Kísérleti fizika gyakorlat 1.
1-2. összevont feladatsor
2016. szeptember 12-ére

A feladatokat a hallgatók oldják meg a táblánál.

1. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltjait!
$a(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 + 2x - 1$
$b(t) = A\sin(\omega t)\cos(\omega t)$
$c(x) = e^{\sin x}\ln(\mathrm{ch}x)$
$d(x) = \sqrt[4]{\arcsin(x^2 + 2x)}$

Az inverz függvény deriválására való szabály (múlt óra) segítségével vezessük le az alábbi függvények deriváltját:
$e(x) = \arccos(x)$
$f(x) = \mathrm{arsh}(x)$

2.A Egy konzervgyárban szeretnék a dobozokat költséghatékonyan gyártani, azaz a doboz felületére a lehető legkevesebb anyagot elhasználni. Mekkora legyen egy $V = 200\,\mathrm{ml}$ térfogatú, henger alakú konzerv alaplapjának a sugara, hogy a doboz felülete (hengerpalást + két fedél) a lehető legkisebb legyen?

3. Tekintsük az alábbi háromdimenziós vektorokat: $\vec{v}_1 = (1; 2; -1)$ és $\vec{v}_2 = (-1; 1; 2)$.
a) Mekkora a vektorok hossza?
b) Határozzuk meg a vektorok által bezárt szöget!
c) Határozzuk meg a $\vec{v}_2$ vektor $\vec{v}_1$ irányába eső komponensét!
d) Keressünk egy olyan, nem nulla hosszúságú vektort, mely merőleges mind $\vec{v}_1$-re, mind $\vec{v}_2$-re!

4. a) Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (4x^3 + x^2 + 2x + 1)\,dx$$

$$\int v_0 \cos(\omega t + \phi)\,dt$$

$$\int e^{-x^2-4x+2}\,(x+2)\,dx$$

$$\int \mathrm{tg}(x)\,dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi határozott integrálokat!

$$\int_0^3 (2x^2 + 4x + 3)\,dx$$

$$\int_0^{\ln 2} \mathrm{th}x\,dx$$

$$\int_0^t v_0 e^{-\lambda t'}\,dt'$$

5. Tekintsük az $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ függvényt! Ez éppen egy R sugarú félkör.
a) Forgassuk meg a függvényt az x tengely körül. Határozzuk meg integrálással a $-R < x < R$ tartományon létrejövő forgástest térfogatát!
b) Valamely $f(x)$ függvény görbéjének hosszát az $[a, b]$ intervallumon az $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx$ integrállal tudjuk meghatározni.(Miért?) Határozzuk meg az $f(x)$ függvény görbéjének hosszát a $[-R, R]$ intervallumon!

(6.) Tekintsük a $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett $f(x) = \frac{x}{2}$ függvényt és a segítségével definiált I_n integrált:

$$I_n = \frac{1}{2} \int_{-2}^{2} f(x) \sin(\frac{\pi}{2} nx)\, dx,$$

ahol n pozitív egész, azaz $n = 1, 2, 3, \ldots$ Vázoljuk fel az $f(x)$ függvényt! Parciális integrálás segítségével határozzuk meg I_n értékét tetszőleges n-re! Szorgalmi: számítógép segítségével ábrázoljuk közös grafikonban az $f(x)$ és a $\sum_{n=1}^{m} I_n sin(\frac{\pi}{2} nx)$ függvényeket $m = 1, 2, \ldots, 6, \ldots$ értékekre. Mit tapasztalunk?