Fizika 2i

2. Előadás (2022 tavasz)

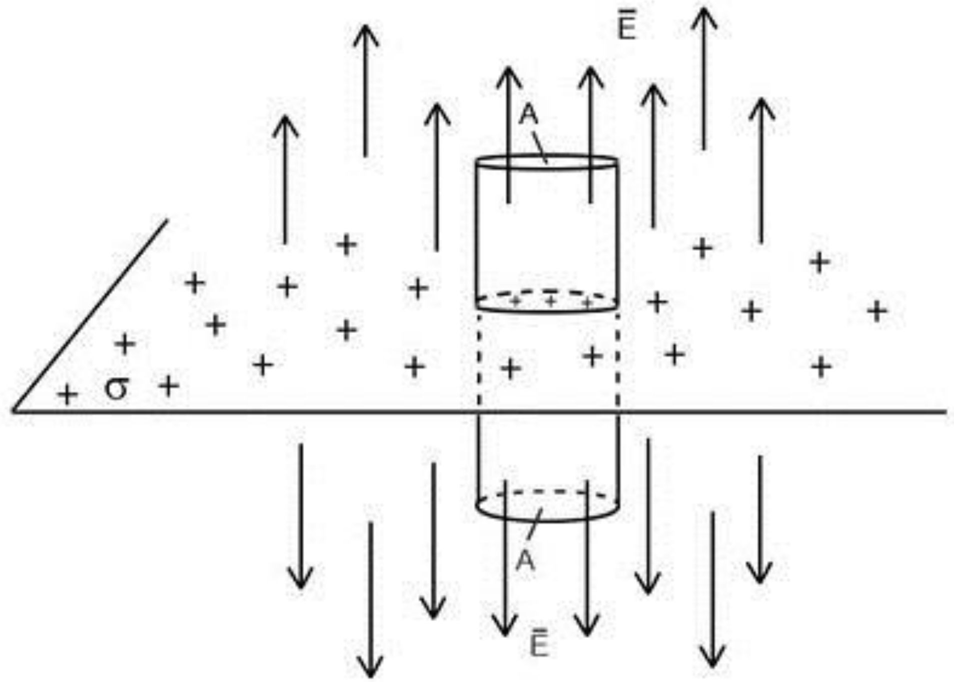
Elektrosztatika II.

Gauss-törvény folytatás

$$\oint_A \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q_ö}{\varepsilon_o}$$

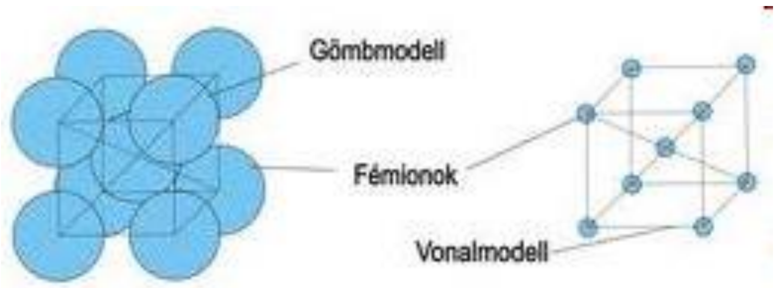
$$\int_A \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

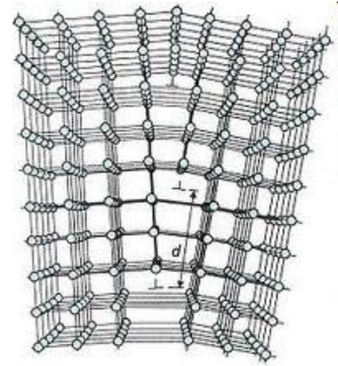
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

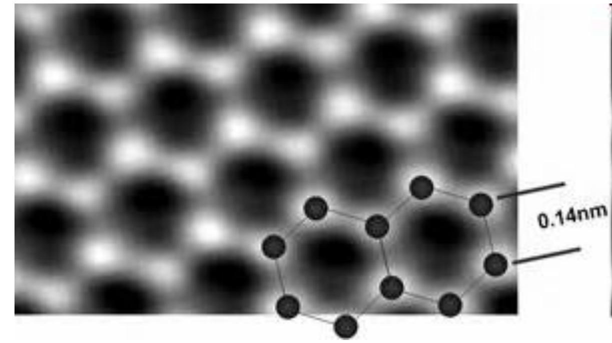


Homogén elektromos erőtér

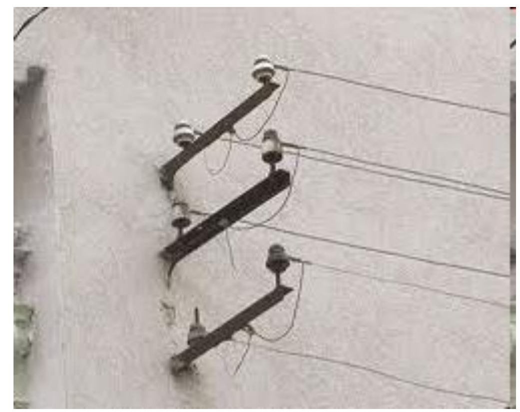
Vezetők: fémek (kristályszerkezet, csaknem szabadon mozgó elektronok)
Cu, Fe, Al, Pb, … stb.



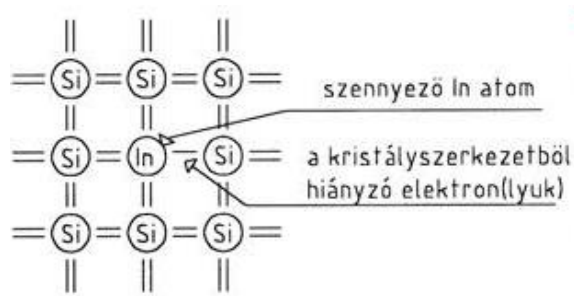




Szigetelők: műanyag, porcelán, papír(száraz), csillám, üveg, … stb.



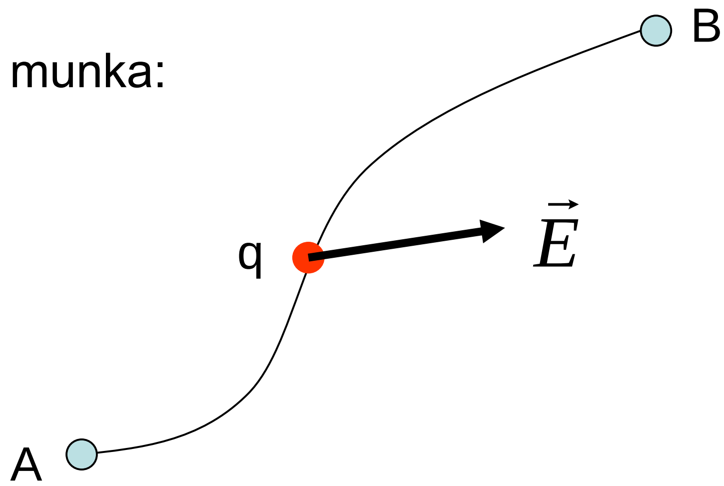
Félvezetők: Si, Ge, …



Elektromos potenciál és energia I.

Az elektromos erőtér által végzett munka:

$$W = \int_A^B \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{s} = \int_A^B q\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s}$$



A töltött részecske potenciális energiájának megváltozása:

$$\Delta E_p = -\int_A^B q\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s}$$

Def.: az elektromos potenciálkülönbség:

$$\Delta U_{AB} = \frac{\Delta E_p}{q} = -\int_A^B \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s}$$

Elektromos potenciál és energia II.

Potenciális energiaváltozás: $\Delta E_p = q\Delta U$

Homogén térben: $\Delta U_{AB} = -\vec{E}\vec{s}$

A tér által végzett munka: $W_{tér} = -q\Delta U_{AB}$

$W_{tér} = \Delta E_k$ ill. $-q\Delta U_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$

Ponttöltés elektromos potenciálja

$$\Delta U_{AB} = -\int_A^B \vec{E}d\vec{s} = -\int_A^B k\frac{Q}{r^2}\vec{n}d\vec{s}$$

$$\Delta U_{AB} = kQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Ha az A pont a ∞ – ben van ($r_A = \infty$) és $r_B = r$: $U(r) = k\frac{Q}{r}$

$$U(r = \infty) = 0$$

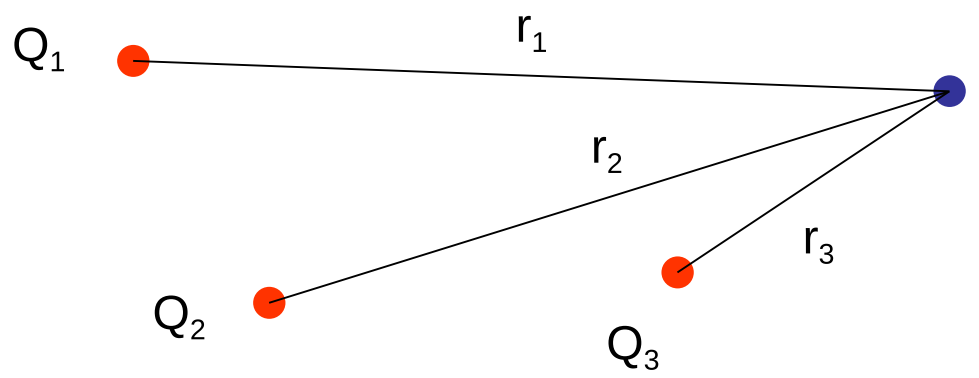
Ponttöltések terében az elektromos potenciál

Láttuk: szuperpozíció

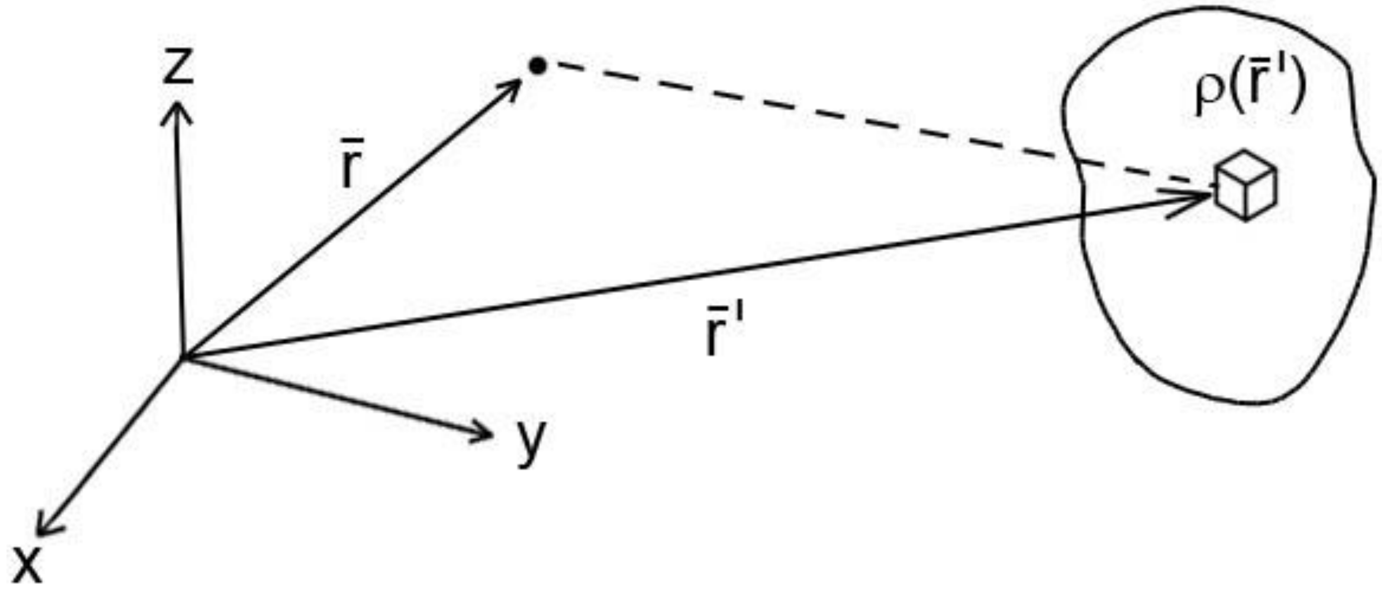
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

$$\Delta U_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} = -\int_A^B (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots)\, \mathrm{d}\vec{s} = -\int_A^B \vec{E}_1\, \mathrm{d}\vec{s} - \int_A^B \vec{E}_2\, \mathrm{d}\vec{s} - \dots$$

$$U(r) = \sum_i U_i = \sum_i k \frac{Q_i}{r_i}$$

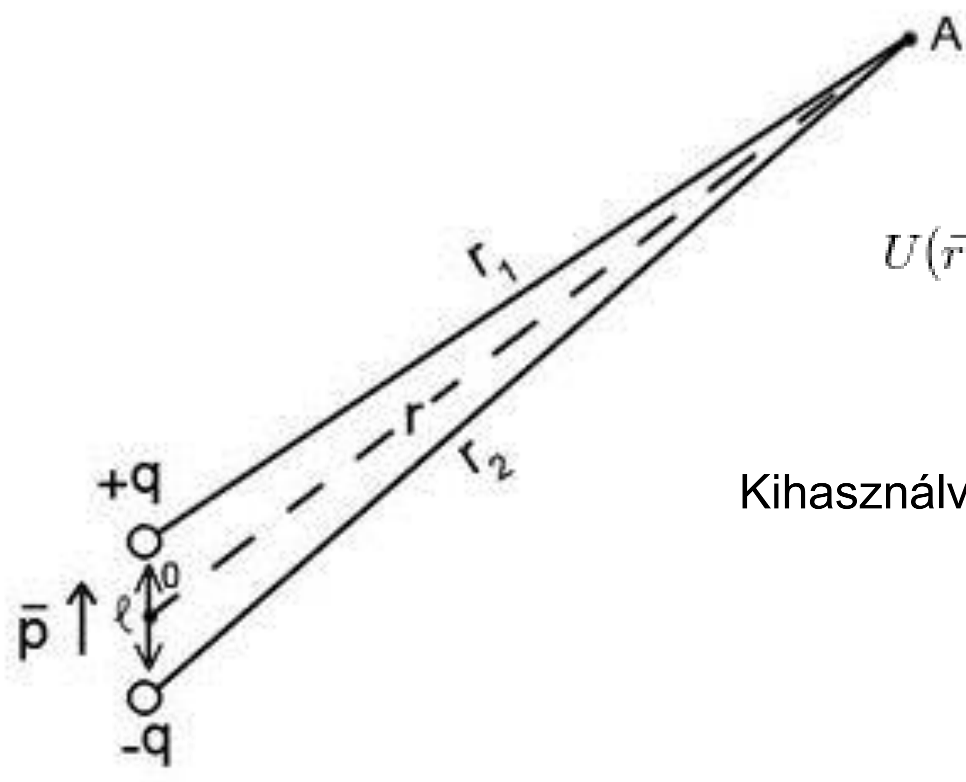


Folytonos töltéseloszlás terében az elektromos potenciál



$$U(\vec{r}) = \int\limits_{V'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \mathrm{d}V'$$

Az elektromos dipól potenciálja



$$U(\vec{r}) = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = kq\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

Kihasználva, hogy: $r_2 - r_1 \approx \ell cos\theta$

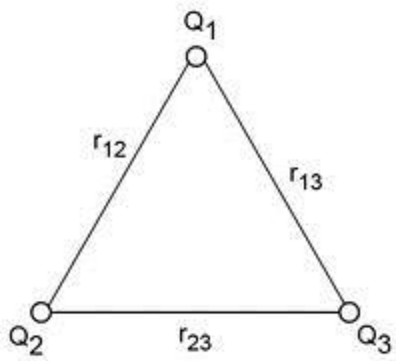
$$r_1 r_2 \approx r^2$$

$$U(\vec{r}) = k\frac{q\ell cos\theta}{r^2} = k\frac{pcos\theta}{r^2} = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

$$p = q\ell$$

Töltésrendszer elektrosztatikus energiája

$$U(r) = k\frac{Q_1}{r} \longrightarrow E_p(r) = Q_2 U(r) = k\frac{Q_1 Q_2}{r}$$



A Q_1 töltés helyén az elektromos potenciál:

$$U_{Q_1} = k\frac{Q_2}{r_{12}} + k\frac{Q_3}{r_{13}}$$

A Q_1 töltés potenciális energiája:

$$Q_1 U_{Q_1} = k\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + k\frac{Q_1 Q_3}{r_{13}}$$

A töltésrendszer potenciális energiája:

$$E_p = k\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + k\frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + k\frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$$

Ált.:

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} k\frac{Q_i Q_j}{r_{ij}}}$$

ahol $i \neq j$

ill.:

$$E_p = \frac{1}{2}\int_V \rho(\vec{r})U(\vec{r})\mathrm{d}V$$

Elektromos erőtér származtatása az elektromos potenciálból

$$\mathrm{d}U = -E_x \mathrm{d}x$$

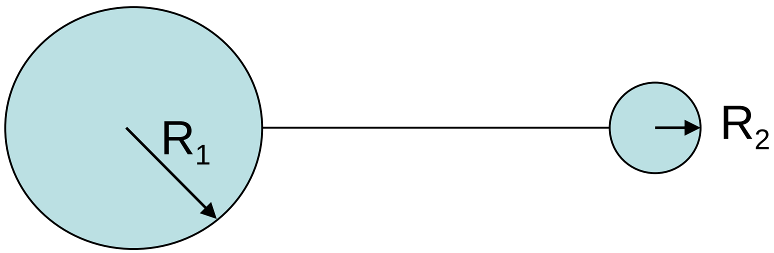
$$E_x = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$$

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}U(x, y, z)$$

$$\oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{s} = 0 \qquad \text{, mert} \qquad \mathrm{rot}(\vec{E}) = \mathrm{rot}(\mathrm{grad}(U(\vec{r}))) = 0$$

Ekvipotenciális felületek …

A csúcshatás



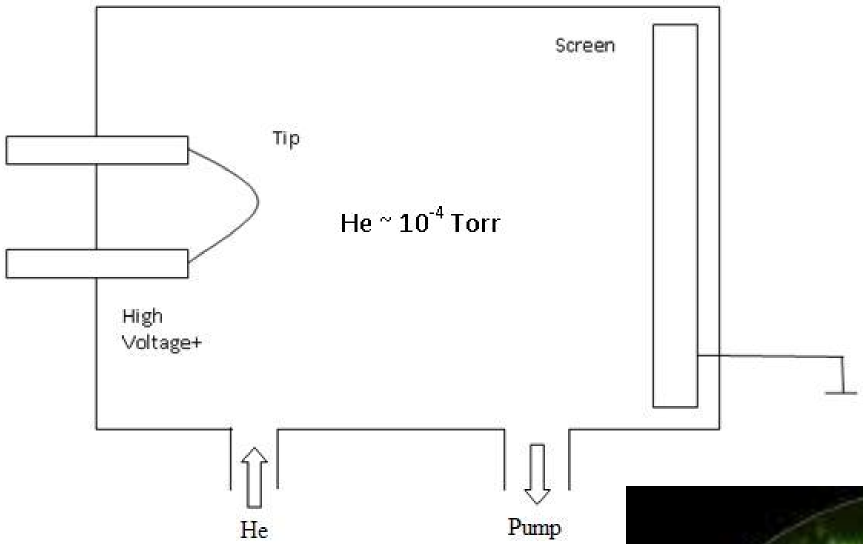
$$k\frac{Q_1}{R_1} = k\frac{Q_2}{R_2}$$

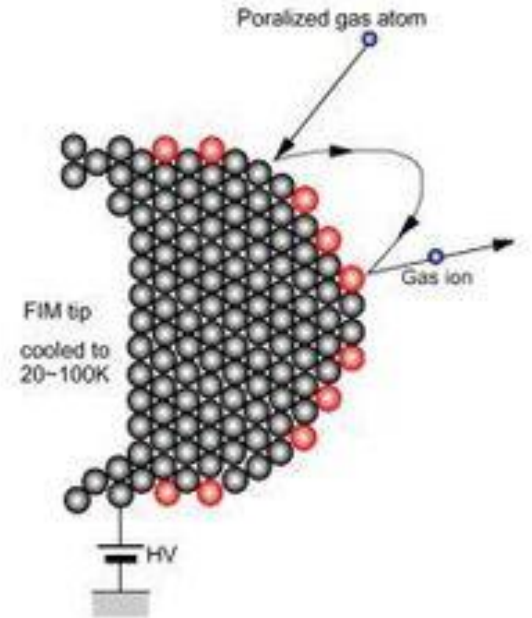
$$E_1 = \frac{Q_1}{R_1^2} \qquad \text{ill.} \qquad E_2 = \frac{Q_2}{R_2^2}$$

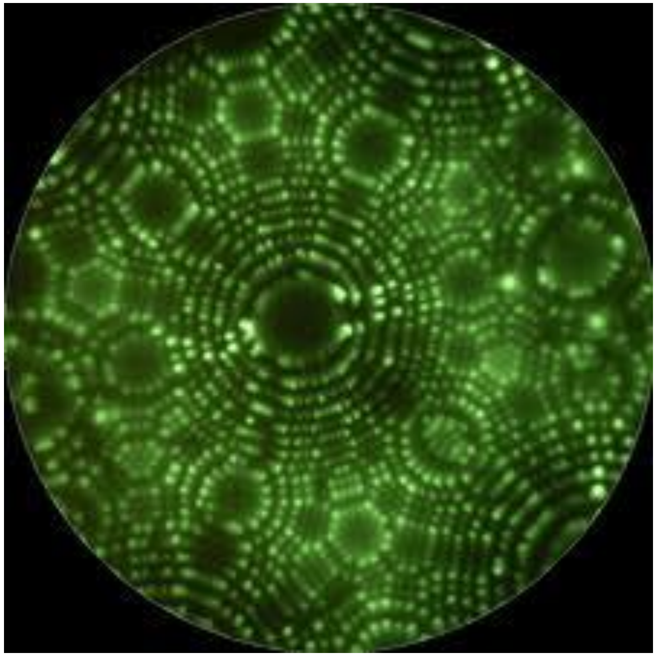
$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

Pl.: Szent-Elmo tüze (koronakisülés)

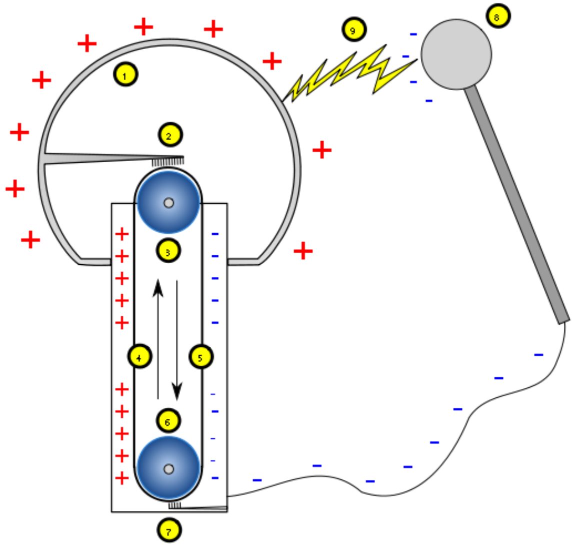
Térion mikroszkóp:





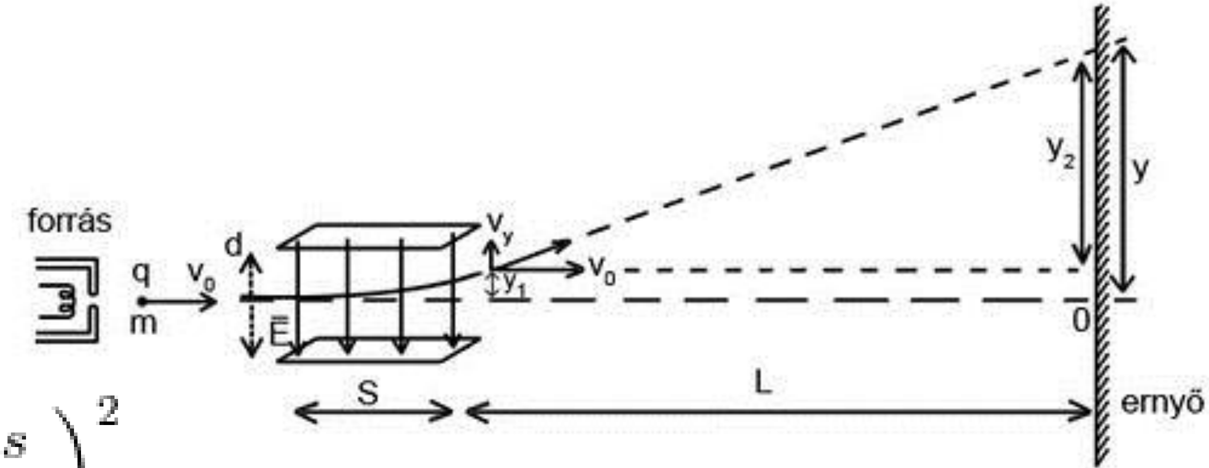


Van de Graaff generátor



A CRT monitor

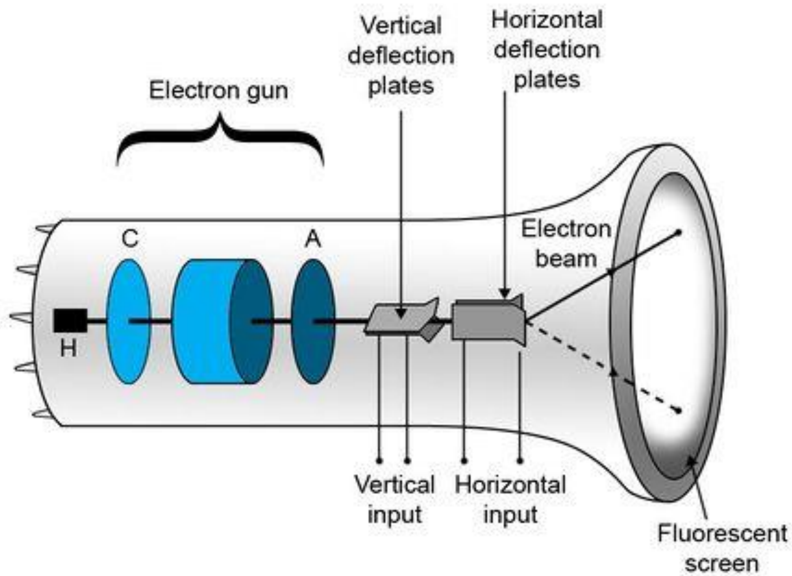
$$a_y = \frac{qE}{m} \qquad t_1 = \frac{s}{v_0}$$



$$y_1 = \frac{1}{2} a_y t_1^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{s}{v_0}\right)^2$$

$$v_y = a_y t_1 = \frac{qE}{m}\frac{s}{v_0} \qquad t_2 = \frac{\ell}{v_0}$$

$$y_2 = v_y t_2 = \frac{qE}{m}\frac{s}{v_0}\frac{\ell}{v_0}$$



$$y = y_1 + y_2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{s}{v_0}\right)^2 + \frac{qE}{m}\frac{s}{v_0}\frac{\ell}{v_0} = \left[\frac{qE}{m}\frac{s}{v_0^2}\left(\frac{s}{2} + \ell\right)\right] E$$

$$E = \frac{U}{d} \quad \rightarrow \quad \boxed{y \sim U}$$