Piezoelektromos állandók mérése

A mérés célja: megismertetni a hallgatókat a piezoelektromos effektusokkal, a piezoelektromos állandók értelmezésével, illetve azok kísérleti meghatározási módszereivel.

A cél érdekében

-értelmezzük a piezoelektromos állandókat,

- ismertetjük a kísérleti meghatározás lehetőségeit,
- ismertetjük a mérés során alkalmazott vizsgálati módszereket, a mérőkészülék felépítését és működését,
- megmérjük kerámia minták piezoelektromos állandóit.

1. Elméleti ismeretek

Ha egy anyagot valamilyen külső **hatás** ér, akkor abban különböző változások jönnek létre, az anyag valamilyen módon „reagál" a külső hatásokra, amit megfigyelőként a hatástól függő **jelenség**ként észlelünk. Mind az anyagot ért hatások, mind pedig az anyagban ilyenkor észlelhető jelenségek fizikai szempontból valamilyen fizikai mennyiséggel – illetve annak megváltozásával – jellemezhetők. Az, hogy meghatározott körülmények között egy hatás milyen erősségű változást (jelenséget) hoz létre, függ a vizsgált anyagtól, pontosabban az anyagnak az adott jelenség szempontjából fontos **tulajdonság**ától.

Például: ha egy anyagot melegítünk, akkor az anyagot ért hatás a hőmérséklet változásával jellemezhető, a hőmérsékletváltozás által kiváltott egyik lehetséges jelenség pedig az, hogy megváltozik az anyag térfogata. Ugyanolyan hőmérsékletváltozás azonban különböző anyagokban különböző térfogatváltozást okoz, vagyis a jelenség „mértéke" az anyagi minőségtől függ és az anyag egy tulajdonságával – a térfogati hőtágulási együtthatóval – jellemezhető. Egy másikismert példa, hogy egy szigetelőanyag elektromos tér hatására polarizálódik. Itt a hatás azelektromos térerősségvektorral, a jelenség a polarizáció-vertorral, a jelenségnek az anyagi minőségtől való függése pedig egy tenzorral, a dielektromos szuszceptibilitás tenzorával jellemezhető. Hasonlóan: egy test erőhatás következtében létrejövő alakváltozása esetén a hatás a feszültségtenzorral, a jelenség az alakváltozási tenzorral, az anyag tulajdonságai pedig a rugalmas együtthatókkal (amelyek ugyancsak tenzort alkotnak) jellemezhető.

A jelenségek számszerű leírásának alapvető feltétele az, hogy a vizsgált esetre vonatkozóan ismerjük a hatást, a jelenséget és a tulajdonságot jellemző fizikai mennyiségek közötti összefüggést. Szerencsére számos olyan jelenséget ismerünk amelynél – nem túl nagy hatások esetén – ez az összefüggés igen egyszerű formában írható fel. A pontos megfogalmazást egyenlőre mellőzve, azt mondhatjuk, hogy a hatást és a jelenséget jellemző mennyiségek között egyfajta lineáris összefüggés áll fenn, amely szimbolikusan az alábbi alakban írhatunk fel:

$$\textit{jelenség} = \textit{tulajdonság} * \textit{hatás} \qquad (1)$$

Itt a *„jelenség"*, *„tulajdonság"*, *„hatás"* elnevezés fizikai mennyiségeket jelöl, amelyek matematikai szempontból skaláris- vektor- vagy tenzormennyiségek lehetnek. Ennek megfelelően a „*" jel is különböző műveleteket jelenthet. Az említet példák közül az állandó nyomás (P) mellett végbemenő hőtágulás esetében a hatás a $\Delta\theta$ hőmérsékletváltozás, a jelenség a ΔV térfogatváltozás, a tulajdonság pedig az α_P térfogati hőtágulási együttható. Az említett mennyiségek között az egyszerű

$$\Delta V = \alpha_P * \Delta\theta \qquad (2)$$

tapasztalati összefüggés áll fenn (itt mindhárom mennyiség skalár).

A másik példában a hatást jellemző **E** térerősség-vektor és a jelenséget jellemző **P** polarizáció-vektor kapcsolata – a vektorok derékszögű koordinátarendszerbeli komponenseit *1, 2, 3*-mal jelölve – az alábbi lineáris egyenletekkel adható meg

$$\begin{aligned} P &= \chi_{11}E_1 + \chi_{12}E_2 + \chi_{13}E_3 \\ P_2 &= \chi_{21}E_1 + \chi_{22}E_2 + \chi_{23}E_3 \\ P_3 &= \chi_{31}E_1 + \chi_{32}E_2 + \chi_{33}E_3 \end{aligned} \qquad (3)$$

Az egyenletben szereplő χ_{ij} mennyiségek egy másodrendű tenzor komponensei, amelyet a

$$\chi = \begin{bmatrix} \chi_{11}\chi_{12}\chi_{13} \\ \chi_{21}\chi_{22}\chi_{23} \\ \chi_{31}\chi_{32}\chi_{33} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

szimbólummal jelölhetünk. Ezzel a jelöléssel a (3) egyenleteket sűrített formában gyakran az alábbi módón írják fel.:

$$\mathbf{P} = \underline{\chi} \cdot \mathbf{E} \qquad (5)$$

Ez az írásmód egy ilyen – másodrendű tenzort - tartalmazó egyenletnél még egyértelmű, magasabb rendű tenzorok esetén azonban nem derül ki belőle a szereplő tenzorok rendje, ezért helyette rendszerint az egyenleteket – bizonyos megállapodásokkal – rövidített indexes alakban használják.

A (3) egyenlet ilyen indexes alakja:

$$P_i = \chi_{ij} E_j \qquad (6)$$

azzal a megállapodással, hogy az egyenletben ugyanazon tagban előforduló, megegyező indexekre (a (6) egyenletben tehát j-re) összegezni kell, a magában álló index (i) helyébe pedig az *1, 2,* vagy *3* érték helyettesítendő be (így kapunk 3 egyenletet).

Ugyanilyen alakban írható fel a másodrendű tenzorral jellemezhető mechanikai feszültség (T_{ij}) és a deformáció (S_{ij}) közötti kapcsolatot megadó általános Hooke-törvény is:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \qquad (7)$$

ahol a c_{ijkl} mennyiségek egy negyedrendű tenzor komponensei, amelyeket rugalmas állandóknak neveznek. Ugyanez a törvény úgy is felírható, hogy a deformációkat fejezzük ki a feszültségekkel, azaz

$$S_{ij} = s_{ijkl} T_{kl} \qquad (8)$$

Az itt szereplő s_{ijkl} mennyiségek szintén egy negyedrendű tenzort alkotnak, amelyeket merevségi együtthatóknak neveznek.

Mivel gyakran előfordul, hogy ugyanazt a jelenséget többféle hatás is létrehozhatja, fontos megadni, hogy a jelenség milyen feltételek között ment végbe. Ennek megfelelően a fenti egyenletek csak akkor érvényesek, ha a jelenséget a vizsgált esetekben csak az egyenletekben szereplő egyetlen hatás váltja ki. A továbbiakban vizsgálandó jelenségek éppen azzal kapcsolatosak, hogy bizonyos anyagokban elektromos polarizációt nem csak az elektromos tér, hanem más hatások is létrehozhatnak, illetve hogy egy anyag deformációja nem csak mechanikai feszültség, hanem más hatások eredménye is lehet, és ilyenkor a (6) és a (8) egyenletet módosítani kell.

A tapasztalat azt mutatja, hogy polarizáció-változást – az elektromos tér mellett - létrehozhat hőmérsékletváltozás és mechanikai feszültség is.

Azt a jelenséget, melynek során egy anyag polarizációja megváltozik, piroelektromos effektusnak nevezik. A hőmérsékletváltozás ($\Delta\Theta$) által létrehozott polarizáció a már említett lineáris séma szerint fejezhető ki a hőmérsékletváltozással:

$$P_i = \gamma_i \Delta\Theta , \qquad (9)$$

ahol a γ_i mennyiségek a piroelektromos együtthatók, amelyek egy vektor (elsőrendű tenzor) komponensei.

Bizonyos anyagokban polarizáció-változást mechanikai feszültség is eredményezhet. Ezt a jelenséget **piezoelektromos effektus**nak nevezik, és a mechanikai feszültség által létrehozott polarizációra szintén a fentiekhez hasonló lineáris törvény érvényes:

$$P_i = d_{ijk} T_{jk} . \qquad (10)$$

A d_{ijk} mennyiségek egy harmadrendű tenzort alkotnak, amelyeket piezoelektromos modulusoknak neveznek. A piezoelektromos effektust mutatóanyagok a **piezoelektromos anyagok**.

Az elektromos tér, hőmérsékletváltozás és mechanikai feszültség együttes hatása miatt létrejött polarizációt a szuperpozíció elvének alkalmazásával a (6), (9), és (10) egyenletekből kapjuk meg:

$$P_i = \chi_{ij} E_j + \gamma_i \Delta\Theta + d_{ijk} T_{jk} . \qquad (11)$$

A három effektus közül a továbbiakban a piezoelektromos effektussal foglalkozunk, és feltételezzük, hogy a másik két hatás által okozott polarizáció elhanyagolható, vagyis a (11) általános egyenlet helyett a (10) egyenlet használható.

Tapasztalatból tudjuk, hogy egy test deformációja nem csak mechanikai feszültség, hanem hőmérsékletváltozás és – bizonyos anyagokban – elektromos tér hatására is létrejöhet.

A hőtágulás jelensége eléggé ismert, anizotróp anyagokban azonban a hőtágulás is irányfüggő lehet, így a jelenséget leíró egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$S_{ij} = \alpha_{ij} \Delta\Theta . \qquad (12)$$

Az α_{ij} konstansok hőtágulási együtthatók, amelyek egy másodrendű tenzort alkotnak.

Piezoelektromos anyagokban deformáció létrejöhet elektromos tér hatására is. Ez a jelenség az **inverz piezoelektromos effektus**, amelynek leírása a szokásos lineáris egyenletekkel történik:

$$S_{ij} = d_{ijk} E_k \qquad (13)$$

Ebben az egyenletben ugyanazok az állandók szerepelnek, mint a piezoelektromos effektust leíró (10) egyenletben.

A három hatás együttes eredményeként létrejött deformációt az alábbi összefüggés adja meg

$$S_{ij} = s_{ijkl} T_{kl} + \alpha_{ij} \Delta\Theta + d_{ijk} E_k \qquad (14)$$

A továbbiakban ezek közül a jelenségek közül csak az inverz piezoelektromos effektussal foglalkozunk, és feltételezzük, hogy a deformáció egyedüli oka az elektromos tér, vagyis használhatjuk a speciális estre vonatkozó (13) összefüggést.

A piezoelektromos effektusok (piezoelektromos- és inverz piezoelektromos effektus) gyakorlati felhasználása azon alapul, hogy egy test felületén külső mechanikai hatás következményeként megváltozik az elektromos töltéseloszlás, illetve a külső elektromos tér a testet deformálja. A gyakorlatban az ilyen anyagok egyre nagyobb szerepet kapnak, mint erő- és elmozdulás érzékelők, rezgéskeltők, nagypontosságú mechanikai helyzetbeállítók, stb.

A kristályos anyagok jelentős része mutat piezoelektromos tulajdonságokat, gyakorlati alkalmazhatóságuk e jelenség mértékétől függ, ami számszerűen a piezomodulusokkal jellemezhető. A d_{ijk} piezoelektromos modulus-tenzornak 27 eleme van, de szerencsére egy anyag – még a legáltalánosabb esetben is – ennél jóval kevesebb számú piezomodulussal jellemezhető. Tudjuk, hogy a T_{ij} feszültségtenzor és az S_{ij} alakváltozási tenzor szimmetrikus, azaz érvényes a $T_{ij} = T_{ji}$ és az $S_{ij} = S_{ji}$ összefüggés. Ez azt jelenti, hogy a test egy pontjában a feszültség és az alakváltozás jellemzésére csak 6-6 mennyiségre van szükség, ezért bevezették a következő indexelési konvenciót: a főátló elemei rendre *1, 2, 3,* míg az azon kívüli elemek, tehát a vegyes indexű tagok a *4, 5, 6,* indexeket kapják. Ezáltal a két tenzor a alábbi, 6-6 különböző elemet tartalmazó két mátrix formájában írható fel:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} S_1 & S_6 & S_5 \\ S_6 & S_2 & S_4 \\ S_5 & S_4 & S_3 \end{pmatrix}$$

A mátrixokból az átindexelés pontos sémája leolvasható.

Kimutatható, hogy a fenti két tenzor szimmetrikus volta miatt a piezomodulus-tenzor elemeire is fennáll egyfajta szimmetria (a második és harmadik indexek felcserélhetők):

$$d_{ijk} = d_{ikj} \quad , \qquad (15)$$

aminek alapján az elemek száma itt is csökkenthető. A tenzorkomponensek második és harmadik indexeire alkalmazva a feszültség- és alakváltozási tenzornál megismert átindexelést (*11→1, 22→2, 33→3, 23→4, 13→5, 12→6*), a 27 elemet tartalmazó harmadrendű kétindexes mátrix formájába írható át:

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix}$$

A fenti mátrixok segítségével a piezoelektromos effektust leíró egyenletek az eredeti (10) egyenleteknél egyszerűbb

$$P_i = d_{ij} T_j \quad (i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, \ldots 6) \qquad (16)$$

alakba írhatók.

Hasonló módon egyszerűsíthetők az inverz piezoelektromos effektus (13) egyenletei is:

$$S_j = d_{ji} E_j \quad (i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, \ldots 6) \qquad (17)$$

A (16) és (17) egyenletek tovább egyszerűsödnek a vizsgált anyag kristálytani szimmetriái következtében. A kristály szimmetriáitól függően ugyanis a d_{ij} mátrix egyes elemei nullává válhatnak, illetve bizonyos elemek egymással megegyezhetnek, ami tovább csökkenti az anyag piezoelektromos tulajdonságainak jellemzéséhez szükséges független állandók és az egyenletekben fellépő tagok (esetleg az egyenletek) számát.

A mai gyakorlatban a kristályos piezoelektromos anyagok közül leggyakrabban a kvarccal találkozunk (kvarcórák rezonátora), de a legnagyobb mennyiségben alkalmazott piezoelektromos anyagok az ólom-cirkonát-titanát (PZT) alapú *kerámiák*, amelyek bizonyos területeken az olcsóbb, tömeggyártásra alkalmas technológiájuknak köszönhetően, az egykristályokat szinte teljesen kiszorították. A piezokerámiák

polikristályos anyagok, így szerkezetükben a krisztallitok rendezetlen irányítottsággal helyezkednek el. A gyártás során a kerámiai anyagot *polarizálják*, más szóval maradandó elektromos anizotrópiát alakítanak ki a szerkezetében. A polarizálás megfelelően nagy (az átütési szilárdságot megközelítő) elektromos térrel történik, aminek hatására a véletlenszerűen elhelyezkedő kristályszemcsék polarizációvektorai többé kevésbé rendeződnek, és így az anyagban makroszkopikus elektromos polarizáció alakul ki. Ha a *3* tengely a polarizáció irányába mutat, akkor egy ilyen polarizált kerámiában a piezoelektromos modulus egyszerűsített mátrixa a következőképpen alakul:

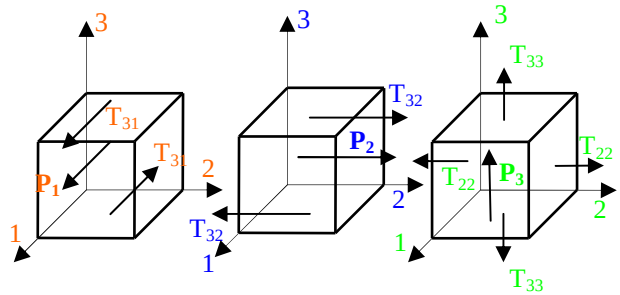
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A d_{31} és d_{32}, valamint a d_{24} és d_{15} elemek értékei egymással megegyeznek, ezért a kerámia piezoelektromos szempontból a d_{33}, d_{31}, d_{15} három független állandóval jellemezhető.

A piezoelektromos effektust leíró egyenletek ebben az esetben tehát így alakulnak:

$$\begin{aligned} P_1 &= d_{15}T_5 \\ P_2 &= d_{24}T_4 \\ P_3 &= d_{31}T_1 + d_{32}T_2 + d_{33}T_3 \end{aligned} \qquad (18)$$

Az első egyenlet a *3* irányra merőleges síkban működő *1* irányú nyírófeszültség ($T_{31} \rightarrow T_5$) által az *1* irányban-, a második egyenlet a *3* irányra merőleges síkban működő *2* irányú nyírófeszültség ($T_{32} \rightarrow T_4$) által a *2* irányban-, a harmadik egyenlet pedig a három tengely irányában ható normális feszültségek ($T_{11} \rightarrow T_1$, $T_{22} \rightarrow T_2$, $T_{33} \rightarrow T_3$) által a *3* irányban létrehozott polarizációt adja meg. A fentiekből látható, hogy a piezomodulus-mátrix elemeinek első indexe mindig az elektromos tér, a második pedig a mechanikai hatás irányát mutatja meg. A feszültségek és a létrehozott polarizáció közötti kapcsolatot az 1. ábrán mutatjuk be.



1. ábra

Hasonló módon kaphatók meg az inverz piezoelektromos effektus egyenletei, amelyek ebben az esetben az alábbi alakot öltik:

$$\begin{aligned} S_1 &= d_{31}E_3 \quad & S_4 &= d_{24}E_2 \\ S_2 &= d_{32}E_3 \quad & S_5 &= d_{15}E_1 \\ S_3 &= d_{33}E_3 \quad & S_6 &= 0 \end{aligned} \qquad (19)_2$$

Mint látható, itt a piezomodulus-mátrix elemeiben az első index a térerősség-, a második pedig a deformáció irányát mutatja meg.

A d_{ij} állandók egysége C/N vagy az ezzel egyenértékű m/V, ami szemléletesen fejezi ki, hogy hány coulomb töltés jelenik meg 1N terhelőerő esetén egy hasáb alakú piezoelektromos test két szemben lévő felületén elhelyezett elektródokon, illetve az inverz piezoelektromos effektust kihasználva, mekkora deformációt szenved a test, ha az elektródokra 1V feszültséget kapcsolunk.

Megjegyzendő, hogy a piezoelektromos anyagok egy részénél a fenti egyenletek nagy térerősségeknél nem használhatók, mert ilyenkor a polarizáció - mechanikai feszültség, illetve a deformáció – elektromos térerősség összefüggés nem lineáris, és a permittivitás függ a térerősségtől.

2. A piezoelektromos állandók meghatározása.

A piezoelektromos állandók mind a direkt, mind pedig az inverz piezoelektromos effektus alapján meghatározhatók. A méréseket rendszerint hasáb alakú mintákon végzik, amelyeket a kristálytani irányokhoz képest úgy vágnak ki, ahogy a vizsgálandó d_{ij} együttható mérése megkívánja (kerámia esetén például úgy, hogy a (18) egyenletek valamelyikének megfelelő mechanikai feszültség könnyen megvalósítható-, és a létrejött polarizáció könnyen mérhető legyen).

A direkt effektus alapján történő mérésnél a mintát olyan erőhatásnak teszik ki, aminek hatására megváltozik az anyagnak a hasáb az egyik élével párhuzamos polarizációja.

Emiatt a polarizációra merőleges lapokon elhelyezett elektródokon polarizációs töltések (Q_P) jelennek meg. A mérés során ezt a töltést mérik meg, aminek ismeretében a létrejött polarizáció a $P = Q_P / A_P$ összefüggésből kapható meg (A_P az elektródok felületének nagysága).

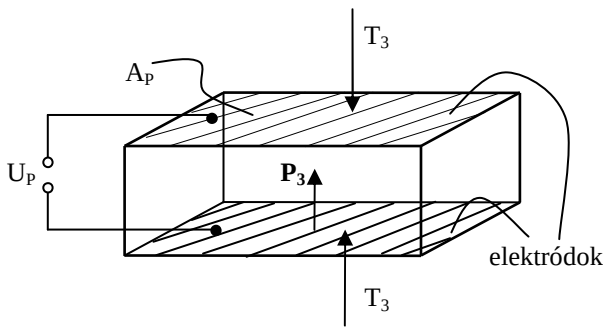
Az inverz piezoelektromos effektus alapján a piezoelektromos állanók a legkézenfekvőbb módon úgy határozhatók meg, hogy a mintát elektromos térbe tesszük (a szemben lévő lapjain elhelyezett elektródokra feszültséget kapcsolunk), és mérjük a mintának a tér hatására bekövetkező deformációját. Egy másik mérési lehetőség az, hogy a mintát egy váltóáramú áramkörbe kapcsoljuk – ekkor a minta a periodikusan változó elektromos térben az inverz piezoelektromos effektus hatására rezgésbe jön – és vizsgáljuk a minta impedanciájának a rezgési frekvenciától való függését.

2.1 Mérés a direkt piezoelektromos effektus alapján

Ez a piezoelektromos állandók meghatározásának talán legkorábban alkalmazott módszere. A mérés eredeti változatánál a megfelelő elektródokkal ellátott vizsgálandó mintára meghatározott súlyú testet helyeztek (vagy emeltek le) és közben megmérték a töltés mennyiség megváltozását az elektródokon. Ennek az eljárásnak legfőbb hibaforrásai egyrészt az erőátadás bizonytalanságából, másrészt a töltésmennyiség mérésének nehézségéből adódnak. Sokkal megbízhatóbb a mérés, ha a vizsgálandó mintát periodikusan változó erőhatásnak tesszük ki. Az általunk alkalmazott mérés során periodikus terhelést alkalmazunk.

A vizsgálandó piezoelektromos kerámia esetén a mérés alapját a (18) egyenletek képezik. Ezzel a módszerrel a d_{33} együtthatót fogjuk meghatározni, vagyis a (18) egyenletek közül az utolsót kell alkalmaznunk. Ennek megfelelően a mintát úgy kell kialakítani, hogy a nyomóerőt a *3* irányban lehessen működtetni (T_{33}), és a keletkező töltést a *3* irányra merőleges lapokon lehessen megmérni (ilyent okoz a P_3 megváltozása). Ezt a 2. ábrán látható módon elkészített minta segítségével érhetjük el. Ekkor a mechanikai feszültség és a létrejött polarizáció között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$P_3 = d_{33} T \qquad (20)$$



2. ábra

Feltételezve, hogy a mérés során a töltésveszteség (pl. átvezetés miatt) elhanyagolható, a piezoelektromos polarizáció (P_3) a mintán megjelenő feszültség mérésével határozható meg:

$$P_3 = \sigma = \frac{Q_P}{A_P} = \frac{C U_P}{A_P} \qquad (21)$$

ahol U_P az elektródokon a polarizáció változása által okozott feszültség, C a minta kapacitásának és a feszültségmérő bemenetén levő kapacitásnak az eredője, A_P pedig a piezoelektromos mintán elhelyezett elektródok felülete.

A mintában létrejött feszültséget (T_{33}) egy, az általa egy mérőrugóban létrehozott alakváltozásból határozzuk meg (l. alább).

2.1.1. A mérőberendezés és használata

A mérésnél alkalmazott berendezés blokkvázlatát a 3. ábrán mutatjuk be. A vizsgálandó piezokerámia lapot nyomótalpak közé helyezzük. A nyomótalpak felületei a testtől elszigetelt elektródokká vannak kiképezve, így a mérés során megjelenő töltések a mérőkondenzátorba töltődnek. A mintát terhelő periodikus erőhatást a szolenoid változó mágneses tere által rezgésbe hozott vasmag hozza létre. Az erő mértékének meghatározására a mérőrugó szerepét betöltő konzol deformációját használjuk. A deformációt nyúlásmérő bélyegekkel mérjük.

A mérés elvégzéséhez az erőmérőt és a töltésmérő eszközt hitelesíteni kell, amit az alábbi módon végezhetünk el.

2.1.2 Az erőmérő hitelesítése és a nyomófeszültség mérése

Bár a mérés során periodikus erőhatást alkalmazunk, az erőmérő hitelesítését elegendő statikus módszerrel (súlyok felhelyezésével) elvégezni. Ehhez a mérőhíd kimenetére kapcsoljunk digitális multimétert. A mérés megkezdése előtt a nyúlásmérő bélyeg mérőhídját a minta terheletlen állapotában egyenlítsük ki. Ezután zárjuk össze a nyomótalpakat (akár úgy, hogy a piezokerámia már közte van), és a megbízható erőhatás érdekében a beállító csavarral kb. 10 N erővel feszítsük elő a rendszert, és olvassuk le a kimenőfeszültség értékét. Ezután megkezdhetjük a hitelesítést úgy, hogy különböző súlyokat helyezünk el a szolenoid lengő vasmagjához rögzített – erre a célra kiképezett – felületre, és leolvassuk a mérőhíd kimenetén megjelenő feszültséget. A kimenőfeszültséget (U_{ki}) ábrázolva az alkalmazott súly által kifejtett erő függvényében, jó közelítéssel lineáris összefüggést kapunk, és meghatározzuk a pontokhoz illesztett egyenes meredekségét:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta U_{ki}} \qquad (22)$$

Ezzel a mért feszültségből a mintára ható F erőt az

$$F = F_0 + k\left(U_{ki} - U_0\right) \qquad (23)$$

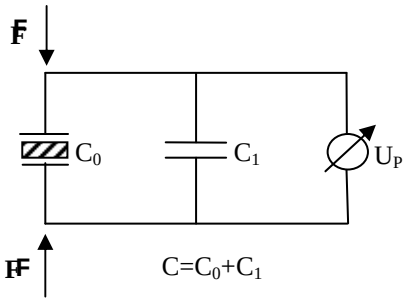
összefüggésből számíthatjuk ki (F_0 az előfeszítést adó erő, U_0 pedig az ehhez tartozó kimenőfeszültség). A (20) egyenletben szereplő mechanikai feszültséget a

$$T_{33} = \frac{F}{A_P} \qquad (24)$$

egyenlet adja meg.

2.1.3 A töltés hitelesítése és a piezoelektromos polarizáció meghatározása

A piezokerámia anyagok általában jelentős relatív permittivitással rendelkező dielektrikumok, így ha egy mintán elektródokat alakítunk ki, számottevő kapacitású piezoelektromos „kondenzátor” jön létre. Elvileg a mechanikai feszültség által létrehozott töltést ezen a „kondenzátoron” is megmérhetnénk, ez a kapacitás azonban általában erősen függ a hőmérséklettől, sőt az alkalmazott feszültségtől is, így a töltést célszerű – a 4. ábrán látható módon – a piezokerámia C_0 kapacitásánál lényegesen nagyobb C_1 mérőkapacitáson fellépő feszültség alapján meghatározni.



4. ábra

A mért U_P feszültségből ekkor a piezoelektromos polarizáció a (21) egyenlet alapján számítható ki

$$P_3 = \frac{CU_P}{A_P}, \qquad (25)$$

ahol A_P a mintán elhelyezett elektródok felülete, és $C = C_0 + C_1$. A C_1 mérőkapacitás vagy ismert (gyári adat) vagy értékét méréssel határozzuk meg. A C_0 kapacitás értékét vagy megmérjük, vagy – ha a minta anyagának permittivitását ismerjük – a síkkondenzátor kapacitására vonatkozó ismert összefüggés segítségével kiszámítjuk.

2.1.4 Mérés periodikus mechanikai feszültség alkalmazásával

A periodikus erő nagyságának változtatása a 3. ábrán vázolt szolenoidra kapcsolt jel amplitúdójának változtatásával történik, és ekkor a nyúlásmérő híd kimenetén váltófeszültség jelenik meg. A polarizáció meghatározására szolgáló mérőkondenzátoron ekkor ugyancsak váltófeszültséget mérünk. A d_{33} piezomodulus a mért U_P és U_{ki} feszültségekből a (20), (23), (24) és (25) egyenletek segítségével kapható meg:

$$d_{33} = \frac{CU_P}{F_0 + k(U_{ki} - U_0)} \qquad (26)$$

2.1.5 Mérési feladatok

2.1.5.1 Végezze el a mérőrendszer hitelesítését.

2.1.5.2 Határozza meg a kerámia minta d_{33} piezomodulus értékét két különböző terhelőerő alkalmazásával.

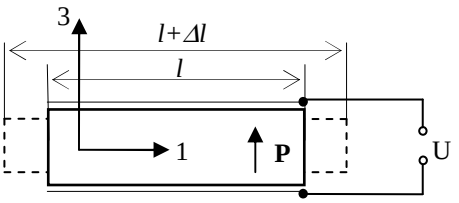
2.2 Piezoelektromos állandók mérése az inverz piezoelektromos effektus alapján statikus módszerrel

Az inverz effektus alapján történő mérés egyik lehetséges módja az, hogy a piezoelektromos mintára időben állandó elektromos feszültséget kapcsolunk, és megmérjük a létrejött deformációt. Ez a mérési eljárás a piezomodulusok meghatározására a (19) egyenletek alapján ad módot. Mérésünk során a d_{31} állandót fogjuk meghatározni, ezért a (19) egyenletek közül a legelsőt,

$$S_1 = d_{31}E_3 \qquad (27)$$

használjuk.

A mintát most úgy kell kialakítanunk, hogy *3* irányú elektromos teret alkalmazhassunk (az elektródok a *3* irányra merőlegesek legyenek), és mérni tudjuk az *1* irányú megnyúlást (összehúzódást). Mivel a mintában létrejövő térerősség adott elektromos feszültség esetén annál nagyobb, minél vékonyabba minta, a létrejött deformáció pedig arányos a mintának a deformáció irányába eső hosszával, mintaként célszerű a *3* irányban vékony, az *1* irányban pedig hosszú lemezt alkalmazni (5. ábra).



5. ábra

A mérés során meg kell mérni a minta tér nélküli, *1* irányú hosszát (*l*) a *3* irányú vastagságát (*v*), az alkalmazott elektromos feszültséget (*U*) és az *1* irányú megnyúlást (Δl). A fenti adatok segítségével a deformáció és az elektromos térerősség kiszámítható:

$$S_1 = \frac{\Delta l}{l} \quad E_3 = \frac{U}{v},$$

és így (27) alapján a hosszváltozás és az alkalmazott elektromos feszültség között az alábbi lineáris összefüggést kapjuk:

$$\Delta l = \frac{l}{v} d_{31} U \qquad (28)$$

Ha tehát felvesszük a $\Delta l - U$ grafikont, akkor a mérési pontokhoz illesztett egyenes meredekségéből a keresett d_{31} piezomodulus kiszámítható. A (28) egyenletből látható, hogy ebben az esetben a hosszváltozás az l/v hányadossal arányos, tehát vékony, hosszú lapkát alkalmazva viszonylag kis elektromos feszültséggel jelentős hosszváltozás érhető el. Ez a körülmény mind a piezomodulus mérésénél, mind pedig a gyakorlati alkalmazásoknál előnyös.

2.2.1 A mérőberendezés és használata

A mérésre használt eszköz a mintát tartó befogó részből és a hosszváltozás mérésére szolgáló induktív mérőátalakítóból áll. Utóbbi leglényegesebb alkotóeleme egy mozgatható vasmagot tartalmazó tekercs, amelynek induktivitása függ a vasmag helyzetétől, így a tekercs induktivitását mérve, a vasmag elmozdulását meghatározhatjuk. Az induktivitást erre a célra szolgáló elektronikus műszerrel mérjük, amely az elmozdulással arányos feszültséget jelez ki.

A minta egyik vége rögzített, másik vége az induktív mérőátalakító vasmagjához kapcsolódik, így elmozdulása a vasmag elmozdulásával azonos. A vasmag elmozdulását mérve tehát egyúttal a minta hosszváltozását is megmérjük.

Ahhoz, hogy az induktív mérőátalakítót elmozdulásmérésre használhassuk, először hitelesíteni kell. Ez úgy történik, hogy a minta helyére egy ismert elmozdulás létrehozására alkalmas csavarmikrométert teszünk, és az elmozdulást változtatva, felvesszük az induktív átalakító elmozdulás (Δl) – feszültség (U_{ind}) görbéjét.

A vékony, hosszú lapka-alakú minta két szemben lévő nagy felületén helyezkednek el az elektródok, amelyekre - a 4. ábrához hasonló módon – a deformációt okozó elektromos feszültséget (*U*) kapcsoljuk.

A méréshez használt mintánk tulajdonsága, hogy az elektromos tér – polarizáció kapcsolat hiszterézis jellegű. Ez azt jelenti, hogy adott elektromos tér által létesített polarizáció értéke függ az anyag előzetes állapotától („előéletétől”). Gyakorlati felhasználás számára ez a jelenség sok esetben előnytelen, ezért az ilyen alkalmazásokhoz olyan speciális összetételű anyagokat fejlesztettek ki, amelyekben a hiszterézi-hatás elhanyagolhatóan kicsi.

2.2.2 Mérési feladatok

2.2.2.1 Mérjük ki és ábrázoljuk a meghajtó feszültség - induktív adó feszültség-változás $(U_{megh} - U_{ind})$ hiszterézis görbét a 0V…+160V…0V,…-160V…0V…+160V tartományban 20V-os lépésekben. Mivel az induk-

tív mérőátalakító vasmagját két tárcsarugó tartja középen kiegyenlített állapotban és a piezoelektromos mintánkat nem rögzítjük hozzá, ezért azt csak tolni lehet, húzni nem. Az induktív mérőátalakítót tartó szán óvatos mozgatásával toljuk az átalakító mozgó vasmagját a mintának annyira, hogy az átalakító kimenetén ~ 2V feszültség legyen. Ezzel elérjük, hogy a minta nyúlásakor tolja maga előtt a vasmagot, összehúzódáskor pedig a tárcsarugó húzza az elmozdulás irányába, az egyensúlyi állapot felé.

2.2.2.2 Vegyük fel és ábrázoljuk az elmozdulás mérő kalibrációs $(\Delta l - U_{ind})$ görbéjét abban a feszültségtartományban, ahol a mérést végeztük (~1,5V-3V). A csavarmikrométeren 2 μm-es elmozdulásokat lehet állítani, de ez nagy odafigyelést igényel.

2.2.2.3 Ábrázoljuk a meghajtó feszültség – elmozdulás hiszterézis görbét. Határozzuk meg a d_{31} piezomodulus értékét kis- és nagy elektromos feszültségek esetén az első görbeszakaszból.

2.3 Piezoállandók meghatározása rezonancia módszerrel

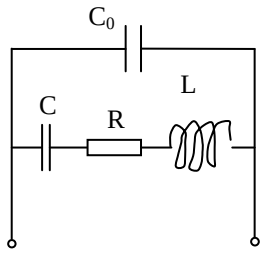
A technikában alkalmazott piezoelektromos anyagokat általában a rugalmasság és a nagy szilárdság jellemzi. Ennek köszönhetően a belőlük készült testek méretüktől függő jól meghatározott mechanikai rezonanciákkal rendelkeznek. Mivel a piezoelektromos anyagok kétirányú elektromos-mechanikai átalakítók, megfelelő frekvenciájú elektromos gerjesztéssel mechanikai rezgésbe hozhatók, ill. megfordítva, a rákényszerített mechanikai rezgés az elektródáin periodikus feszültséget kelt. Amíg a váltakozó jel frekvenciája kicsi a legalacsonyabb rezonenciafrekvenciához képest, addig a rezgés amplitúdója , ezzel együtt pedig a piezoelektromos effektus által keltett jel is kicsi. A rezonanciához közeledve nő a rezgés amplitúdója, nő a piezoelektromos jel, és megváltozik a körben folyó áram is. Ez úgy is felfogható, hogy a piezoelektromos minta impedanciája (illetve admittanciája, ami az impedancia reciproka) függ a frekvenciától. A piezoelektromos mintának ez a viselkedése lehetőséget ad a piezoelektromos jellemzők mérésére, mivel a frekvenciafüggés jellege (minimum- illetve maximumhely) függ a piezoelektromos tulajdonságoktól.

Kimutatható, hogy ha a mintát a rezonanciafrekvenciájához közeli frekvenciákon rezegtetjük – más szóval rezonátorként működtetjük – akkor viselkedését elektromos szempontból a 6a. ábrán látható helyettesítő áramkörrel modellezhetjük. A helyettesítő áramkörben C_0 a mintát tartalmazó kondenzátor sztatikus kapacitása, az ezzel párhuzamosan kapcsolt soros L-R-C soros rezgőkör pedig a test piezoelektromos viselkedését jellemzi. A helyettesítő kép elemzése azt mutatja, hogy a rezonanciafrekvencia közelében az admittancia (és a körben folyó áram) a 6b. ábrán látható maximumon (f_m frekvenciánál) és minimumon (f_n frekvenciánál) megy át. A maximumhoz tartozó frekvencia közelítőleg a kör rezonanciafrekvenciájával (f_R) egyezik meg, amely a körfrekvenciára ($\omega_R = 2\pi f_R$)fennálló alábbi feltételből számítható ki:

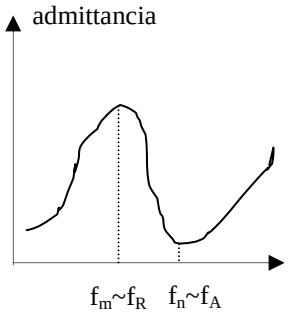
$$\omega_R L - \frac{1}{\omega_R C} = 0$$

a frekvencia ekkor tehát:

$$f_m \approx f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (29)$$



6.a ábra



6.b ábra

Ha a rezonanciafrekvencia elérése után a frekvenciát tovább növeljük, akkor egy bizonyos (a rezonenciafrekvenciához közeli) $f_n > f_m$ frekvenciánál az admittanciának (és a körben folyó áramnak)minimuma van. Ekkor a számítások szerint a frekvencia közelítőleg az úgynevezett antirezonancia frekvenciával (f_A) egyezik meg, amelynek körfrekvenciájára az

$$\omega_A L - \frac{1}{\omega_A C} = \frac{1}{\omega_A C_0}$$

összefüggés áll fenn, vagyis

$$f_n \approx f_A = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\dfrac{CC_0}{C+C_0}}} \qquad (30)$$

Mivel jó közelítéssel $f_m \approx f_R$ és $f_n \approx f_A$, a továbbiakban az admittancia szélsőértékeihez tartozó frekvenciákra a rezonancia-és antirezonancia frekvencia elnevezést használjuk.

A megmért rezonancia- és antirezonancia frekvenciák segítségével meghatározható a helyettesítő körben szereplő C ekvivalens kapacitás, a (29) és (30) összefüggésből ugyanis következik, hogy

$$C = 2C_0 \frac{f_A - f_R}{f_R} \qquad (31)$$

(C_0 a már említett módon, számítással vagy méréssel határozható meg).

Az R ekvivalens ellenállást helyettesítéses eljárással mérhetjük meg. A rezonanciafrekvencián ugyanis a minta admittanciája éppen az ohmos ellenállás reciprokával egyenlő. A rezonanciafrekvencián a mintát változtatható ohmos ellenállással helyettesítjük, és azt addig változtatjuk, amíg az admittancia (vagyis a mért áram) a minta jelenléte esetén mért értékkel egyezik. A változtatható ellenállás ekkor mutatott értéke (amit a kapcsolásból kivéve egy multiméterrel megmérhetünk) éppen az R ekvivalens ellenállással azonos.

A helyettesítő áramkör paraméterei segítségével kiszámolható a rezonátor két jellemző adata, a Q jósági tényező és az r kapacitásarány:

$$Q = \frac{\omega L}{R} \qquad r = \frac{C_0}{C}$$

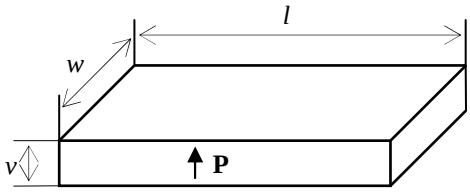
Minél nagyobb Q értéke, annál élesebb a rezonancia, és minél kisebb az r értéke, annál jobb ez elektromos energia mechanikai energiává történő átalakításának hatásfoka.

A rezonancia- és antirezonancia frekvenciákat megmérve , ismerve továbbá a piezoelektromos anyag sűrűségét és a megfelelő rugalmas állandókat, a piezoelektromos modulusok meghatározhatók. A különböző modulusok meghatározásához természetesen más- és más mintakivágást kell alkalmazni és a számításhoz más- és más rugalmas állandókra van szükség.

2.3.1 A mérőberendezés leírása és a d_{31} piezomodulus mérése

A rezonanciamódszer alkalmazásával egy piezokerámia d_{31} állandóját határozzuk meg. Amint a 3.2 pontban már szó volt róla, ennek az állandónak a meghatározásához a polarizációval (*3* irány) párhuzamos elektromos teret kell alkalmazni, ami a mintában *1* irányú megnyúlást illetve összehúzódást okoz (l. (27) egyenlet). Ennek megfelelően a mérést a 7. ábrán látható hasáb alakú mintán végezzük el, amelynek polarizációvektora a lapra merőleges, tehát a vastagság (v) irányába esik, továbbá a mérés pontosságának növelése érdekében (méréstechnikai szabvány: IEEE Standards on Piezoelecricity, IEEE Std. 176-1978) a hosszanti mérete legalább ötször nagyobb a vastagságánál ($l > 5v$).

Mivel a rezgés hosszirányú, a rezonáns méret az l, ezért célszerű a w mélységi méretet számottevően kisebbre választani (kb. l felére) annak érdekében, hogy a két rezonanciafrekvencia élesen elkülöníthető legyen.



7. ábra

Mellőzve a hosszadalmas levezetést (amely megtalálható például az említett, nemzetközileg elfogadott méréstechnikai szabványban) a transzverzális piezoelektromos állandó az alábbi képletsegítségével határozható meg:

$$d_{31} = k_{31}\sqrt{\kappa_{33}{}^{T} s_{11}{}^{E}} \qquad (32)$$

Itt a $\kappa_{33}{}^{T}$ a piezoelektromos anyagnak a polarizáció irányában, állandó mechanikai feszültség mellett mért permittivitása, $s_{11}{}^{E} = s1111^{E}$ állandó elektromos térben mért merevségi együttható, amely a rezonanciafrekvencia és az anyag sűrűségének (ρ) ismeretében az alábbi képletből számítható ki:

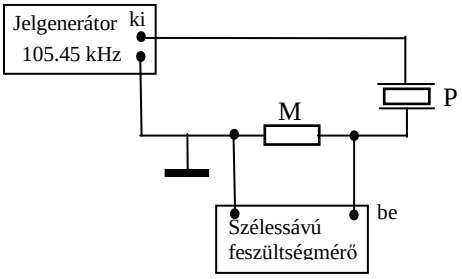
$$s_{11}{}^{E} = \frac{1}{4\rho \cdot l^2 \cdot f_R{}^2}\ , \qquad (33)$$

végül k_{31} az ú. n. transzverzális csatolási tényező, amelynek négyzete az általunk alkalmazott elrendezésben az elektromos energiának mechanikai energiává történő alakítási hatásfokát (a mintában tárolt mechanikai energia (teljesítmény) és a mintába bevezetett elektromos energia (teljesítmény) hányadosa) adja meg, és a

$$\frac{k_{31}^{\ 2}}{1-k_{31}^{\ 2}} = \frac{\pi}{2}\frac{f_A}{f_R} tg\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_A - f_R}{f_R}\right) \qquad (34)$$

összefüggésből kapható meg.

A fentiek szerint a piezomodulus meghatározása érdekében meg kell határoznunk a maximális és minimális admittancia-abszolutértékhez tartozó $f_m \approx f_R$ illetve $f_n \approx f_A$ frekvenciát. A két frekvencia mérésére szolgáló berendezés blokkvázlata a 8. ábrán látható, amellyel a mérést a következőképpen végezzük el.



8. ábra

A **J** finoman állítható frekvenciájú jelgenerátorral az **M** mérőellenálláson keresztül gerjesztjük a **P** piezoelektromos mintát kb. 5V amplitúdójú szinuszjellel. A mérőellenálláson a minta admittancia-abszolutértékével arányos feszültség esik, amely az **S** szélessávú feszültségmérőn kísérhető figyelemmel. A jelgenerátor frekvenciáját lassan növelve, az **M** mérőellenálláson mért feszültség először lassan, majd a rezonancia közelében erőteljesebben emelkedik egy maximum értékig,, onnan meredeken csökken, majd egy minimumértéket elérve ismét emelkedni kezd. A helyi maximum-, és minimum feszültségekhez tartozó f_R és f_A frekvenciákat s frekvenciagenerátorról leolvasva a körfrekvenciák számolhatók.

2.3.2 Mérési feladatok

2.3.2.1

A rendelkezésre álló LC-mérővel mérje meg a mintatartóba befogott piezokerámia kapacitását. (A készülék mérőjele legfeljebb 16 kHz, így a mért kapacitásérték a C_0 lesz, a helyettesítő kép piezoelektromos ága nem játszik szerepet.) **A mérésnél semmilyen más feszültség nem lehet a mintán!**

A mintát síkkondenzátornak tekintve, a geometriai méreteit tolómérővel és mikrométerrel lemérve számítsa ki $\kappa_{33}^{\ T}$ értékét.

2.3.2.2

A minta *l* rezonáns méretének ismeretében (ezt az előző feladatban már megmérte) a (33) összefüggésből számítsa ki a mért hosszhoz tartozó közelítő rezonanciafrekvencia értéket. A vizsgált kerámiára $\rho \cdot s_{11}^{\ E} \cong 6{,}25 \cdot 10^{-8}\, s^2/m^2$. A vizsgált mintánk nagyon sokféle rezgési állapotba kerülhet a meghajtó jel frekvenciájának függvényében. Ezért a kerámia egy jellemzőjének előzetes ismeretére van szükség, mert így a közelítő rezonanciafrekvencia környékén gerjesztve biztosan az általunk keresett, *l* hosszúsághoz tartozó rezonanciafrekvenciát (és antirezonancia frekvenciát) fogjuk megtalálni.

2.3.2.3

A közelítő rezonanciafrekvenciánál kb. 20 % -kal kisebb értékről indulva a jelgenerátor frekvenciáját lassan növelve olvassa le a mérőellenálláson mért maximális és minimális feszültségértékekhez tartozó rezonancia (f_R) és antirezonancia (f_A) frekvenciákat és az f_r-hez tartozó feszültséget.

2.3.2.4

Az f_R és f_A frekvenciák ismeretében számítsa ki d_{31} értékét a (32) egyenletből. Ide a mért f_R, a geometriai adatokból valamint a minta tömegének méréséből számított sűrűség és a mért *l* hosszúságból (33) alapján számított $s_{33}^{\ E}$ értéket helyettesítse. Az eredményt hasonlítsa össze a 3.2 pont szerinti mérésnél kapott értékkel.

2.3.2.5

Mérje meg a rezonátor *R* ekvivalens ellenállását. A mintatartóból vegye ki a mintát és tegyen a helyébe egy kis kartonlapot. A mitatartó kivezetéseihez csatlakoztassa a mérőhelyen található potenciométert. A potenciométert addig állítsa, amíg ugyan az a feszültség nem lesz a mérőellenálláson, mint amennyi a mintán volt rezonancia állapotban. Ezután vegye ki a potenciométert és multiméterrel mérje meg a potenciométer ellenállását. Ez lesz a helyettesítő ellenállás értéke.

2.3.2.6.

Számítsa ki a az ekvivalens kapacitást (*C*) és induktivitást (*L*), majd határozza meg a rezo-

nátor Q jósági tényezőjét és az r kapacitás-arányát.

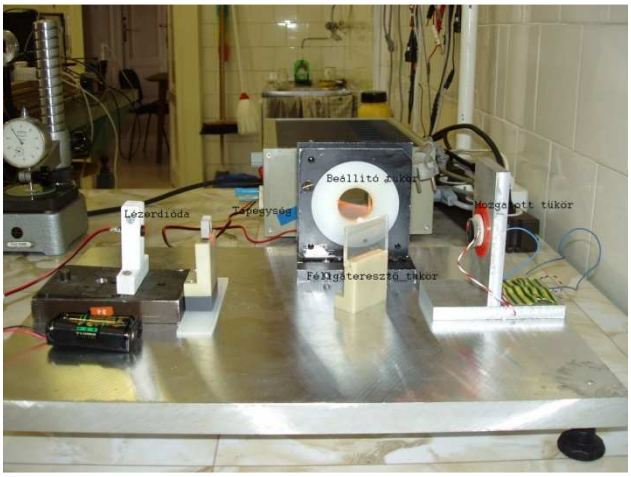
2.4 Piezoelektromos együttható meghatározása Michelson-féle interferométerrel

2.4.1.

A mérés eredményes elvégzéséhez érdemes átismételni a Fizlab II.-ben a Michelson interferométerről tanultakat. A képen látható elrendezésben egy piezoelektromos lapkára adott feszültséggel a ráragasztott tükröt mozgatjuk, ami az interferencia kép változását okozza. A tápegység feszültségének növelésével az interferenciakép közepének néhány sötét-világos átmenetét leszámolva az alkalmazott feszültségből a d_{33} együttható az $S_3 = d_{33} \cdot E_3$ összefüggéssel kiszámítható. A lézerdióda hullámhossza $650nm$. A tápegység két szélső kivezetésén maximum 6kV állítható be, ezt a feszültséget mutatja az analóg kijelző is. Mi a bal oldali és középső kimeneti pontokat használjuk, ahol a műszer által mutatott érték fele jelenik meg, tehát legfeljebb 3kv-ot adhatunk a mintára.

2.4.2.Mérési feladat

Állítsuk össze az interferométert, csatlakoztassuk a tápegységet (2 db ceruzaelem elemtartóban) a diódához. A féligáteresztő tükör és a beállító tükör segítségével állítsuk elő az interferencia-gyűrűket. A feszültség növelése közben (legfeljebb 3kV!) számoljuk le az középső rész teljes sötét-maximális világos átmenetei. A mérést legalább ötször végezzük el. Az adatokat átlagolva határozzuk meg a d_{33} piezoelektromos együttható értékét.



Irodalom

Budó Ágoston–Mátrai Tibor: Kísérleti fizika II.