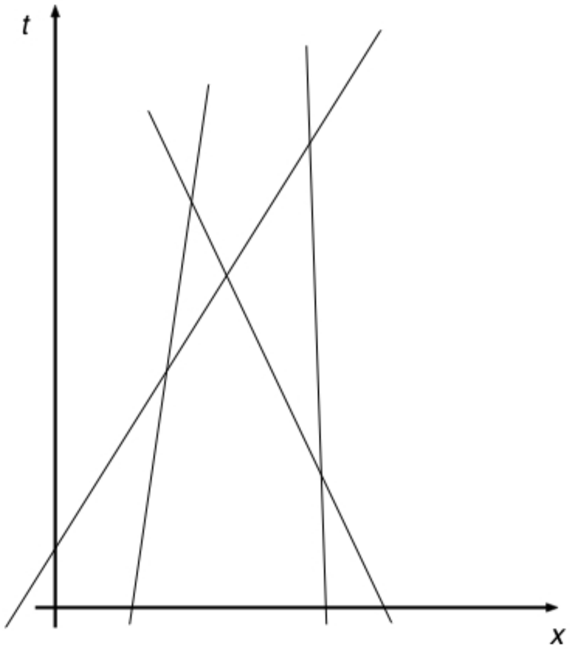
A TEHETETLENSÉGI ERŐKTŐL AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPGONDOLATÁIG

Bokor Nándor, BME, 2013.

1. Az inerciarendszer *definíciója*: olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyekben az N1, N2, N3 Newton-axiómák érvényesek.

Egy adott S vonatkoztatási rendszerben a mozgások ún. téridő-diagramon ábrázolhatók (ld. a lenti ábra). *Ha S inerciarendszer*, akkor
- az összes többi *inerciarendszer* világvonala *egyenes* a diagramon (amint az ábra mutatja)
- ugyenezen a diagramon a *nem-inericarendszerek* (gyorsuló vonatkoztatási rendszerek) világvonala *görbe* vonal lenne.



Ez a szép és egyszerű geometriai kép azt a tényt tükrözi, hogy az inerciarendszerek világvonalát kitünteti egy lényeges tulajdonság (ti. hogy egyenesek).

****

2. Mozgás leírása nem-inerciarendszerekben:

$$m\vec{a}' = \vec{F}_e - m\vec{a}_{tr} + m\vec{r}'\times\dot{\vec{\omega}} + m\vec{\omega}\times\left(\vec{r}'\times\vec{\omega}\right) + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega} \qquad (1)$$

A jobb oldalon az eredő erő mellett 4 járulékos tag szerepel. Annak érdekében, hogy úgy tehessünk, mintha (1) Newton 2. törvényéhez hasonlítana, úgy teszünk, mintha a 4 járulékos tag is erő volna. Ez csalás; a 4 járulékos tag *nem* erő (nincs semmi a természetben, amely „okozná“, „kifejtené“ őket), hanem csupán algebrai tagok egy egyenletben. Ezeket a képzeletbeli „erőket“ *tehetetlenségi „erőknek“* nevezzük, mert mind a 4 tagban megjelenik az *m* mennyiség (*m* a test tehetetlenségének mértéke, az ún. tehetetlen tömeg).

Ugyanakkor az eredő erő, $\vec{F}_e$, a valódi, fizikai erőket tartalmazza, azokat az erőket, amelyeket ténylegesen okoz, kifejt valami. Annak, hogy ezek *nem* tehetetlenségi erők, nyilvánvalóan tükröződnie kell abban, hogy ezeknek az erőknek a képletében *nem* jelenik meg az *m* tömeg. Úgy sejtjük tehát, hogy egy képletre rápillantva az alábbi általános szabállyal tudjuk eldönteni, hogy a képlet által leírt erő valódi-e, vagy csak képzetelbeli:
- valódi erők: amelyeknek a képletében nem szerepel az *m* tehetetlen tömeg,
- tehetetlenségi „erők“ (képzeletbeli erők): amelyeknek a képletében megjelenik az *m.*

Néhány példa annak ellenőrzésére, hogy ez az utóbbi állítás valóban megállja a helyét (t.i. hogy a valódi erők képletében valóban nem szerepek az *m*):

$-k \cdot \vec{x}$	(rugóerő)
$\mu \cdot n \cdot \vec{e}_s$	(csúszó súrlódási erő)
$q \cdot \vec{E}$	(elektromos erő)
$q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$	(mágneses erő)
$\vec{T}$	(fonálerő)
$m \cdot \vec{g}$	(gravitációs erő)
…	

Álljunk csak meg! Ez az utolsó, az $m \cdot \vec{g}$, pontosan úgy néz ki, mint egy képzeletbeli, tehetetlenségi „erő“ képlete! Igaz, hogy az *m* betűt itt más értelemben használtuk (az ún. *súlyos tömeg* jelölésére), de – nagypontosságú kísérletek tanúsága szerint – bármely test esetén a súlyos tömeg megegyezik a tehetetlen tömeggel.

Matematikai szempontból az egyetlen logikus és következetes lépés csak az lehet, ha az $m \cdot \vec{g}$-t kivesszük az $\vec{F}_e$ eredő erőből, és a tehetetlenségi erők egyikének tekintjük!

Ebből viszont (*fizikai* szempontból) kénytelenek vagyunk azt a következtetést levonni, hogy a gravitáció nem valódi erő. Képzeletbeli „erő“ csupán, amit nem fejt ki semmi. Tehetetlenségi „erő“. Az egyedüli ok, amiért erőnek tűnik, az, hogy *nem inerciarendszerben* vagyunk. (A helyzet teljesen hasonló pl. a centrifugális „erőhöz“, amit szintén csak a forgó vonatkoztatási rendszerbeli nézőpontunk esetén „észlelünk“.)

Egész eddig úgy gondoltuk, hogy a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszer inerciarendszer (ha elhanyagoljuk a Föld forgásának hatását): az (1) jobb oldalán szereplő 4 utolsó tag zérus. Most viszont kiderül, hogy *nem* inerciarendszer (hiszen a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben egy a Földfelszín közelében levő testre ható eredő erőbe mindig bele kellett venni az $m \cdot \vec{g}$ tagot)! A Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben tehát a mozgásegyenletet át kell rendeznünk az

$$m\vec{a} = \vec{F}_e^* + m\vec{g}, \qquad (2)$$

alakra, ahol $\vec{F}_e^*$ a *„tényleg, igazán, becsszó valódi”* erők eredője, amelyből ki kellett vennünk a gravitációt, hiszen ez – gondolatmenetünk alapján – tehetetlenségi „erőnek“ bizonyult.
A Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszer tehát *gyorsuló* vonatkoztatási rendszer. De milyen irányban és mekkora gyorsulással mozog (egy inerciarendszerhez képest)?

Hogy erre a kérdésre válaszolhassunk, előbb tekintsük az (1) egyszerűsített, forgási tagokat nem tartamazó változatát:

$$m\vec{a} = \vec{F}_e - m\vec{a}_{tr} \qquad (3)$$

A (3) egyenlet olyan vonatkoztatási rendszerben írja le a test mozgását, amely az inerciarendszerekhez képest $\vec{a}_{tr}$-rel gyorsul.

(2)-t és (3)-at összevetve megkapjuk kérdésünkre a választ: amikor a Föld felszínén állunk, $(-\vec{g})$-vel gyorsulunk egy inerciarendszerhez viszonyítva. Másszóval ilyenkor az inerciarendszerek $\vec{g}$-vel gyorsulnak hozzánk képest. Másszóval az inerciarendszerek *szabadon esnek*! Amit eddig gyorsuló vonatkoztatási rendszernek tekintettünk volna – hiszen „lefelé gyorsul g-vel“ –, arról most kiderül, hogy inerciarendszer!

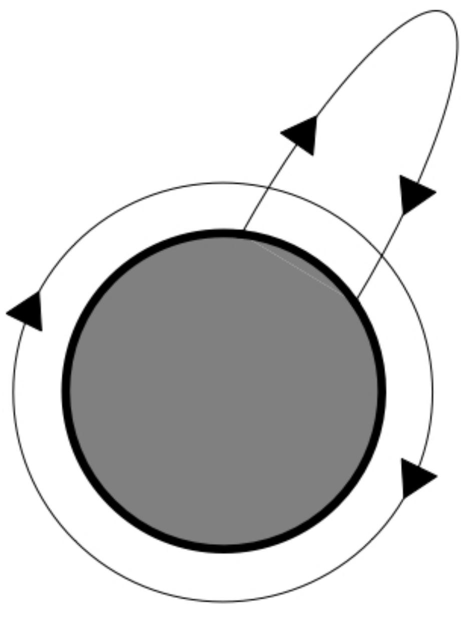
Ellenőrizzük, valóban létezhet-e ez. Például egy szabadon eső lift valóban inerciarendszer?

(1) Teljesíti-e N1-et? Teljesíti, méghozzá látványosan. (Ha egy tárgyat a lift falaihoz képest nyugalomból elengedünk, az a lift falaihoz képest nyugalomban is marad.)
(2) Teljesíti-e N2-t? Igen. Csak nem szabad elfelejtenünk, hogy az eredő erőnek $\vec{F}_e^*$-t kell tekintenünk (azaz ki kell belőle vennünk a gravitációt).
(3) Teljesíti-e N3-at? Igen, teljesíti (de ismét csak akkor, ha az eredő erőből a gravitációt kihagyjuk).

Végkövetkeztetésünk: *bármely vonatkoztatási rendszer, amely szabadon (azaz csak a gravitáció hatása alatt) lebeg (vagy esik), inerciarendszer. Az olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyben figyelembe kell venni a gravitációs „erőt“, nem inerciarendszerek.*

****

3. Tekintsünk két „szabadon eső“ testet: az egyik a Föld körül kering, a másikat feldobjuk, aztán visszaesik a földre (ld. a lenti ábrát). A paraméterek (pl. a második test indulási sebessége) gondos beállításával elérhető, hogy a két test *kétszer* találkozzon. Másszóval világvonalaik kétszer keresztezik egymást. Márpedig ezek a testek mindketten lokális *inerciarendszerek*. Ebből az a furcsa eredmény adódik, hogy különböző inerciarendszerek világvonalai egynél többször is metszhetik egymást!



Ez kirívó ellentétben áll azzal, amit jelen gondolatmenetünk legelején találtunk (ti. hogy az inerciarendszerek világvonalai egyenesek, ezért bármely kettő legfeljebb egyszer metszheti egymást).

Ebből kétféle következtetést vonhatunk le:

Vagy:
(1) Az inerciarendszerek világvonalai mégsem egyenesek, hanem görbe vonalak. (Ez elég fájdalmas következtetés, tekintve hogy milyen egyszerű és szép volt az a geometriai kép, amellyel gondolatmenetünket kezdtük.)

Vagy:
(2) Kezdeti geometriai képünk *mégiscsak* helyes; az inerciarendszerek világvonalai *igenis* egyenesek (a nem-inerciarendszerekéi pedig görbék), de *maga a téridő görbült*! (Analógia: a téridő olyan, mint egy görbült *felület*, amelyen az „egyenes“ (=geodetikus) *vonalak* metszhetik egymást egynél többször.)

A második magyarázat természetesen sokkal esztétikusabb, mint az első.

A következő kérdés tehát: mi *okozza* a téridő görbültségét? Válasz: az egész bonyodalom a gravitációból és az *m* súlyos tömegből eredt. Tehát feltételezhetjük, hogy a (súlyos) tömegek azok, amik a környezetükben begörbítik a téridőt.

Eljutottunk végállomásunkhoz, az általános relativitáselmélet alapgondolatához.

John Wheeler szavaival: „A tömeg mondja meg a téridőnek, hogy hogyan görbüljön[1], a téridő mondja meg a tömegnek, hogy hogyan mozogjon[2].”

[1] Ennek matematikai leírása az ún. Einstein-egyenlet.
[2] Ti. „egyenes“ (azaz geodetikus) világvonalon; ennek precíz matematikai leírását adja meg az ún. geodetikus egyenlet.