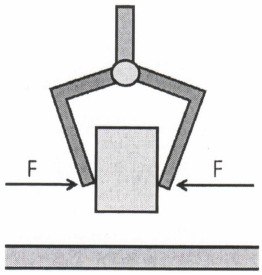
Villamosmérnök alapszak Fizika1 3. vizsga dolgozat, 2020. jan. 22.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes

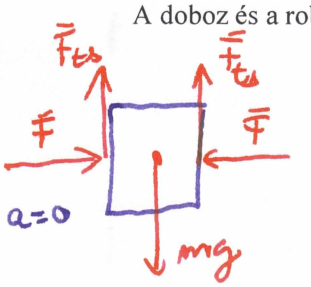
NÉV: _____ **Neptun kód:** _____

Előadó: Márkus / Sarkadi / vizsgakurzus

1. Egy ipari robot feladata, hogy m tömegű dobozokat emeljen h magasságba. A dobozokat a robotkar oldalirányból szorítja meg F erővel az ábra szerint.

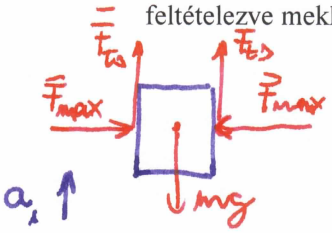


a) Mekkora F_{min} minimális erővel kell a robotkarnak megszorítania a dobozt, hogy azt meg tudja emelni anélkül, hogy a doboz kicsúszna a robot „kezéből"? A doboz és a robotkar közti tapadási súrlódási együttható értéke μ_0. (1)



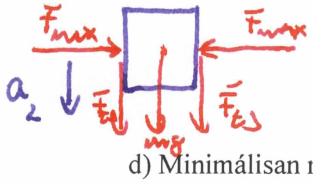
$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = 0$$
$$2F_{ts} = mg$$
$$F_{ts} \leq F\cdot\mu_0$$
$$\Rightarrow 2F\mu_0 \geq mg$$
$$F \geq \frac{mg}{2\mu_0}$$
$$\Rightarrow \boxed{F_{min} = \frac{mg}{2\mu_0}}$$

b) Ha a dobozt F_{max} erőnél nagyobb erővel szorítjuk meg, a doboz összeroppan. Maximális szorítóerőt feltételezve mekkora függőlegesen felfelé irányuló gyorsulással képes a robot emelni a dobozt? (1).



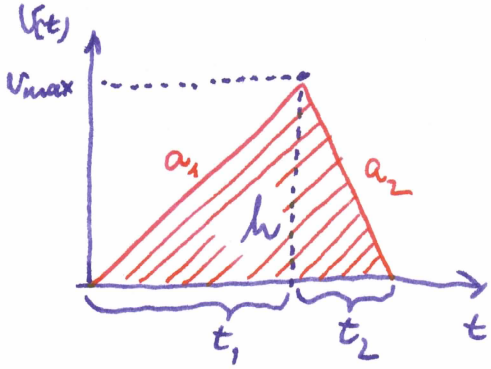
$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$
$$2F_{ts} - mg = a\cdot m$$
$$F_{ts} \leq F_{max}\cdot\mu_0$$
$$\Rightarrow am \leq 2F_{max}\mu_0 - mg$$
$$a \leq \frac{2F_{max}\mu_0}{m} - g$$
$$\boxed{a_1 = \frac{2F_{max}\mu_0}{m} - g}$$

c) A felfelé mozgó dobozt a robot továbbra is F_{max} erővel szorítja. Maximálisan mekkora nagyságú, függőlegesen lefelé irányuló gyorsulással képes lassítani a robot a dobozt? (1)



$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$
$$2F_{ts} + mg = ma$$
$$F_{ts} \leq F_{max}\cdot\mu_0$$
$$ma \leq 2F_{max}\mu_0 + mg$$
$$a \leq \frac{2F_{max}\mu_0}{m} + g$$
$$\boxed{a_2 = \frac{2F_{max}\cdot\mu_0}{m} + g}$$

d) Minimálisan mennyi idő szükséges ahhoz, hogy a robot egy nyugvó dobozt felemeljen úgy, hogy a h magasság elérésének pillanatában a doboz sebessége újból nulla értékű legyen? (2)



$$t_1 = \frac{v_{max}}{a_1} \qquad t_2 = \frac{v_{max}}{a_2}$$

$v(t)$ görbe alatti terület: h

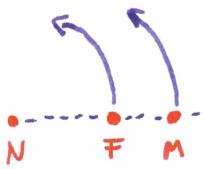
$$h = \triangle = \frac{v_{max}(t_1+t_2)}{2} = \frac{v_{max}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2h}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}}} = \sqrt{\frac{2h\,a_1a_2}{a_1+a_2}}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{v_{max}}{a_1} + \frac{v_{max}}{a_2} = \sqrt{\frac{2h}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}}}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right) = \boxed{\sqrt{2h\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)}}$$

2. A Föld R_F távolságra van a Naptól. Tudjuk, hogy keringési ideje $T_F=1$ *év*. A Mars Naptól mért távolsága $R_M={}^3/_2R_F$. A $t=0$ időpillanatban a Nap, a Föld és a Mars ebben a sorrendben egy egyenesre esnek, amit a bolygók együttállásának nevezünk. Feltételezzük, hogy a bolygók körpályán keringenek. Az alábbiakban számoljunk szimbolikusan, fejezzünk ki mindent R_F és T_F segítségével!

a) Mekkora a Mars keringési ideje? (1) Mekkora a Föld és a Mars keringésének szögsebessége? (0,5)



$$\frac{T_M^2}{T_F^2}=\frac{R_M^3}{R_F^3} \Rightarrow T_M=\sqrt{\frac{R_M^3}{R_F^3}}\ \boxed{T_M=\sqrt{\frac{27}{8}}\,T_F}$$

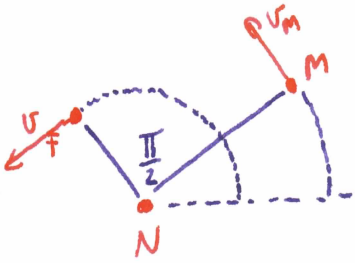
$$\boxed{\omega_F=\frac{2\pi}{T_F}} \qquad \omega_M=\frac{2\pi}{T_M}=\boxed{\sqrt{\frac{8}{27}}\cdot\frac{2\pi}{T_F}}=\sqrt{\frac{8}{27}}\cdot\omega_F$$

b) Mennyi idő múlva lesz legközelebb a $t=0$ időpillanathoz hasonló együttállás? (1)

t kérdéses idő alatt a Föld egyel többször kerüli meg a Napot, mint a Mars: $\varphi_F=2\pi+\varphi_M \Rightarrow \omega_F t=2\pi+\omega_M t$

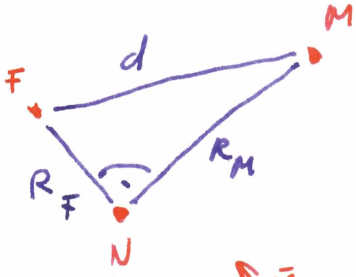
$$t=\frac{2\pi}{\omega_F-\omega_M}=\frac{2\pi}{2\pi\left(1-\sqrt{\frac{8}{27}}\right)}T_F=\boxed{\frac{1}{1-\sqrt{\frac{8}{27}}}\,T_F}\approx 2{,}19\ \text{év}$$

c) Mikor lesz legközelebb merőleges egymásra a két bolygó sebességvektora? (0,5) Mekkora távolságra van ekkor egymástól a két bolygó? (1) Mekkora ekkor a Mars Földhöz viszonyított sebességének nagysága? (1)

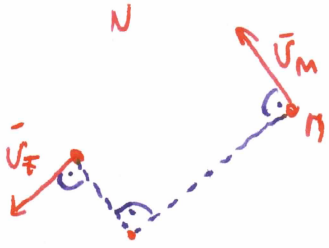


$$\varphi_F=\frac{\pi}{2}+\varphi_M \qquad \omega_F\cdot t=\frac{\pi}{2}+\omega_M\cdot t$$

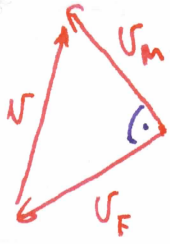
$$t=\frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi(\omega_F-\omega_M)}=\boxed{\frac{1}{4\left(1-\sqrt{\frac{8}{27}}\right)}\,T_F}\cong 0{,}54\ \text{év}$$



$$d=\sqrt{R_F^2+R_M^2}=R_F\sqrt{1+\frac{9}{4}}=\boxed{\frac{\sqrt{13}}{2}R_F}$$



$\Rightarrow$



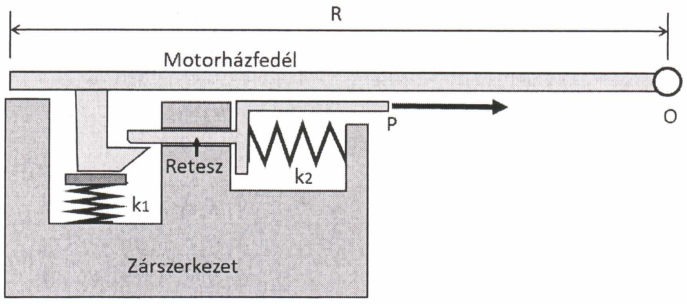
$$v=\sqrt{v_F^2+v_M^2}=\sqrt{R_F^2\omega_F^2+R_M^2\omega_M^2}$$

$$v=\sqrt{R_F^2\cdot\omega_F^2+\frac{9}{4}R_F^2\cdot\frac{8}{27}\omega_F^2}$$

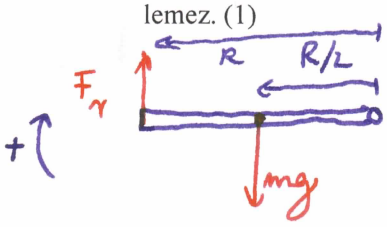
$$v=R_F\omega_F\sqrt{1+\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{5}{3}}R_F\omega_F$$

$$\boxed{v=2\pi\sqrt{\frac{5}{3}}\,\frac{R_F}{T_F}}$$

3. Egy autó m tömegű motorházfedelét az ábrán látható zárszerkezet rögzíti. Zárt állapotban a k_1 rugó x mértékben össze van nyomva. Ha a reteszt a P pontban a nyíl irányában meghúzzák, a motorházfedél felpattan, kissé megemelkedik az O tengely körül elfordulva. A zár minden mérete elhanyagolható R-hez képest.



a) Legalább mekkorának kell választanunk a k_1 rugóállandót, ha azt szeretnénk, hogy a motorháztető megemelkedjen a retesz kioldása után? Feltételezzük, hogy a motorháztető egy homogén tömegeloszlású, téglalap alakú lemez. (1)

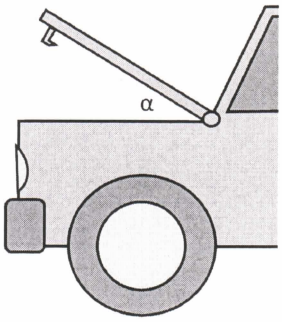


$$\Sigma M > 0$$

$$0 < F_1 \cdot R - \frac{R}{2} mg \Rightarrow k_1 x - \frac{mg}{2} > 0$$

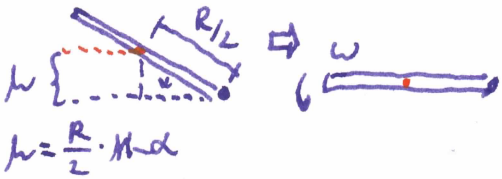
$$\boxed{k_1 > \frac{mg}{2x}}$$

b) A motorházfedelet úgy szokták bezárni, hogy a vízszinteshez képest α szögben megemelik, majd kezdősebesség nélkül elengedik. A lecsapódó motorháztető bezárul. Mekkora a szögsebessége a motorházfedélnek, mikor az már közel vízszintes helyzetű, de még nem lépett kölcsönhatásba a zárszerkezettel? A fedél tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = {}^1/_3 mR^2$ (1,5)



Mechanikai energia megmaradás törvénye:

$$E_{pot1} + E_{kin1} = E_{pot2} + E_{kin2} \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 + 0$$



$$h = \frac{R}{2} \cdot \sin\alpha$$

$$mg\frac{R}{2} \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot mR^2\omega^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{3g\sin\alpha}{R}}$$

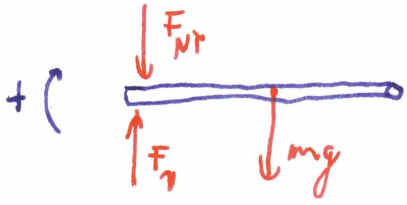
c) Milyen α szöggel jellemezhető helyzetből kell indítanunk a fedelet, hogy a zárszerkezet képes legyen bezáródni? Feltételezzük, hogy a k_1 rugóállandó nagyobb, mint az a) feladatban meghatározott érték, és $k_2 << k_1$, a súrlódások pedig elhanyagolhatóak. (1,5)

Mech. energ. megmaradás tv.

$$0 + mg\frac{R}{2} \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}k_1x^2 + 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{k_1x^2}{mgR}}$$

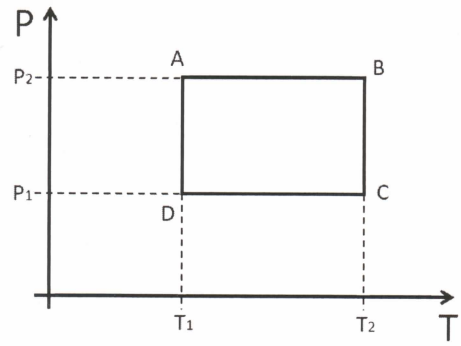
d) Sokan nem a b) feladatban leírt módon zárják be a motorházfedelet, hanem inkább óvatosan lehajtják, majd a zárszerkezet felett függőleges irányú nyomóerőt fejtenek ki a fedélre. Mekkora erőt kell kifejtenünk, hogy a zár rögzítse a fedelet? (1)



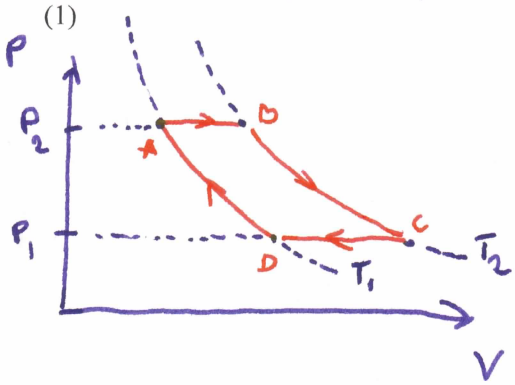
$$0 > \Sigma M = k_1x \cdot R - F_{Nr} \cdot R - mg\frac{R}{2}$$

$$\boxed{F_{Nr} > k_1x - \frac{mg}{2}}$$

4. Az ábrán n mól egyatomos ideális gáz körfolyamatát ábrázoltunk ***P-T*** diagramon. A nyomás és hőmérséklet értékek az ábráról leolvashatóak.

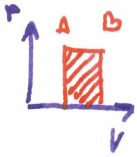


a) Vázlatosan ábrázoljuk a körfolyamatot ***P-V*** diagramon! (1)



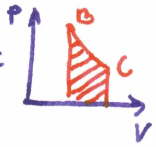
b) Mennyi munkát végez a gáz az AB folyamat során? (1)

$$P_2 V_A = nRT_1 \Rightarrow V_A = \frac{nRT_1}{P_2} \qquad P_2 V_B = nRT_2 \Rightarrow V_B = \frac{nRT_2}{P_2}$$

$W_{AB} =$ 

$$= P_2(V_B - V_A) = P_2\left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_2}\right) = \boxed{nR(T_2 - T_1)}$$

c) Mennyi munkát végez a gáz a BC folyamat során? Matematikából tudjuk, hogy az $\frac{a}{x}$ függvény görbe alatti területe az x_1 és x_2 határok között: $a \cdot ln\frac{x_2}{x_1}$ (1)

$W_{BC} =$ 

$$V_B = \frac{nRT_2}{P_2} \qquad V_C = \frac{nRT_2}{P_1}$$

$$P(V) = \underbrace{nRT_2}_{a} \cdot \underbrace{\frac{1}{V}}_{1/x} \Rightarrow W = nRT_2 \ln\frac{V_C}{V_B} = \boxed{nRT_2 \cdot \ln\frac{P_2}{P_1}}$$

d) Mennyi hőt vesz fel a gáz a BC folyamat során? (1)

$Q = \Delta E_b + W_{gáz}$ Mivel $B \to C$ izoterm, $\Delta E_b = 0$

$$Q = W_{gáz} = \boxed{nRT_2 \cdot \ln\frac{P_2}{P_1}}$$

e) Mennyi a gáz entrópia-változása a BC folyamat során? (1)

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{nRT_2 \cdot \ln P_2/P_1}{T_2} = \boxed{nR \cdot \ln\frac{P_2}{P_1}}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

---

1. Az inercia-rendszer olyan vonatkoztatási rendszer, melyben ……igaz a tehetetlenség törvénye……

2. Origóból 45°-os szög alatt elhajított test pályájának tetőpontján a helyvektor y koordinátája ……kisebb……, mint az x koordinátája.

3. Egy ismeretlen bolygó felszínén a nehézségi gyorsulás értéke fele a földi értéknek. A bolygón adott magasságból elejtett test földetérési ideje ……$\sqrt{2}$…… –szerese a Földön mért földetérési időnek.

4. Egyenletesen gyorsuló körmozgást végző test eredő gyorsulásvektora és sebességvektora által bezárt szög ……kisebb…… mint 90°.

5. Az Északi-sarkon nyugvó testre nem hat ……centrifugális…… erő.

6. Egy homogén tömegeloszlású, gömb alakú bolygó felszínén a nehézségi gyorsulás értéke g. Egy kétszer akkora, ugyanilyen anyagú bolygó felszínén a nehézségi gyorsulás értéke: ..2g..

7. A Napból a bolygóhoz húzott sugár ……egyenlő időközök…… ……alatt egyenlő területek…… súrol.

8. Pontrendszer ……impulzusa…… állandó, ha a pontrendszerre ható külső erők eredője nulla.

9. A csillapítási tényező SI mértékegysége: ……1/s……

10. A mindkét végén nyitott síp alaphangjának és első felharmonikusának frekvencia-aránya: ……1:2……

11. Az ekvipartíció tételének értelmében a részecskék egy szabadsági fokára jutó energia átlagos értéke: ……$\frac{1}{2}kT$……

12. Ha a Boltzmann-állandót és az Avogadro-számot összeszorozzuk, az ……univerzális gázállandót…… kapjuk.

13. A P-V diagram adott pontján áthaladó izoterma-görbe meredekségének abszolút értéke ……kisebb……, mint az ugyanazon ponton áthaladó adiabata-görbéé.

14. Egy test belső energiájának megváltozása egyenlő a testtel közölt hő, valamint a ……testen végzett munka…… összegével.

15. A hőszivattyúk P-V diagramon ábrázolt körfolyamatának körüljárási iránya az óramutató járásával ……ellentétes…… irányú.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Ismertessen matematikai módszert, mellyel egy tömegpont sebesség-idő függvényéből származtatható a hely-idő függvény (0,5) valamint a gyorsulás-idő függvény! (0,5) Adja meg egy harmonikusan rezgő tömegpont hely-idő, sebesség-idő, valamint gyorsulás-idő függvényét! (1,5) Nevezze meg a benne szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5)

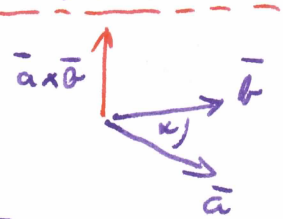
- A hely-idő függvény előállítható a sebesség-idő függvény görbe alatti területének meghatározásával.
- A gyorsulás-idő függvény előáll a sebesség-idő függvény meredekségfüggvényének meghatározásával.

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$
$$a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$x(t)$: hely-idő fv. $v(t)$: sebesség-idő fv
$a(t)$: gyorsulás-idő fv. A: amplitúdó
ω: körfrekvencia φ_0: kezdőfázis

2. Hogyan határozható meg két vektor vektoriális szorzatának abszolútértéke a vektorok nagyságának és közbezárt szögének ismeretében? (0,5) Adjon meg matematikai összefüggést a forgó koordináta-rendszerekben értelmezett Coriolis-erő vektorának kiszámítására! (0,5) Milyen esetben nem hat Coriolis-erő egy forgó vonatkoztatási rendszerben mozgó testre? (0,5) Magyarországon milyen irányban kell mozognunk, hogy a ránk ható Coriolis-erő vízszintes legyen? (0,5) Fejtse ki egy mondatban, mit nevezünk Foucault-ingának! (1)

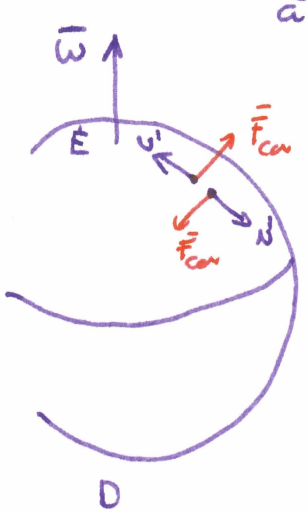
$$|\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin\alpha$$



Coriolis-erő

$$\bar{F}_{cor} = -2m(\bar{\omega} \times \bar{v}')$$

Coriolis-erő nem hat, ha $\bar{v}' \parallel \bar{\omega}$



A Coriolis-erő vízszintes, ha K-felé, vagy D felé mozgunk.

Foucault-inga: Kis csillapítású matematikai inga, mellyel igazolható, hogy a Föld forgó vonatkoztatási rendszer. Az ingatestre ható Coriolis-erő az inga lengési síkját lassan elfordítja.

3. Írja fel a tömegpontrendszerek impulzusmomentum-tételét matematikai összefüggés segítségével (0,5), valamint fogalmazza meg egy mondatban! (1) Hogyan következik a pontrendszerek impulzusmomentum-tételéből az impulzusmomentum megmaradásának törvénye? (0,5) Fogalmazza meg a pontrendszerekre vonatkozó impulzusmomentum-megmaradás törvényét! (1)

$$\boxed{\sum \bar{M}_k = \dot{\bar{N}}} \qquad \boxed{\sum \bar{M}_k = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{N}}{\Delta t}}$$

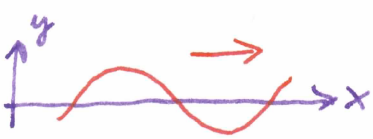
• Egy pontrendszer impulzusmomentumának időegységenkénti megváltozása egyenlő a pontrendszerre ható külső erők forgatónyomatékainak eredőjével.

• Ha $\sum \bar{M}_k = 0$, akkor $\dot{\bar{N}} = 0$, vagyis az imp. momentum nem változik.

• Pontrendszer impulzusmomentuma állandó, ha a rá ható külső erők forgatónyomatékainak eredője nulla.

4. Írja fel egy +x irányban terjedő hullám y(x,t) kitérés-idő függvényét! (0,5) Nevezze meg a bevezetett fizikai mennyiségeket! (1) Hogyan módosul a fenti összefüggés, ha a hullám –x irányban terjed? (0,5) Mennyi a hullámhossz és a periódusidő hányadosa? (0,5) Milyen távol van egymástól a hullámtér két legközelebbi pontja, melyek π fáziskülönbséggel rezegnek? (0,5)

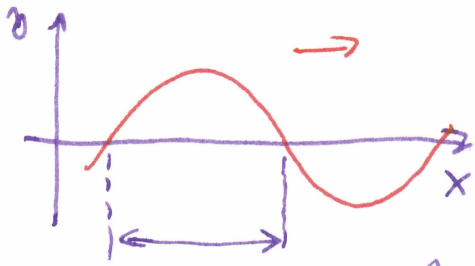
$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$



A: amplitúdó k: hullámszám ω: körfrekvencia

$$y(x,t) = A \sin(kx + \omega t)$$

$$\frac{\lambda}{T} = c: \text{ terjedési sebesség}$$



π fáziskülönbség ⇒ $\frac{\lambda}{2}$ távolság

$$kx = \pi \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = \pi$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x = \frac{\lambda}{2}}$$

5. Egy lombikot félig megtöltünk vízzel, majd a nyitott lombikban felforraljuk a vizet. Miután a gőz kiszorította a levegőt a folyadék fölül, a lombikot levesszük a tűzről, és a száját bedugjuk. A lombik külső felületére hideg vizet csorgatunk. Mit tapasztalunk? (1) Mivel magyarázható a jelenség? (1) Milyen erő hat a dugóra a kísérlet végeztével? (1)

- A lombikot hűtjük, a benne lévő víz mégis forr.
- A folyadék feletti gáztérben lévő ~~nyomás~~ gőz lecsapódik, emiatt csökken az edényben a nyomás. Alacsonyabb nyomáson a víz forrás-pontja is alacsonyabb, így a víz újra forrásban jön.
- A kísérlet végén a lombikban alacsonyabb a nyomás, mint a lombikon kívül, így a külső légnyomás nagy erővel nyomja a dugót a lombikba. A dugót emiatt igen nehéz kihúzni.