

Fizika i, 2023 tavaszi félév, 6. gyakorlat

Szükséges előismeretek: elektromos fluxus, Gauss-törvény, feszültség, potenciál, ponttöltések potenciális energiája, elektromos mező vezetőik környezetében, kondenzátorok, kapacitás;

Órai munkára javasolt feladatok

F1. Egy papírból hajtogatott, a oldalélű kocka élei a koordináta-rendszer x , y és z tengelyeivel párhuzamosak. Mekkora a kocka egyes lapjain átmenő elektromos fluxus értéke, ha:

a) a kocka homogén, $\mathbf{E} = E_0 \hat{z}$ térerősségű elektromos térbe merül;

b)* a kocka homogén, $\mathbf{E} = E_0(\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})/\sqrt{3}$ térerősségű elektromos térbe merül;

c)* a kocka középpontjában Q ponttöltés helyezkedik el?

F2*. Egy R sugarú, tömör, szigetelő gömb össztöltése Q , a gömb térfogati töltéssűrűsége állandó.

a) Határozzuk meg a térerősséget a gömb belsejében és azon kívül a középponttól mért r távolság függvényében!

b) Határozzuk meg a gömb potenciálját r függvényeként. (A potenciál nullpontját szokás szerint választjuk a végtelenben!)

c) Hogyan módosul az első két alkérdésre adott válasz, ha a szigetelő gömböt Q töltésű fémgömbre cseréljük?

F3*. Vákuumban, mindentől távol két szigetelő anyagból készült, $R = 2$ cm sugarú, egyenletes térfogati töltéssűrűségű (és tömegeloszlású), tömör gömb helyezkedik el. A gömbök töltése $Q_1 = -10$ nC és $Q_2 = +20$ nC, tömegük $m_1 = 10$ g és $m_2 = 5$ g, középpontjaik távolsága kezdetben $d = 12$ cm. Ha a gömböket elengedjük, egymás felé kezdenek mozogni. Mekkora sebességgel mozognak a gömbök közvetlenül az ütközés előtti pillanatban?

F4*. Egy síkkondenzátor lemezeinek távolsága $d = 10$ mm. A kondenzátort $U = 12$ V feszültségű telepre kapcsoljuk. A lemezek közötti térrészben, a pozitív lemez közvetlen közeléből egy elektront indítunk a negatív lemez irányába (a lemezek síkjára merőlegesen) $E_{\text{kin}} = 9$ eV kezdeti mozgási energiával. A gravitáció hatása elhanyagolható.

a) Hány mm-re távolodik el az elektron a pozitív töltésű lemeztől?

b) Mekkora volt az elektron kezdősebessége?

c) Mekkora az elektron gyorsulása a mozgás során?

F5. Egy bizonyos térrészben az elektromos potenciált a $\varphi(x, y, z) = \alpha x^2 + \beta$ összefüggés adja meg, ahol $\alpha = 3$ V/m², $\beta = 7$ V. Az $x = 1$ m, $y = 0$ m, $z = 0$ m koordinátájú pontból egy elektront engedünk

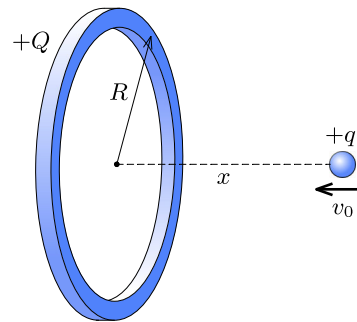
el nulla kezdősebességgel. Az elektrorra az elektromos erőn kívül más erő nem hat.

a) Hány eV energiára tesz szert az elektron 2 méter út megtétele után? Milyen irányban indul el?

b) Mekkora lesz az elektron sebessége 2 méter út megtétele után?

c)* Határozzuk meg az elektron kezdeti gyorsulását!

F6*. Egy R sugarú, vékony fémgyűrűn $+Q$ töltés helyezkedik el, egyenletes töltéeloszlásban. A gyűrű szimmetriatengelyén, a középpontjától $x = 2R$ távolságra egy $+q$ töltésű és m tömegű kicsiny gyöngyöt indítunk a gyűrű felé. Legalább mekkora legyen a kis gyöngy v_0 kezdősebessége, hogy áthaladjon a gyűrűn? (Biztosítjuk, hogy a kis gyöngy mindvégig a szimmetriatengelyen maradjon.)



F7.** Egy C kapacitású síkkondenzátor lemezeire Q_1 és Q_2 töltést vittünk. Mekkora a kondenzátor feszültsége?

Útmutatás: Szuperpozíció segítségével írjuk fel a két lemez közötti elektromos mező térerősségét!

F8.** Két koncentrikus, r és $R > r$ sugarú fémgömbhéj közül a nagyobb töltése $+Q$, a kisebb földelt. Határozzuk meg a kisebb gömb töltésének nagyságát és előjelét!

Otthoni gyakorlásra szánt feladatok

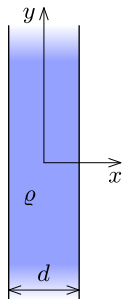
H1*. Egy hosszú, R sugarú, hengeres szigetelő rúd egyenletes ρ térfogati töltéssűrűséggel van feltöltve.

a) Elhanyagolva a rúd végeinek hatását, számítsuk ki és ábrázoljuk az elektromos térerősséget a rúd szimmetriatengelyétől mért r távolság függvényében!

b) Hogyan módosul az előző kérdésre adott válasz, ha a szigetelő rudat $\sigma = \rho R/2$ felületi töltéssűrűségű fémrúdra cseréljük?

c) Mekkora v sebességgel mozoghatna $r = 2R$ sugarú körpályán a rúd körül egy elektron?

H2*. Egy d vastagságú lemezben egyenletes ρ térfogatmenti töltés van. A lemez a $\pm y$ és $\pm z$ irányokban gyakorlatilag végtelen; az x tengely zéruspontját úgy választottuk meg, hogy az a lemez d szélességének a felénél legyen. Számítsuk ki az elektromos térerősség nagyságát x függvényében lemez belsejében és azon kívül!



H3*. Vákuumban, mindentől távol három egyforma $Q = 20$ nC töltésű és $m = 2 \cdot 10^{-3}$ g tömegű gyöngyöcske helyezkedik el egy $a = 10$ cm oldalú szabályos háromszög csúcaiban. A gyöngyöket elengedjük, a gravitáció hatása elhanyagolható. Mekkora sebességgel mozognak a gyöngyök, amikor már egymástól nagy távolságra helyezkednek el?

H4*. Mekkora az elektromos potenciál értéke egy állandó σ felületi töltéssűrűségű, vékony, R sugarú szigetelő félgömbhéj középpontjában? ($\sigma = 15$ nC/m², $R = 10$ cm.)

H5*. Két egyforma kicsiny fémgömb töltése Q_1 , illetve Q_2 . Egymást 1 m távolságból $9 \cdot 10^{-3}$ N erővel vonzzák. A gömböket összeérintjük, majd újból egymástól 1 m távolságra távolítjuk el őket. Ekkor úgy találjuk, hogy $2 \cdot 10^{-3}$ N erővel taszítják egymást. Számítsuk ki a Q_1 és Q_2 töltéseket!

H6*. Egy $R = 10$ cm sugarú fémgömb felületén a potenciál értéke (a végtelen távoli ponthoz képest) $U = +900$ V. A gömb középpontjától $r = 15$ cm távolságból egy elektront engedünk el nulla kezdősebességgel.

a) Mekkora a potenciál értéke a gömb középpontjától $r = 15$ cm távolságra?

b) Hány eV (elektronvolt) mozgási energiára tesz szert az elektron, amíg kezdeti helyétől a gömb felületéig jut? Mekkora az elektron becsapódási sebessége?

c) Ha a feladatban szereplő elektront protonra cserélnénk, hány eV végső mozgási energiát érne el a részecske?

H7*. Egy bizonyos térrészben az elektromos potenciált a $\varphi(x, y, z) = \alpha x + \beta y$ összefüggés adja meg, ahol $\alpha = 4$ V/m², $\beta = -3$ V/m. Számítsuk ki az $x = 10$ cm, $y = 15$ cm koordinátájú pontban az elektromos térerősség nagyságát és irányát!

H8*. Egy gömbkondenzátor két koncentrikus, R_1 és R_2 sugarú fémgömbből áll, a gömbök között vákuum van. Határozzuk meg a kondenzátor kapacitását!

H9*. Három koncentrikus, R , $2R$ és $3R$ sugarú fémgömbhéjon rendre $+Q$, $-3Q$, $+2Q$ töltés helyezkedik el. Határozzuk meg a potenciál értékét mindhárom gömb felszínén!

H10**. A régiek úgy gondolták, hogy a Föld sík. Képzeljük el, hogy a Föld valóban nem R sugarú gömb, hanem a végtelenig kiterjedő, H vastagságú lemez. Mekkora H vastagság esetén tapasztalnánk, hogy a gravitációs gyorsulás ugyanakkora, mint amekkora a gömb alakú Föld felszínén? (A két „Föld”-modellben a sűrűségeket tekintjük állandónak és egymással egyenlőnek.)

Útmutatás: Próbáljuk felhasználni a feladat elektromos megfelelőjével az analógiát!

Jelmagyarázat: nincs csillag = csak normál gyakorlatokra, * = normál és iMSc gyakorlatokra, ** = csak iMSc gyakorlatokra; a **kékkkel** kiemelt feladatok a kisZH-ra készüléshez ajánlottak;

Megoldások

F1. a) A kocka x - y síkkal párhuzamos lapjain átmenő fluxusok $\Psi_{xy,alsó} = -E_0 a^2$, $\Psi_{xy,felső} = E_0 a^2$, a többi nulla.

b) A kocka origótól legtávolabbi csúcsában összeérő három lap fluxusa $E_0 a^2 / \sqrt{3}$, a többi lapon átmenő fluxus ennek -1 -szerese. A teljes fluxus nulla.

c) Mindegyik lapon $Q/(6\epsilon_0)$ fluxus megy át.

F2. a) A gömbön belül és kívül a télerősség:

$$E(r) = \begin{cases} k \frac{Q}{R^3} r & \text{ha } 0 \leq r \leq R, \\ k \frac{Q}{r^2} & \text{ha } r \geq R. \end{cases}$$

b) A potenciál:

$$\varphi(r) = \begin{cases} k \frac{Q}{2R^3} (3R^2 - r^2) & \text{ha } 0 \leq r \leq R, \\ k \frac{Q}{r} & \text{ha } r \geq R. \end{cases}$$

c) Fémgömb belsejében az elektromos télerősség nulla, ezért:

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{ha } 0 \leq r \leq R, \\ k \frac{Q}{r^2} & \text{ha } r \geq R, \end{cases}$$

valamint

$$\varphi(r) = \begin{cases} k \frac{Q}{R} & \text{ha } 0 \leq r \leq R, \\ k \frac{Q}{r} & \text{ha } r \geq R. \end{cases}$$

$$\mathbf{F3.} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2kQ_1Q_2}{m_1 + m_2} \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{d} \right)} = 0,045 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_2 = 2v_1 = 0,09 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\mathbf{F4. a)} \quad \ell = \frac{E_0 d}{qU} = 7,5 \text{ mm},$$

$$b) \quad v_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = 1,8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$c) \quad a = \frac{Uq}{md} = 2,1 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\mathbf{F5. a)} \quad \Delta E_{\text{kin}} = 24 \text{ eV},$$

$$b) \quad v_0 = \sqrt{\frac{2\Delta E_{\text{kin}}}{m}} = 2,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$c) \quad a_0 = \sqrt{\frac{qE(x_0)}{m}} = 1,05 \cdot 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\mathbf{F6.} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{5} \frac{kQq}{mR}}.$$

$$\mathbf{F7.} \quad U = \frac{Q_1 - Q_2}{2C}.$$

$$\mathbf{F8.} \quad q = -\frac{r}{R}Q.$$