

**Haladó problémamegoldó szeminárium 1.**  
**javító feladatsor**  
**beadandó 2018. december 13-ig**

1. Egy folyó sebessége  $v$  (tegyük fel, hogy a folyó egyenes, és a valósággal ellentétben a víz mindenhol ugyanakkora sebességgel folyik). Egy csónak a vízhez képest  $u$  sebességgel tud haladni.

A parthoz képest milyen irányba evezzen a csónakos, ha a lehető legrövidebb úton akar átjutni a túlsó partra? Vizsgálja meg az  $u > v$  és az  $u < v$  eseteket is! A megoldást meg lehet találni szélsőérték-számítással (deriválással) és geometriai megfontolásokkal is.

2. Egy biliárdasztalon egy tisztán gördülő golyó „telibe talál” egy ugyanolyan tömegű és méretű álló golyót. Az ütközés tökéletesen rugalmas, a gördülési ellenállás és a golyók közti súrlódás elhanyagolható. A golyók és a talaj közötti viszont nem!

Hogyan mozognak a golyók az ütközés után?

Mi történne, ha a golyók közt is jelentős súrlódás lenne?

3. Írja fel egy kúpinga teljes  $E$  mechanikai energiáját a fonál  $\ell$  hosszának és a kúp (nem feltétlen kicsi)  $\alpha$  félnyílásszögének a függvényében! (Természetesen az ingatest állandó  $m$  tömege és a  $g$  nehézségi gyorsulás is paraméter. A keringés  $v$  sebességét és  $\omega$  szögsebességét, valamint a pálya  $r$  sugarát azonban fejezze ki a többi változóval!) A helyzeti energia nullpontját a felfüggesztésnél válassza.

a) Fejezze ki az energia  $\Delta E$  (kicsiny) megváltozását, ha a fonál hossza kicsiny  $\Delta\ell$ , a félnyílásszög kicsiny  $\Delta\alpha$  értékkel megváltozik!

b) A kúpinga fonalát  $|\Delta\ell|$  értékkel feljebb húzzuk. Hogyan változik a kúpinga félnyílásszöge?

c) Írja fel a kúpinga  $N$  perdületét a plafonon lévő kis lyukra vonatkozóan! Fejezze ki a perdület kicsiny  $\Delta N$  megváltozását, ha a fonál hossza kicsiny  $\Delta\ell$ , a félnyílásszög kicsiny  $\Delta\alpha$  értékkel megváltozik!

d) A b) rész eredményét felhasználva mutassa meg, hogy a fonál feljebb húzásakor a perdület (előzetes elvárásainkkal összhangban) valóban nem változik ( $\Delta N = 0$ )!

4. Egy téglatest alakú üres medence a tetején lévő csap kinyitása után  $T_1$  idővel telik meg. A teli medence az alján lévő kifolyót kinyitva  $T_2$  idő alatt ürül ki. Mi történik, ha a vízcsapot és a kifolyót is nyitva hagyjuk? Milyen  $T_1/T_2$  arány esetén kell túlfolyástól tartanunk?

5. Egy  $D = 10 \text{ N/m}$  rugóállandójú rúgóra  $m = 0,1 \text{ kg}$  tömegű alumíniumrudat akasztunk. A rezgést úgy csillapítjuk, hogy az alumíniumrúd mágnesek között mozog. Az örvényáramok hatására sebességgel arányos fékezőerő jön létre,  $k = 0,4 \text{ Ns/m}$ .

a) Mekkora a  $\beta$  csillapítási tényező? Mekkora a csillapított rezgés  $\omega'$  sajátkörfrekvenciája? Írja fel és ábrázolja (milliméterpapíron vagy számítógéppel) a test kitérését és sebességét az idő függvényében, ha a testet  $x(0) = 5 \text{ cm}$  helyről  $v(0) = 0,5 \text{ m/s}$  sebességgel indítjuk el! Mennyi idő után csökken a rezgés amplitúdója  $1 \text{ mm}$  alá?

(folytatás a következő oldalon)

A rendszert gerjesztjük: a rugó felső végét az  $x_g(t) = A_g \sin \omega t$  függvény szerint mozgatjuk, ahol  $A_g = 5 \text{ mm}$ .

**b)** Mekkora a gerjesztő erő  $F_0$  amplitúdója? Hol van a rendszer amplitúdó- és sebességrezonanciája? Rezonancia esetén mekkora az amplitúdó ill. a sebességamplitúdó?

A csillapítást (a mágnesek távolabbra állításával) lecsökkentjük, most  $k = 0,02 \text{ Ns/m}$ . A kényszer frekvenciáját  $\omega = 9 \text{ s}^{-1}$  értékre állítjuk (a többi paraméter változatlan). A  $t = 0$  pillanatban a test az egyensúlyi helyzetben nyugalomban van, ekkor bekapcsoljuk a gerjesztést.

**c)** Írja fel és ábrázolja a test kitérését az idő függvényében (milliméterpapíron vagy számítógéppel,  $t = 50 \text{ s}$ -ig)! Milyen jelenséget figyelhet meg?

**6.** Az  $(x, y)$  síkban egy síkhullám az  $x$ -tengellyel  $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$  szöget bezáró irányba terjed. A hullám körfrekvenciája  $\omega$ , hullámszámának nagysága  $k$ , amplitúdója  $A_0$ , a kezdőfázisa  $0$ .

**a)** Írja fel a  $\mathbf{k}$  hullámszámvektort! Írja fel a hullám  $\Psi_1(x, y, t)$  hullámfüggvényét!

Egy másik hullám is terjed ugyanitt, melynek minden paramétere megegyezik az előzőével, de iránya az  $x$ -tengellyel  $-\vartheta$  szöget zár be.

**b)** Írja fel a két hullám szuperpozíciójaként keletkező hullám  $\Psi(x, y, t)$  hullámfüggvényét! Milyen irányba halad ez a furcsa hullám? Mekkora a sebessége? Diskutálja a  $\vartheta = \pi/2$  esetet!

**c)** A hullámtér bármely pontja harmonikus rezgőmozgást végez. Adja meg a hullámtér tetszőleges  $(x, y)$  pontjában a rezgés  $A(x, y)$  amplitúdóját!

**d)** Adja meg azon  $(x, y)$  helyeket, ahol az amplitúdó maximális! Ezek  $\vartheta > 0$  esetben egyenesek lesznek. (Diskutálja a  $\vartheta = 0$  esetet!) Milyen az egyenesek iránya és mekkora a távolságuk?