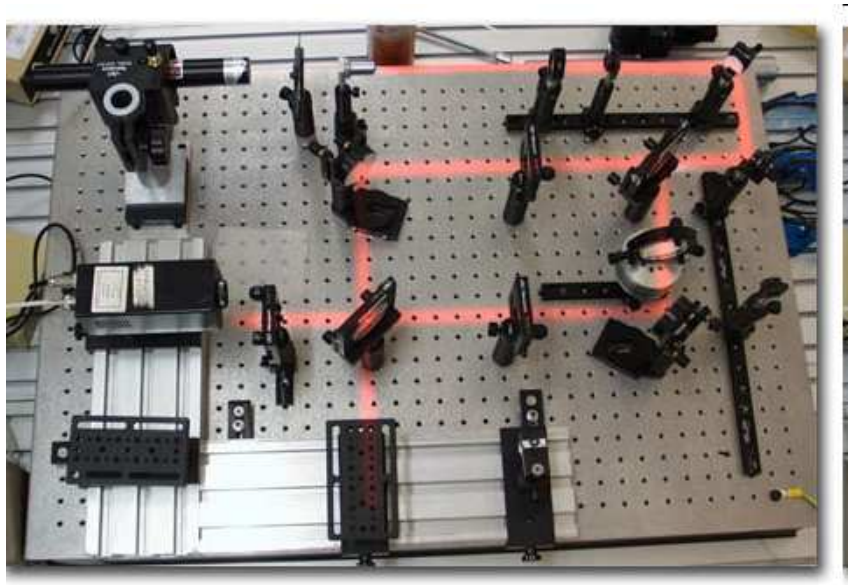
Legrövidebb impulzus: ≈ 5fs
attoszekundumos imp.

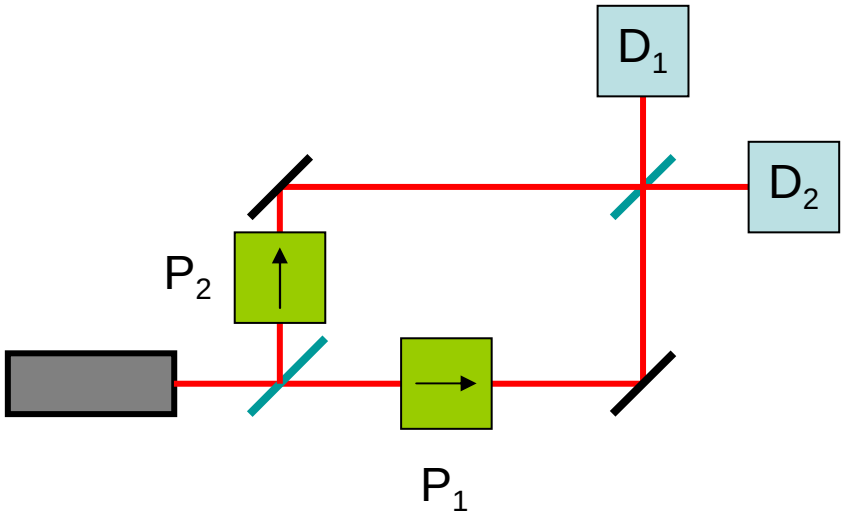
Lézerintenzitás:

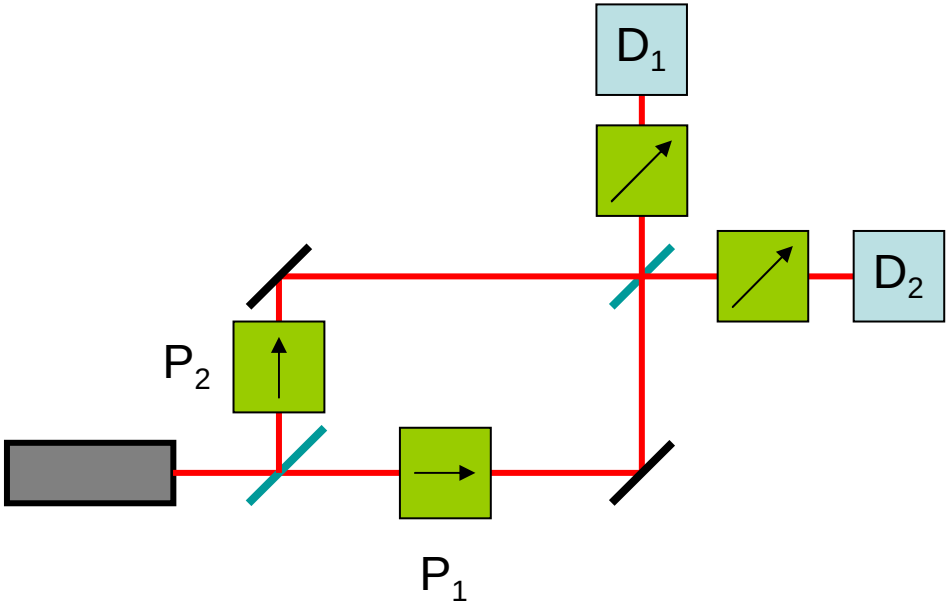
1960: 10^{10} W/cm^2
1980: 10^{15} W/cm^2
2000: 10^{20} W/cm^2
2015: ELI 10^{25} W/cm^2

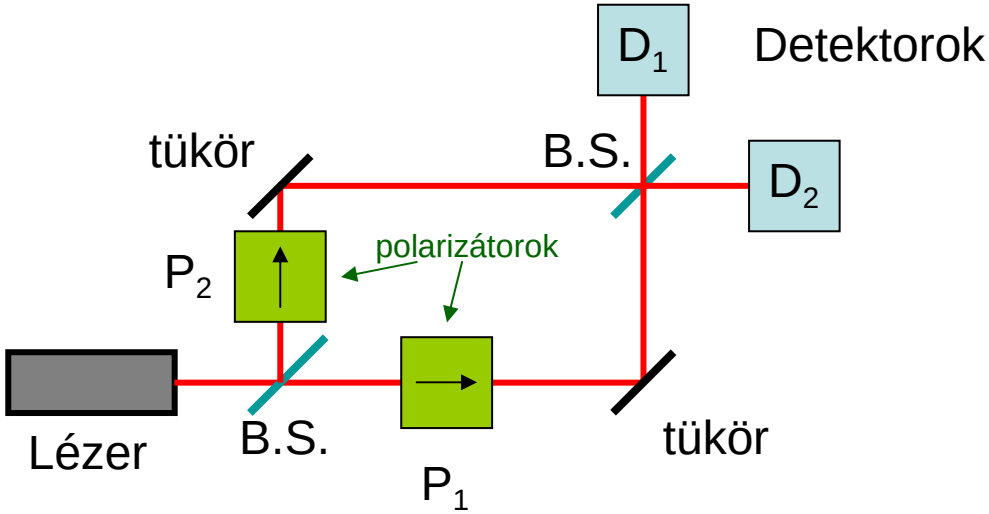
A kvantumradír



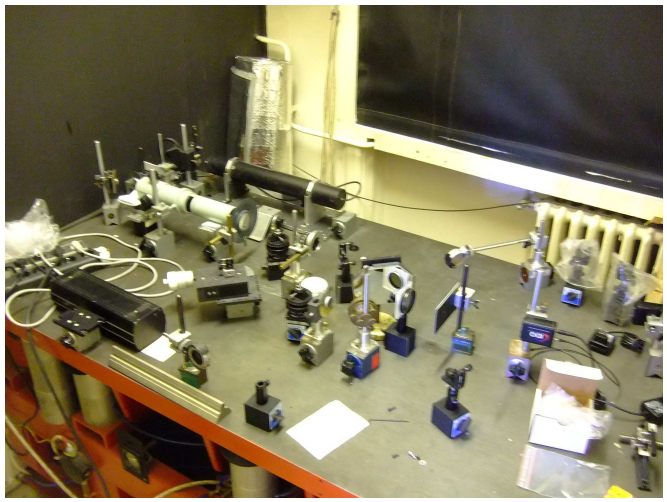


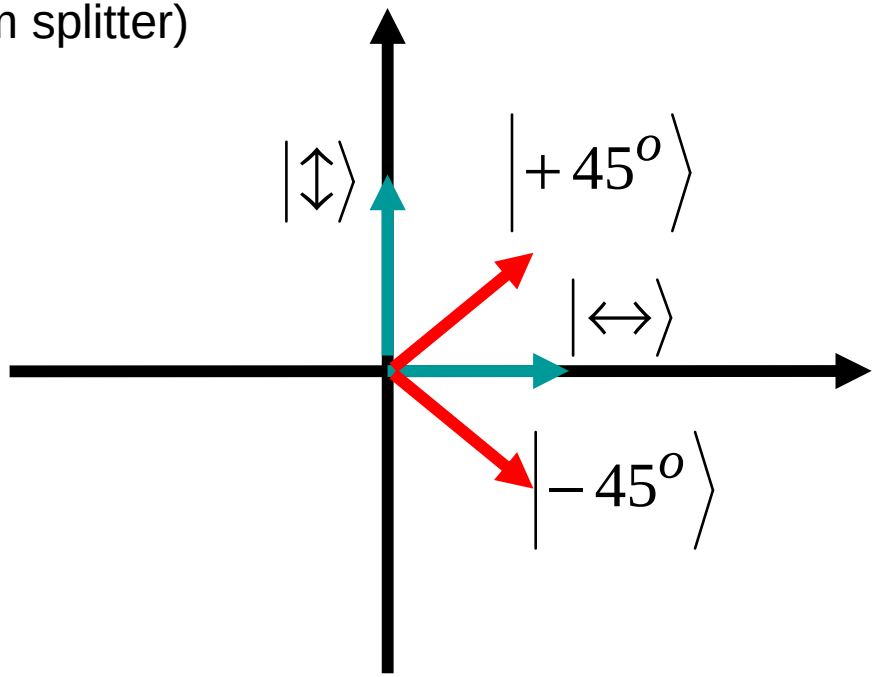


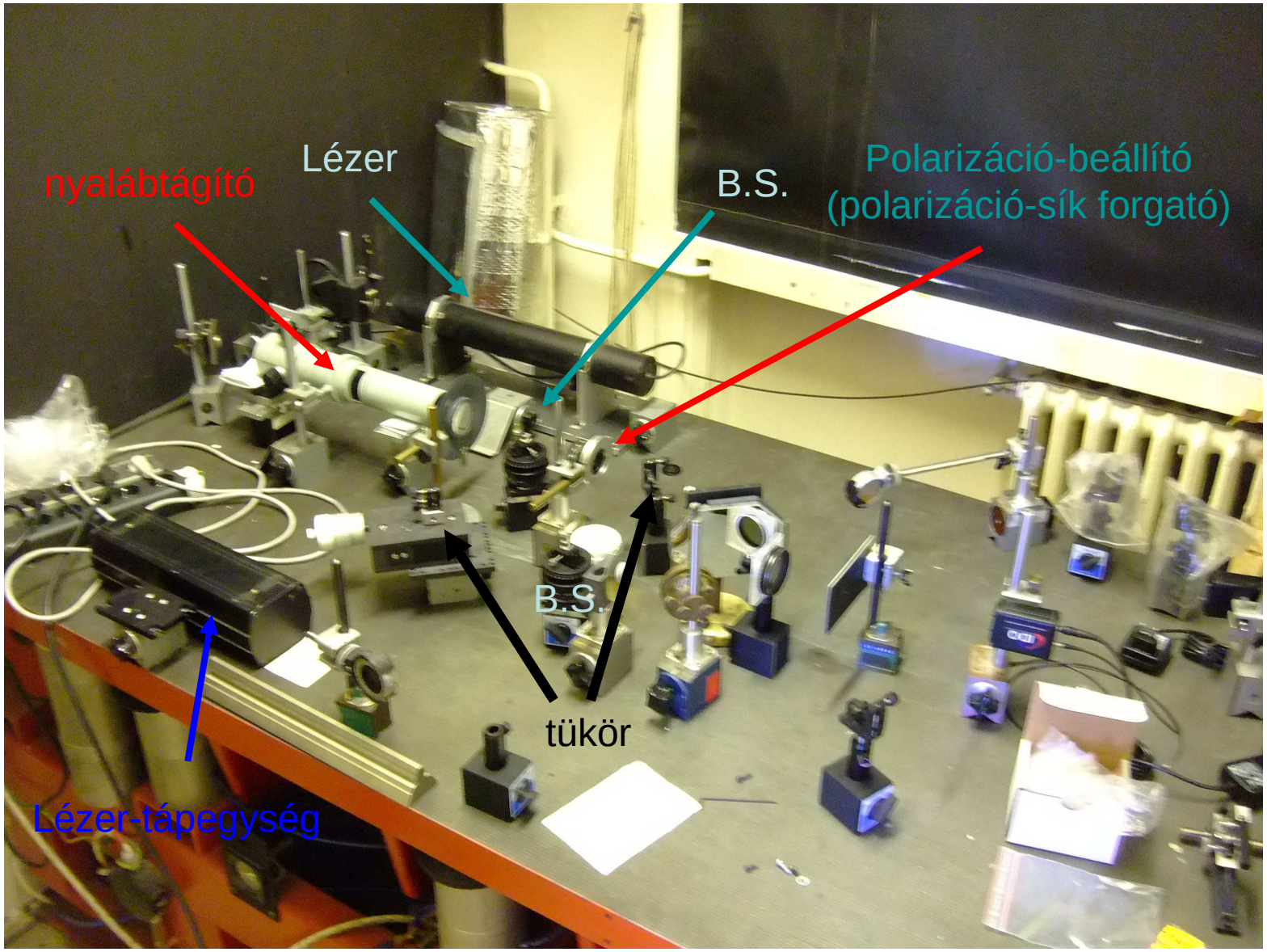




B.S.: nyalábosztó (beam splitter)






nyalábtágító
Lézer
B.S.
Polarizáció-beállító
(polarizáció-sík forgató)
B.S.
tükör
Lézer-tápegység