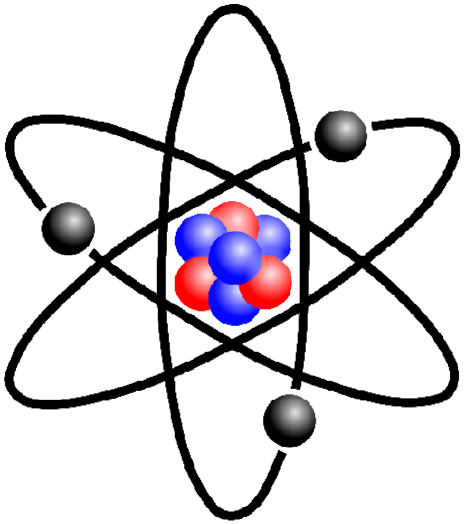
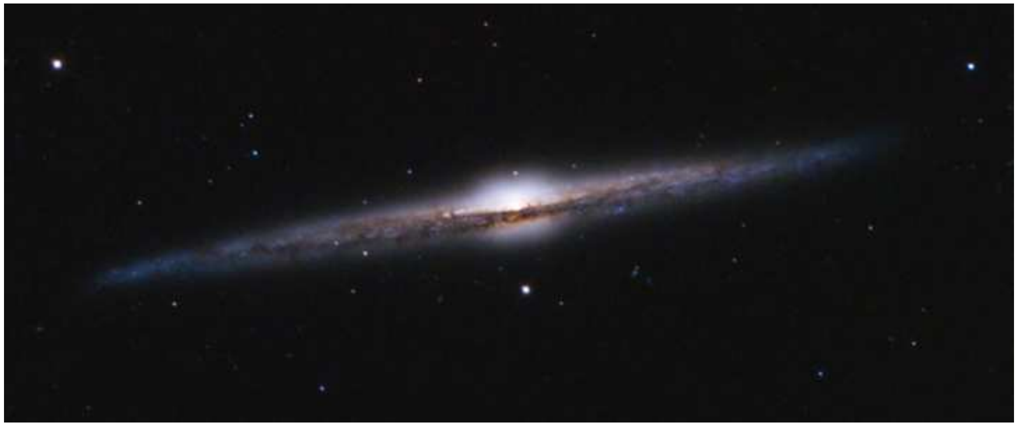
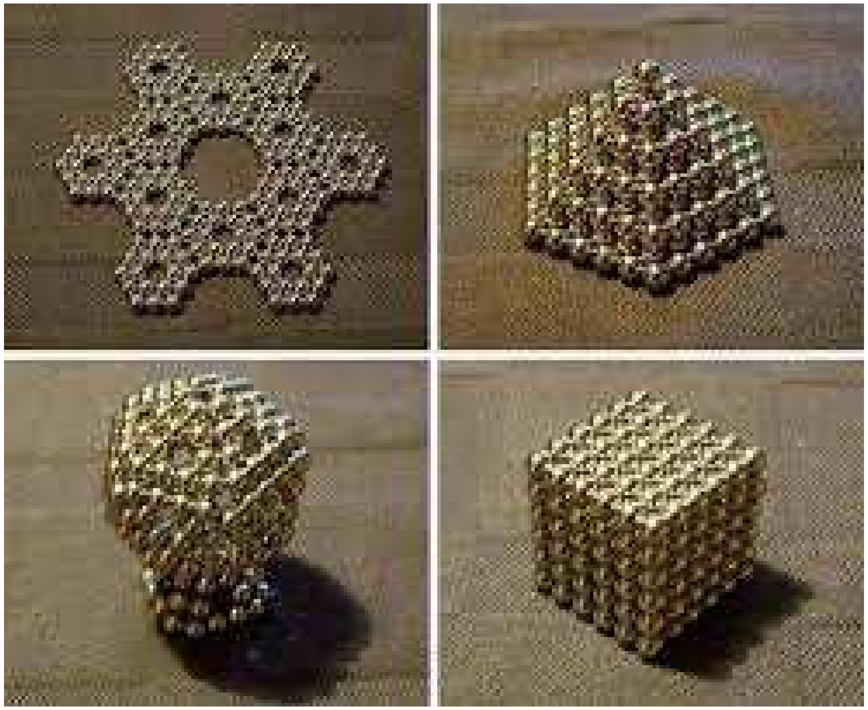


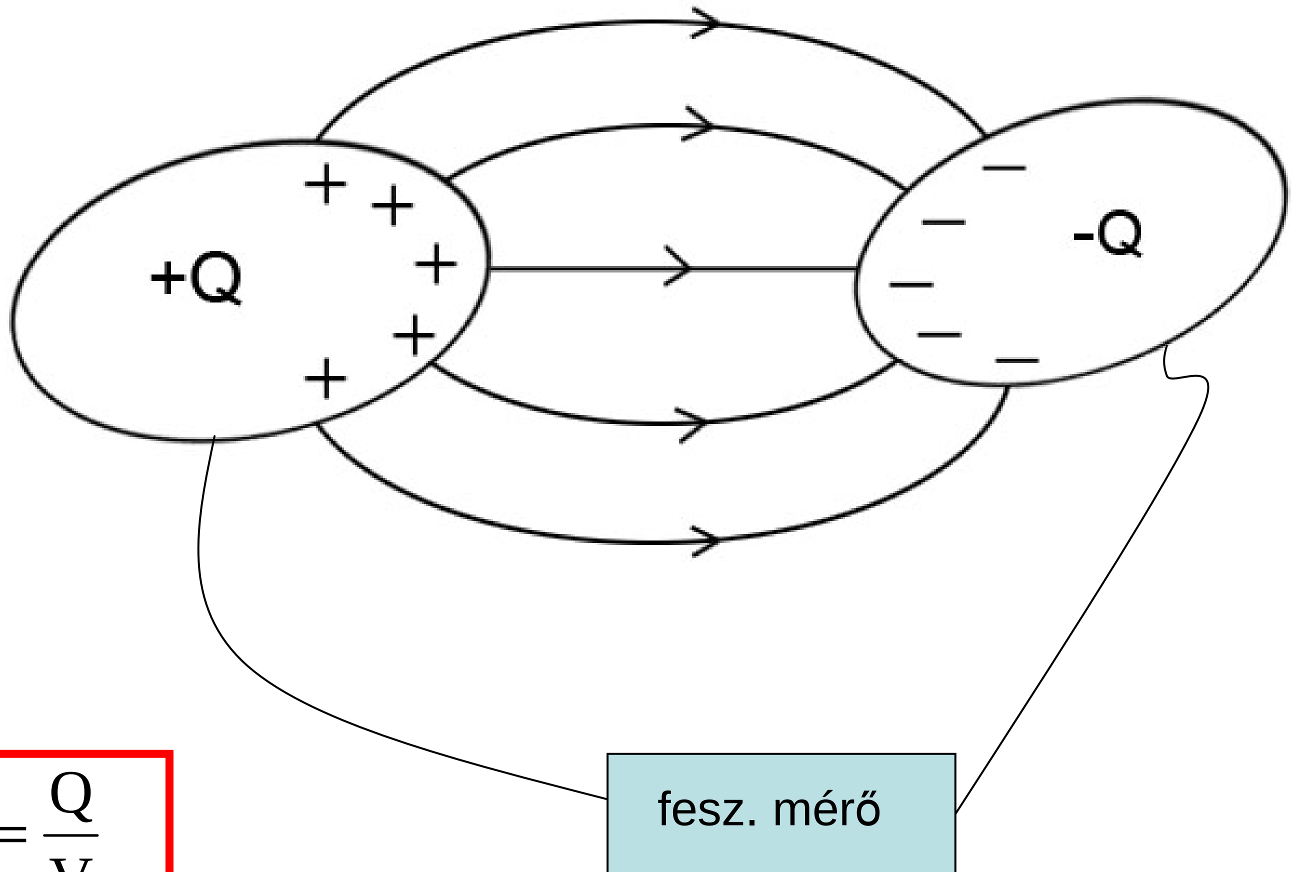


Fizika 112

13. és 14. Előadás



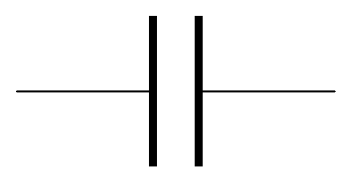
Kapacitás



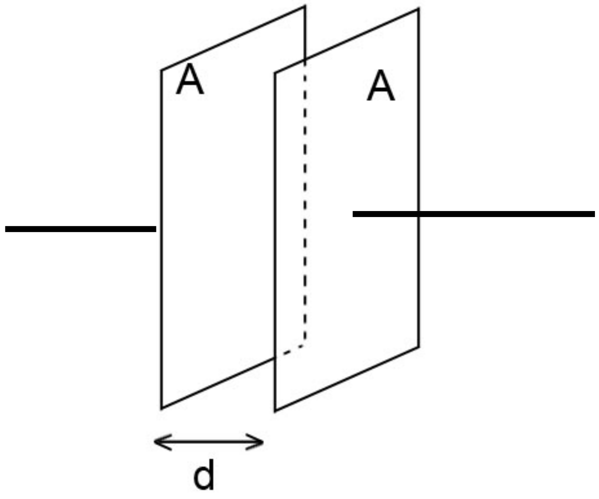
$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Mértékegység: $\left[F = \frac{C}{V} \text{ , farad} \right]$

Jelölés:

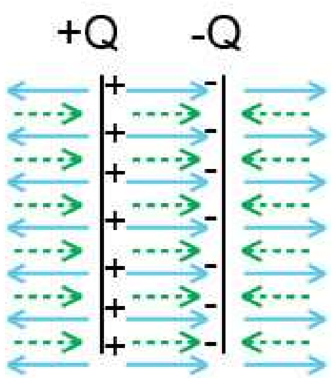


Síkkondenzátor I.

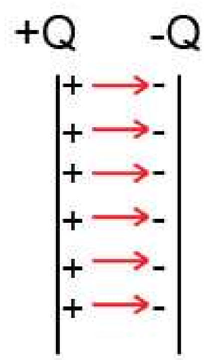


Láttuk, hogy nagy egyenletesen töltött sík tere:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$$



a .)



b .)

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}}$$

Síkkondenzátor II.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_o A}$$

$$V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_o A} \longrightarrow \boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_o A}{d}}$$

Példa: gömbkondenzátor, hengerkondenzátor

Kondenzátor energiája

$$dW = Vdq$$

$$V = \frac{q}{C}$$

$$dW = \frac{1}{C} q dq$$

$$W = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$Q = CV$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2}$$

Az elektromos mező energiája

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Síkkondenzátor:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_o A} \longrightarrow Q = \varepsilon_o AE$$

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 Ad$$

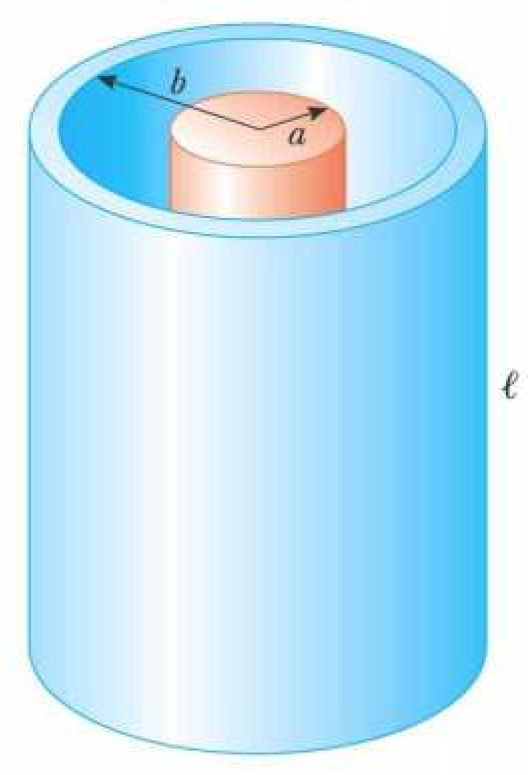
Térfogat: Ad

$$\boxed{\varepsilon_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2}$$

energiasűrűség

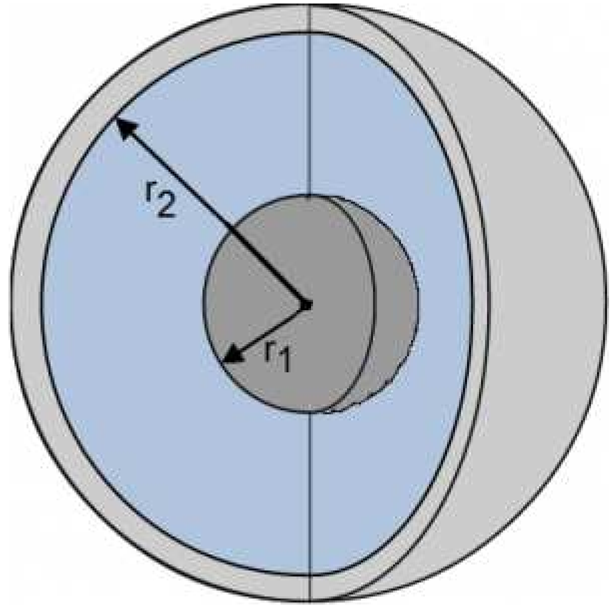
Egy V térfogatú tartomány elektrosztatikus energiája: $W = \int_V \varepsilon_E dV$

Hengerkondenzátor



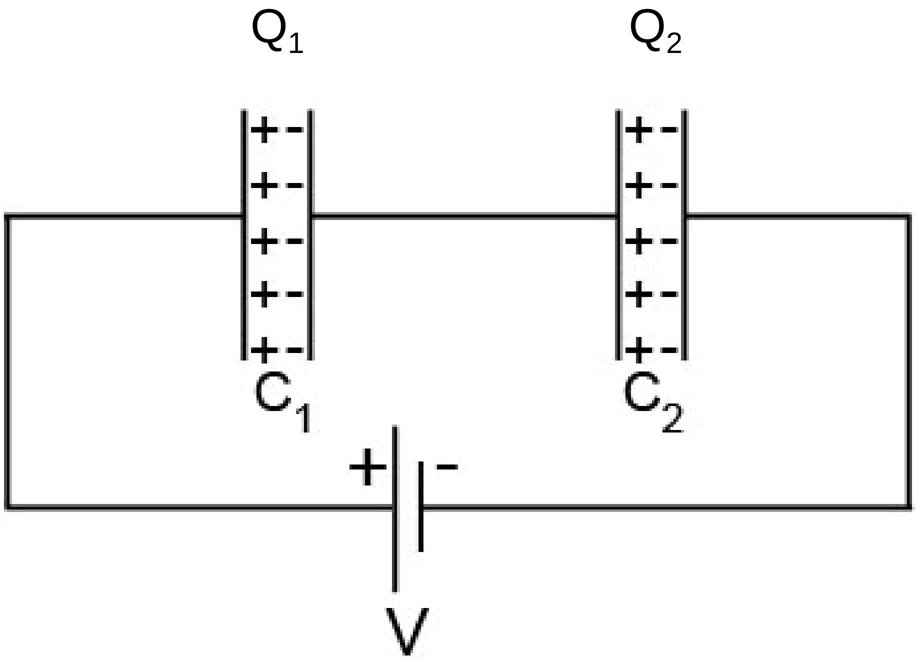
$C = ?$

Gömbkondenzátor



$C = ?$

Sorosan kötött kondenzátorok



$$V_1 + V_2 = V$$

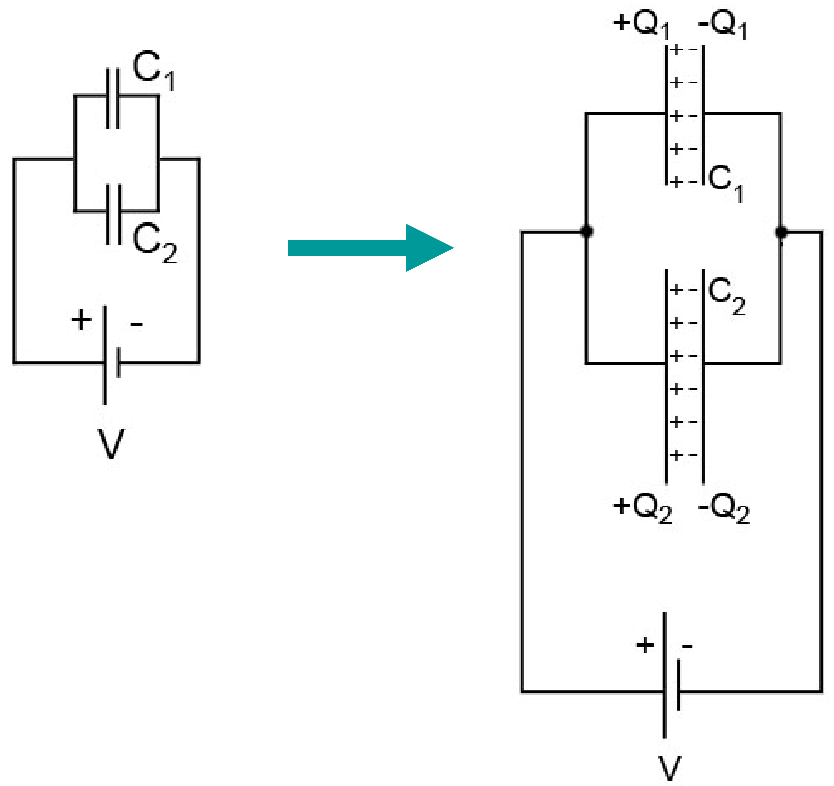
$$Q_1 = Q_2$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{Q}{C_e} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad \text{azaz} \quad \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_e} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

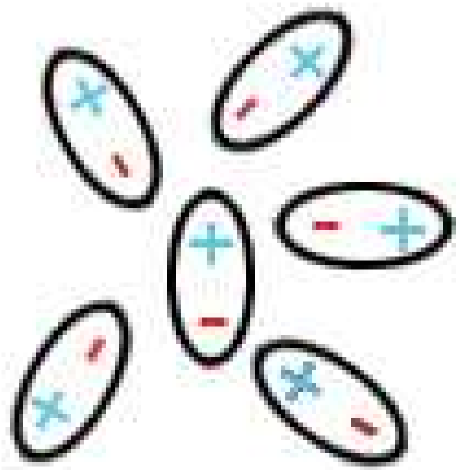
Párhuzamosan kötött kondenzátorok



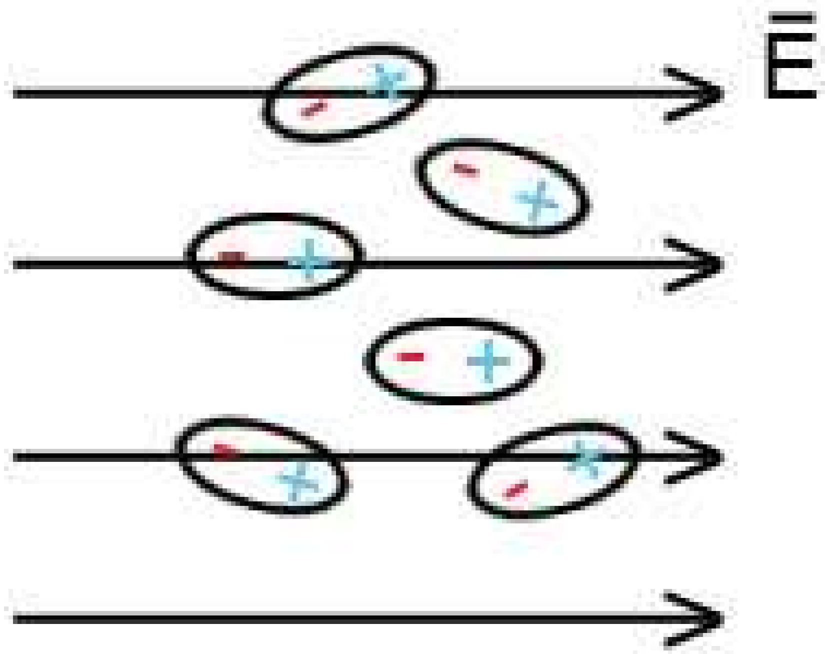
$$Q = Q_1 + Q_2 \quad \Rightarrow \quad VC_e = VC_1 + VC_2 \;\; \text{tehát} \;\; C_e = C_1 + C_2$$

$$\boxed{C_e = \sum_i C_i}$$

Dielektrikumok I.

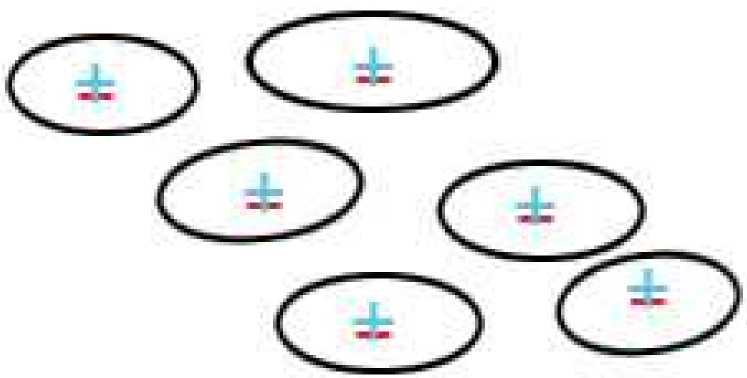


Poláros dielektrikum külső tér hiányában

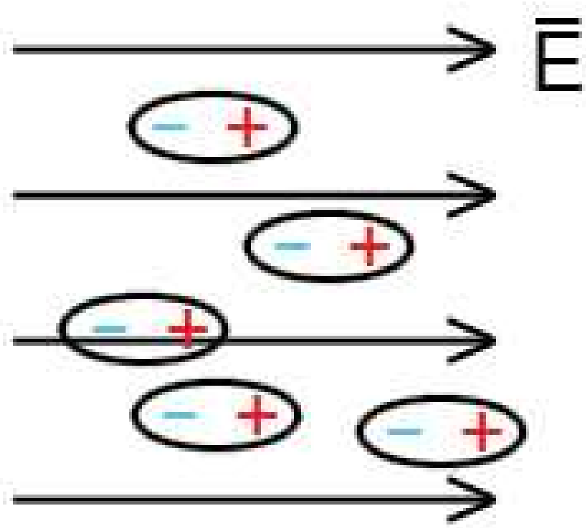


Poláros dielektrikum külső elektromos térben

Dielektrikumok II.



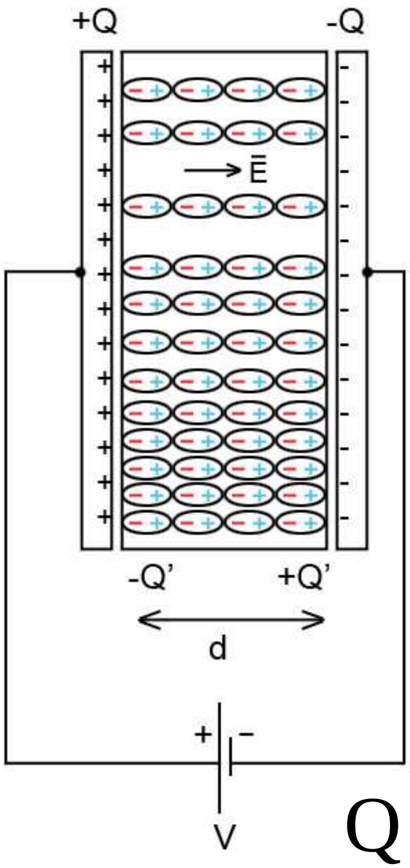
Nempoláros dielektrikum külső tér hiányában



Nempoláros dielektrikum külső elektromos térben

Dielektrikumok III.

$$P = \varepsilon_o \chi E$$



χ : az adott anyagra jellemző szuszceptibilitásérték

A dielektrikum dipólmomentuma:

$$p = PV_{\text{térf.}} = \varepsilon_o \chi E A d = Q' d$$

$$P = \frac{p}{V_{\text{térf}}} = \frac{Q'}{A} \qquad E = \frac{Q - Q'}{\varepsilon_o A}$$

$$Q = Q' + \varepsilon_o E A = \varepsilon_o \chi E A + \varepsilon_o E A = \varepsilon_o (\chi + 1) E A$$

$$V = Ed \longrightarrow \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_o (\chi + 1) E A}{Ed} \rightarrow \boxed{C = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_r A}{d}}$$

relatív dielektromos állandó ill relatív permittivitás: $(\varepsilon_r = \chi + 1)$

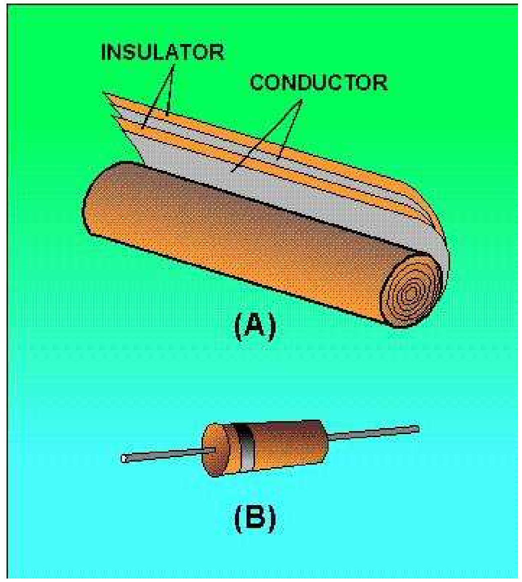
Anyag	**szuszceptibilitás**
paraffin	0.9 - 1.2
csillám	3 - 7
üveg	4 - 15
porcelán	5
víz	80
etilalkohol	20
száraz levegő	0.00059

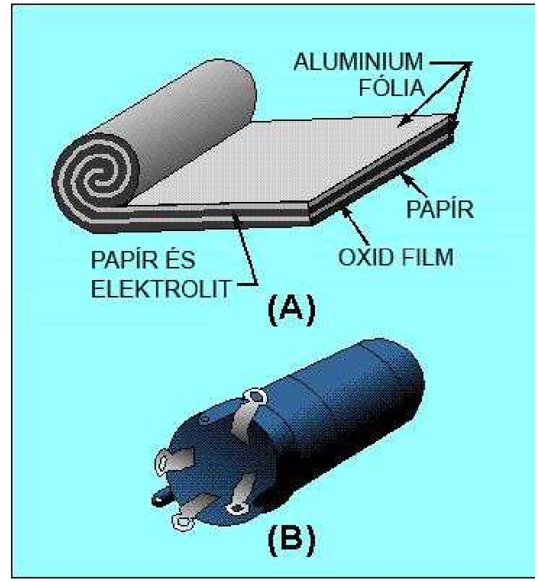
Paraffin → vezeték nélküli mikrofon

Átütési szilárdság: $\boldsymbol{E_{max}}$

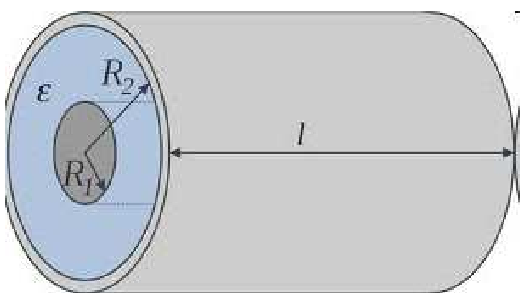
Csillám: ~ 3 MV/cm, paraffin: ~ 10 MV/cm, papír: ~ 40 kV/cm, levegő: ~ 21 kV/cm

”Síkkondenzátor”:



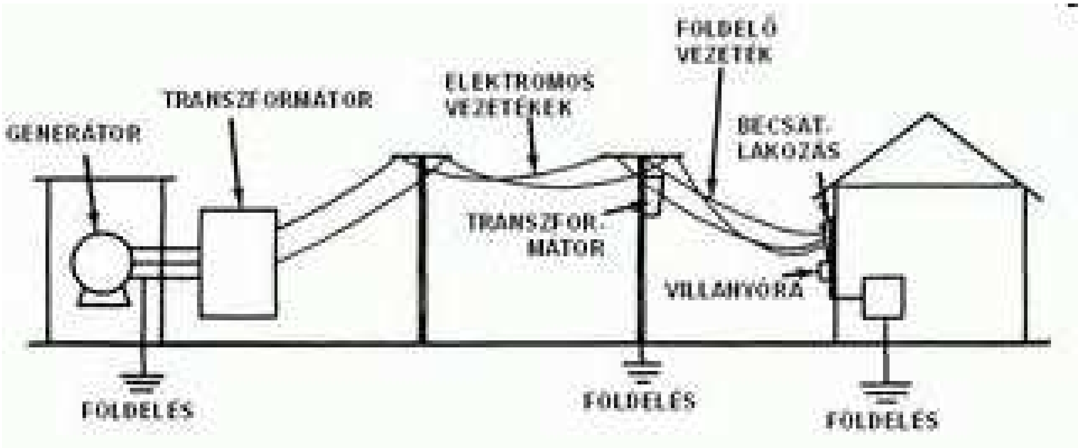


Hengerkondenzátor:

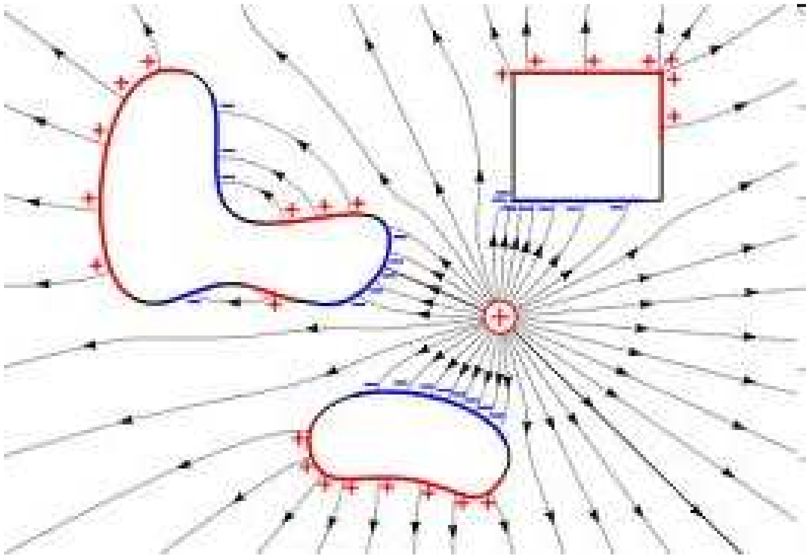


Földelés

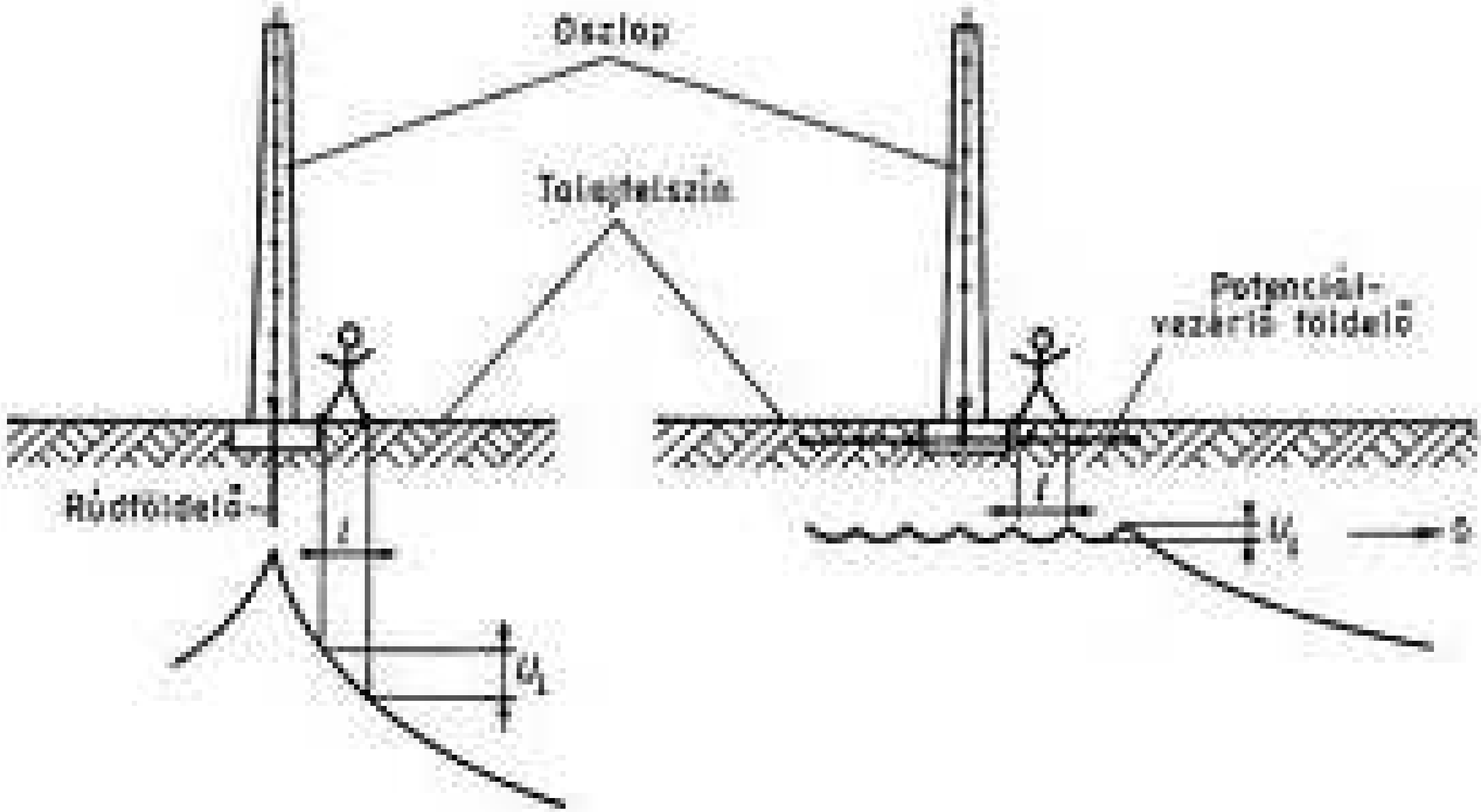
Jele: 



Elektrosztatikus szőnyeg és borítás



Lépésfeszültség



Az elektromos áram (egyenáram)

Áramerősség : $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ pontosabban $I = \frac{dQ}{dt}$

Mértékegység: A = C/s

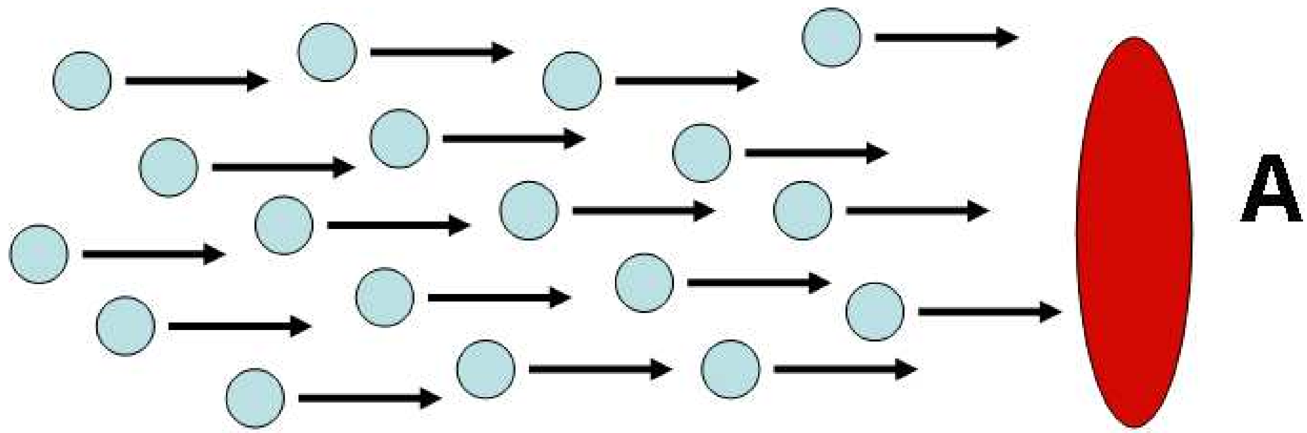
elektromos áramsűrűség : $J = \frac{\Delta I}{\Delta A}$ vagy $J = \frac{dI}{dA}$

Mértékegység: A/m^2

Technikai áramirány: pozitív töltések mozgásának iránya

Egy adott felületen áthaladó áram: $I = \int_A \vec{J} d\vec{A}$

Egy egyszerű modell: az áramlási térben a részecskék sűrűsége valamint sebessége és töltése állandó



$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

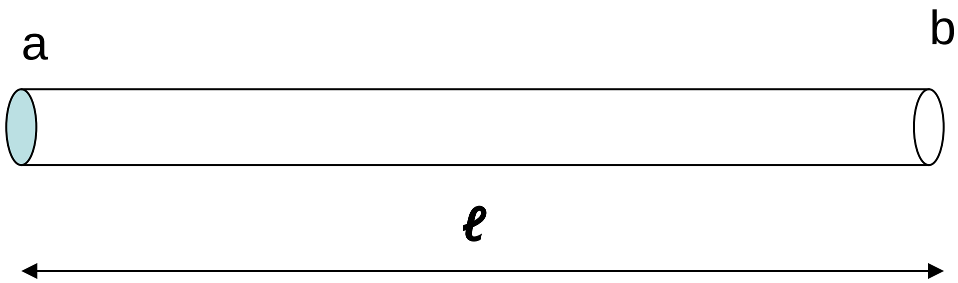
Átlagos ütközési idő: τ

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

Driftsebesség: $$v_d = a\tau = \frac{qE}{m}\tau$$

/ elektrongáz → ideális gáz modell: $v_{átl.} \approx 10^6$ m/s / ? ? ? ← rézre: $v_d \approx 10^{-4}$ m/s

Ohm törvénye



$$U_{ab} = U = E\ell$$

$$I = \frac{nq^2\tau A}{m\ell} U$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{m}{nq^2\tau} \frac{\ell}{A} = \rho \frac{\ell}{A}$$

Mértékegység: Ω = V/A

ρ : fajlagos ellenállás [mértékegysége: Ωm]

Az anyag vezetőképessége: ***σ = 1/ρ***

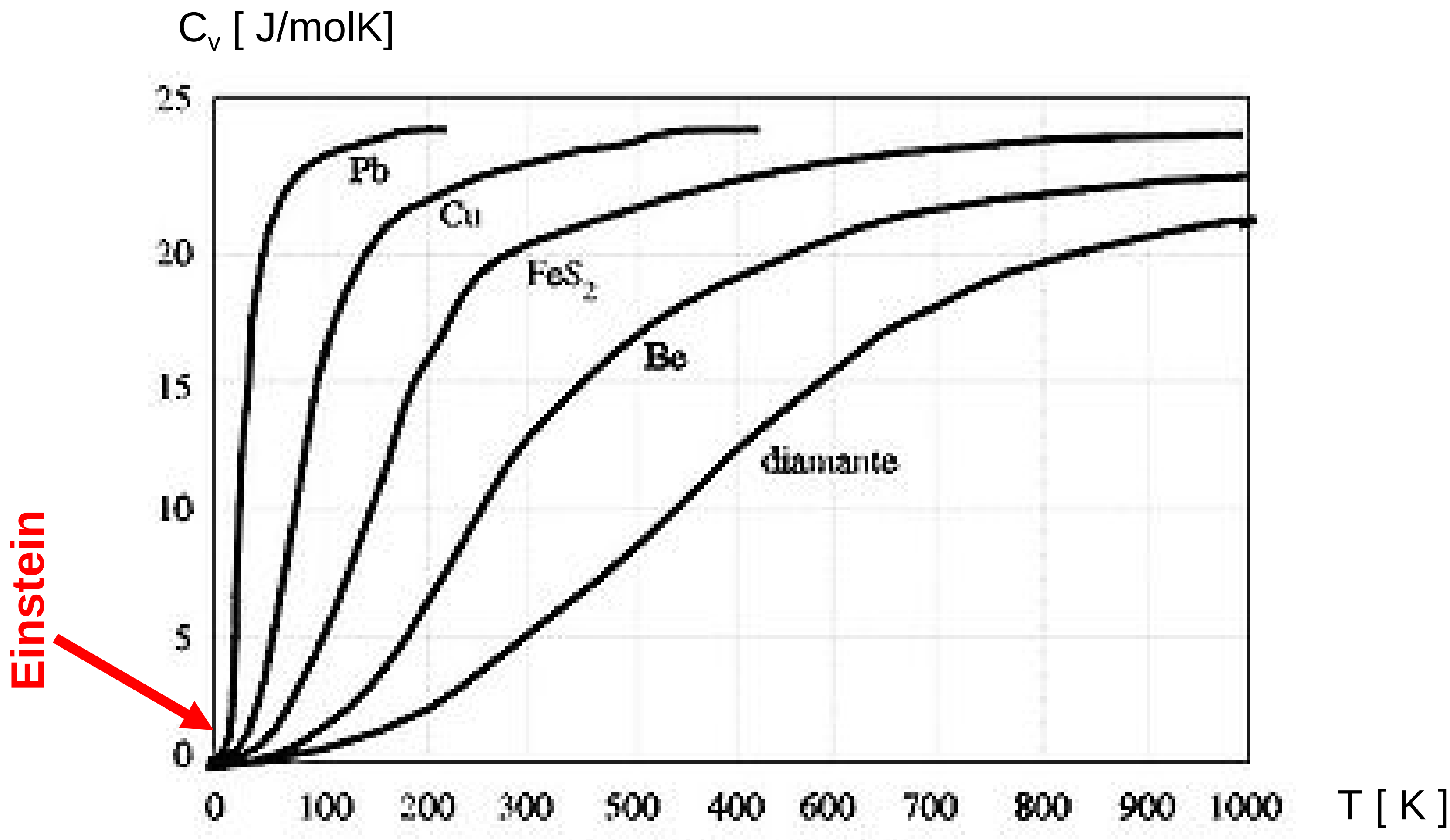
$$J = \sigma E$$

Az ellenállás hőmérsékletfüggése

$$\rho(T) = \rho_o \left[1 + \alpha(T - T_o) + \beta(T - T_o)^2 + \ldots\right]$$

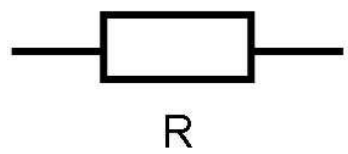
Ellenállás hőmérők:

A Dulong – Petit szabály

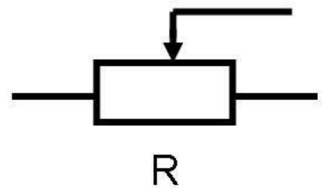


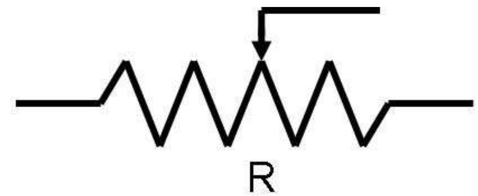
$C_v = 3R = 3 \cdot 8.31$ J/molK = 24.9 J/molK

Az ellenállás jelölése



Változtatható ellenállás:



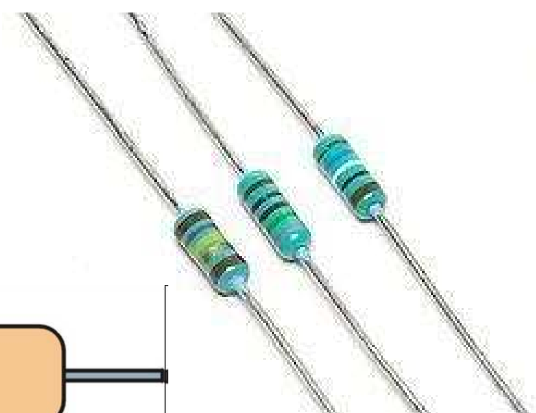


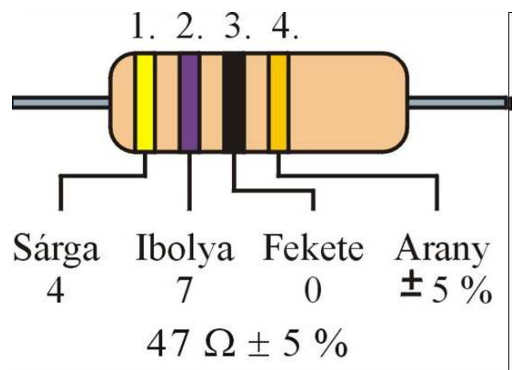
FIRST DIGIT First Colour Band		SECOND DIGIT Second Colour Band		MULTIPLIER Third Colour Band	
BLACK	0		0		x 1
BROWN	1		1		x 10
RED	2		2		x 100
ORANGE	3		3		x 1,000
YELLOW	4		4		x 10,000
GREEN	5		5		x 100,000
BLUE	6		6		x 1,000,000
VIOLET	7		7		x 10,000,000
GREY	8		8		x 100,000,000
WHITE	9		9		x 1,000,000,000

TOLORANCE
Fourth Colour Band:

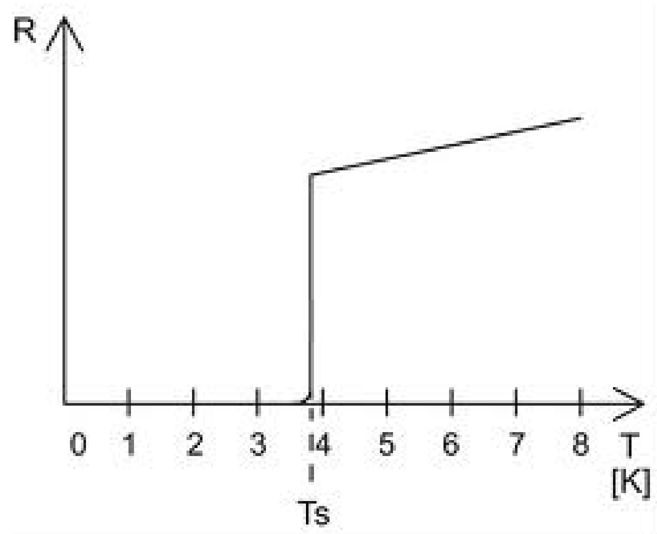
BROWN	RED	GOLD	SILVER	SALMON
1%	5%	5%	10%	20%

Az ellenállás-értékének megjelölésére a négy ill. ötsávos színkód használatos

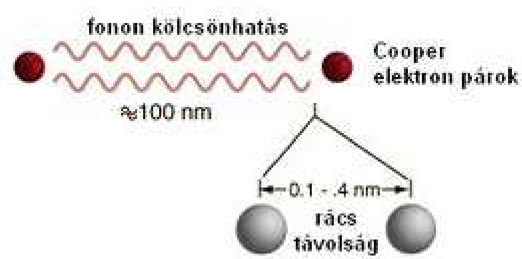




Szupravezetés



Cooper-párok



Joule törvény

$$dW = Udq$$

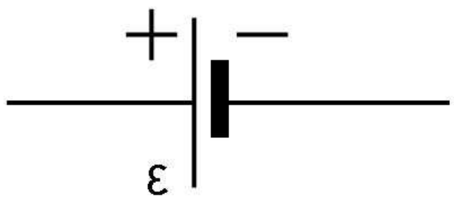
$$P = \frac{dW}{dt} = U\frac{dq}{dt}$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

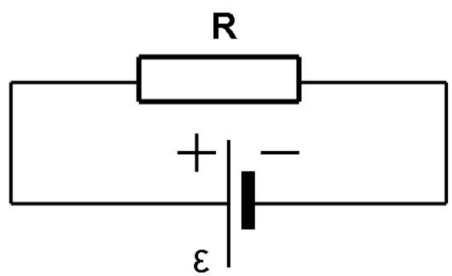
Példa: Mennyi idő alatt forralna fel 20 ℃ hőmérsékletű 0.2 liter vizet egy 12 V – ról működő 0.5 Ω belső ellenállású turista merülőforraló? Mekkora áram folyik a merülőforraló fűtőszálában?

Egyenáram, egyenáramú körök

Feszültségforrás:



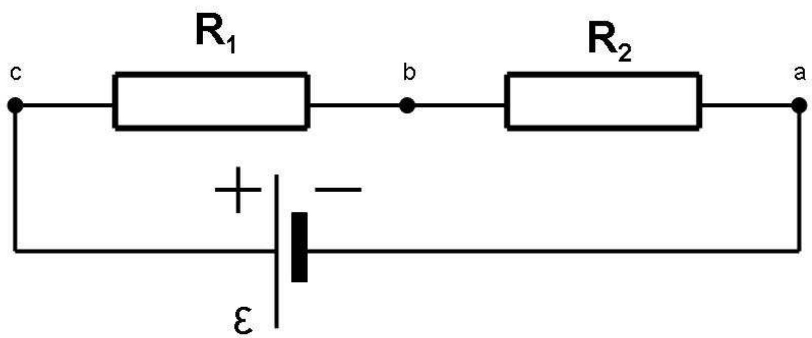
Feszültségforrás terheléssel:



áramerősség: $\boldsymbol{I = \varepsilon/R}$

teljesítmény: $\boldsymbol{P = I^2R}$

Soros kapcsolás



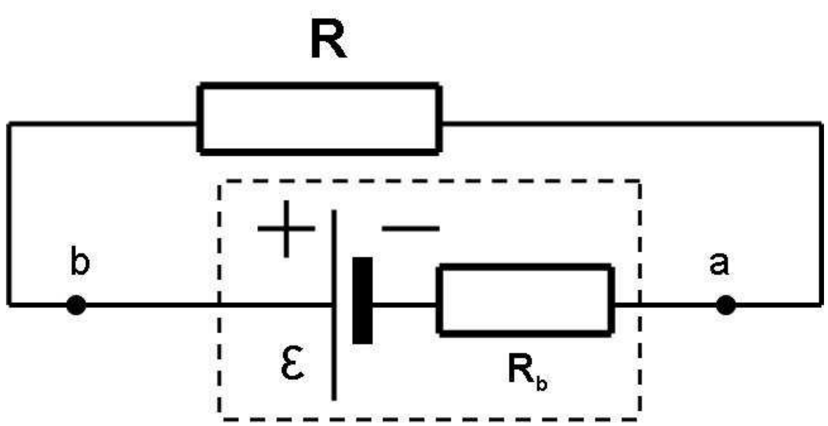
$$\varepsilon = V_{ab} + V_{bc}$$

$$IR_e = IR_1 + IR_2$$

$$R_e = R_1 + R_2$$

$$R_e = \sum_i R_i$$

Példa: telep belső ellenállással:

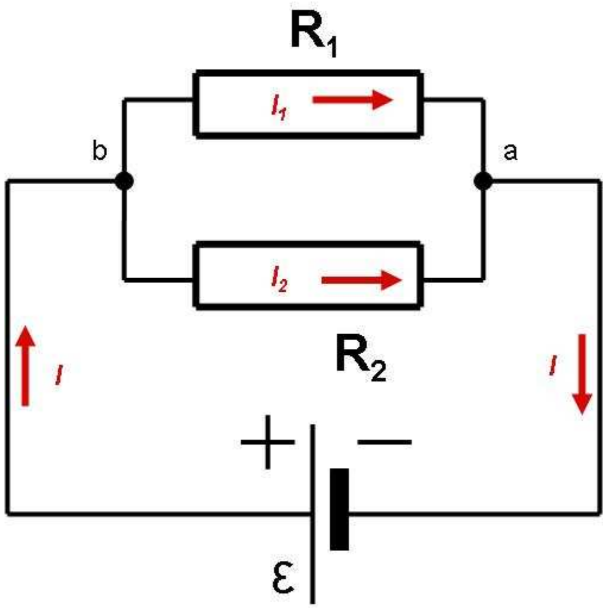


$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_b}$$

kapocsfeszültség: $\boldsymbol{U_k = IR}$

$$U_k = \frac{R}{R + R_b}\varepsilon$$

Párhuzamos kapcsolás



$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{\varepsilon}{R_e} = \frac{\varepsilon}{R_1} + \frac{\varepsilon}{R_2}$$

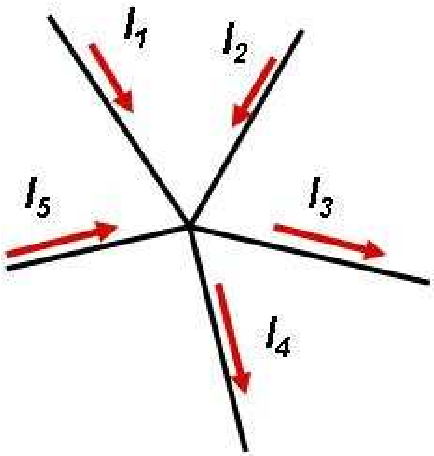
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Replusz: $$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

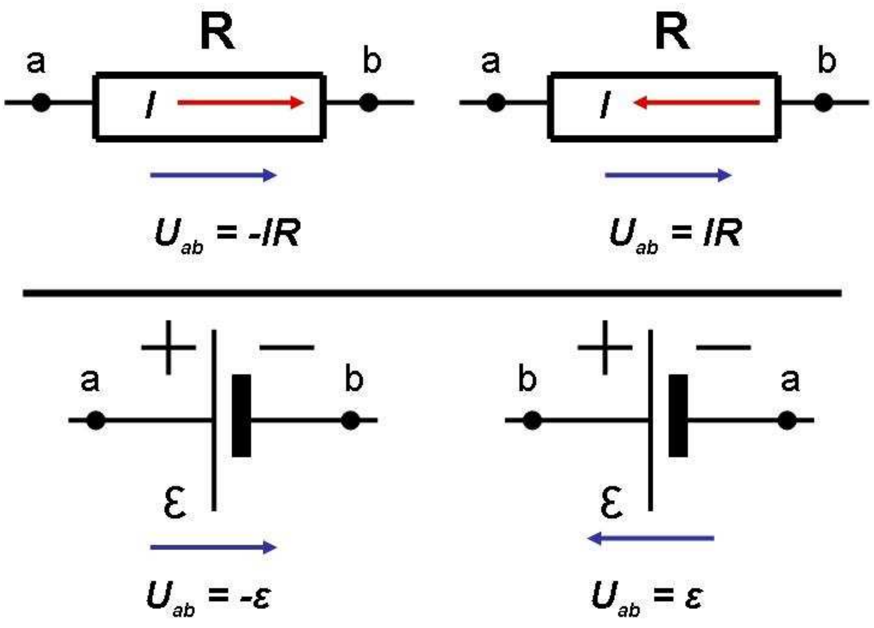
$$\boxed{\frac{1}{R_e} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

Kirchhoff törvények I.

Kirchoff I. törvénye az un. **csomóponti törvény** : $|I_{be}| = |I_{ki}|$



$I_1+I_2+I_5=I_3+I_4$

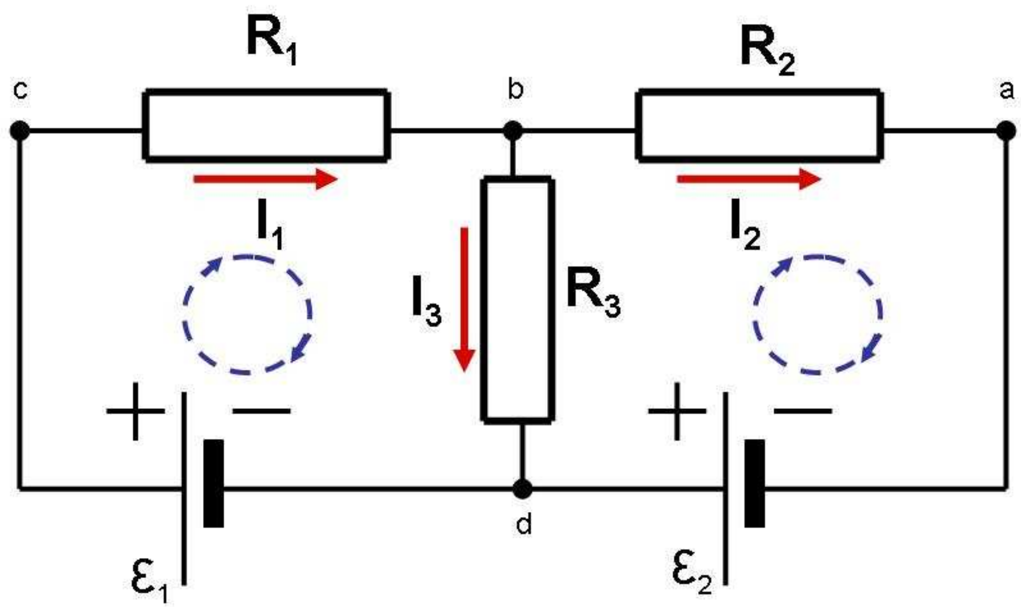


Kirchhoff II. törvénye az ún. **hurok-törvény:**

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$$

Kirchhoff törvények II.

Példa:



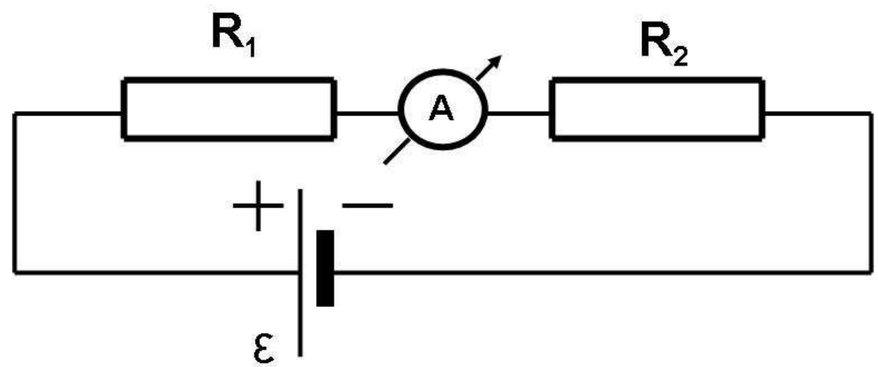
$$I. \quad I_1 = I_2 + I_3$$

$$II. \quad \varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0$$

$$III. \quad \varepsilon_2 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = 0$$

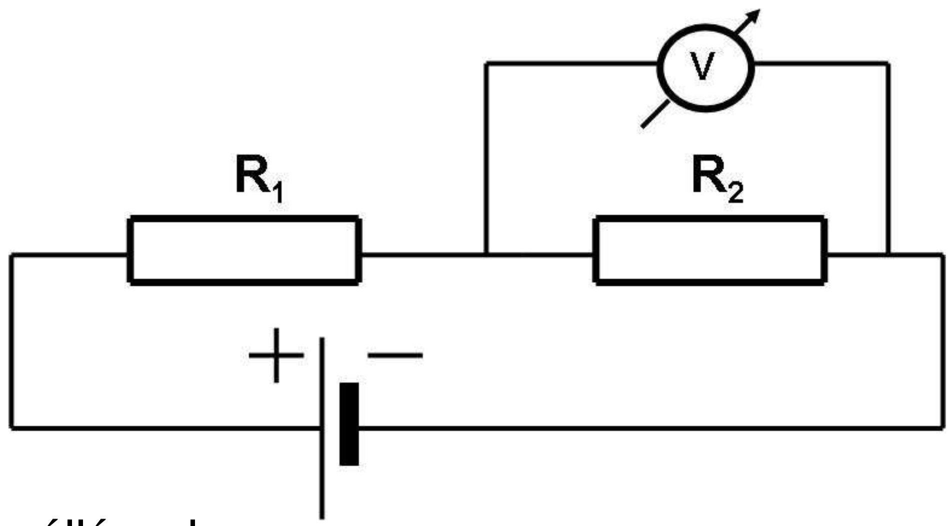
Az áramerősség és a feszültség mérése

Árammérés:



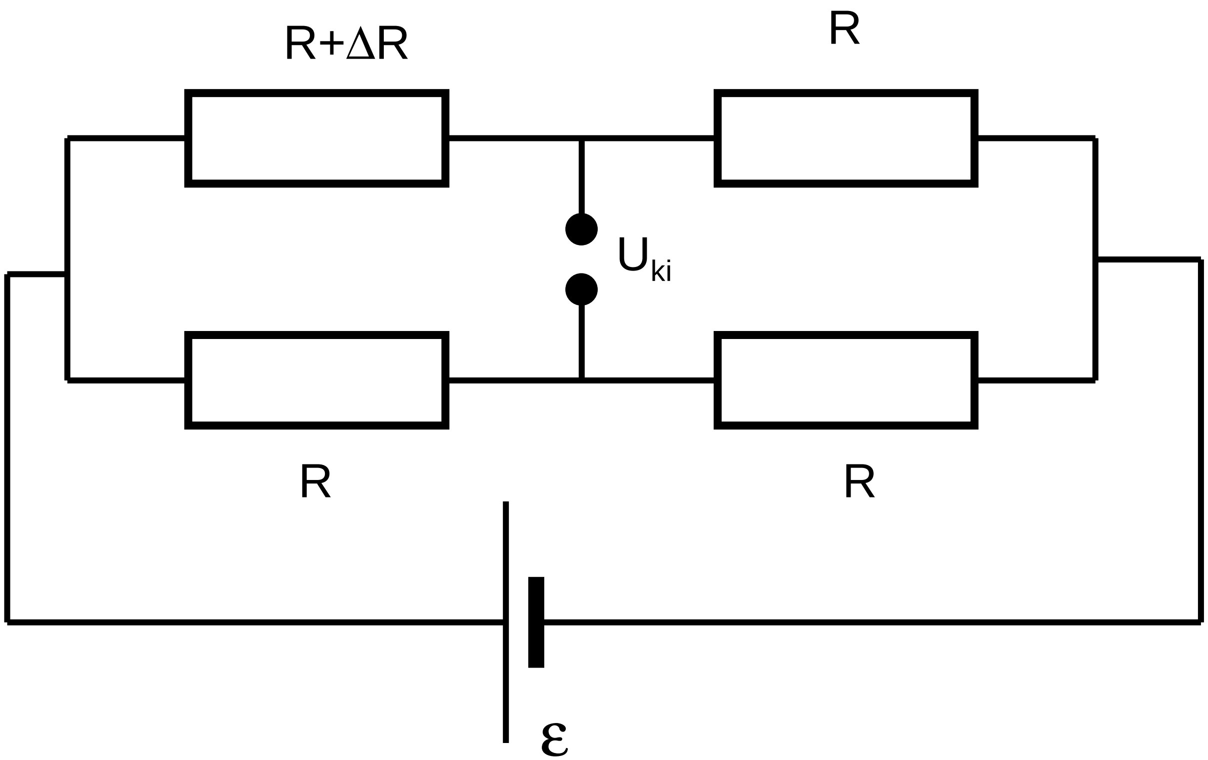
Méréshatár kiterjesztése: shunt

Feszültségmérés:



Méréshatár kiterjesztése: előtét ellenállással

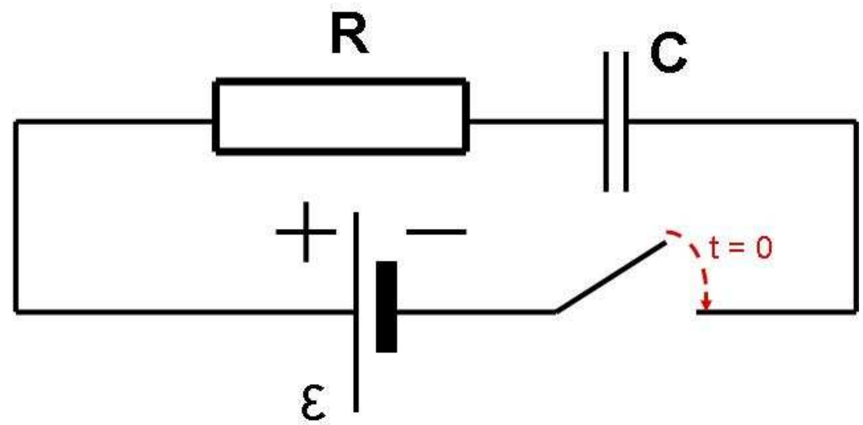
Példa: Wheatston-híd



U_{ki} = ?

Kiegyenlített Wheatston-híd: ellenállás mérés

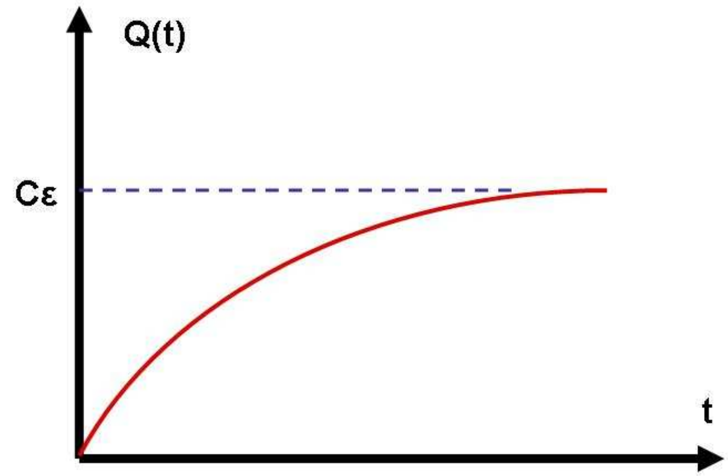
Az RC kör



$$\varepsilon - IR - \frac{Q}{C} = 0$$

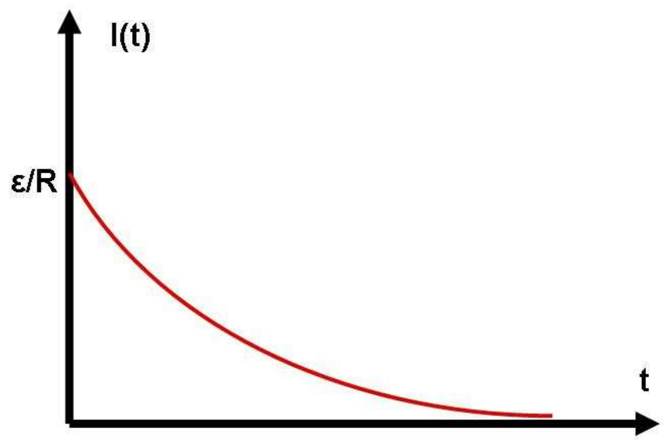
$$\varepsilon - \frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q + \frac{\varepsilon}{R}$$



Megoldás: $Q(t) = C\varepsilon\left[1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right]$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

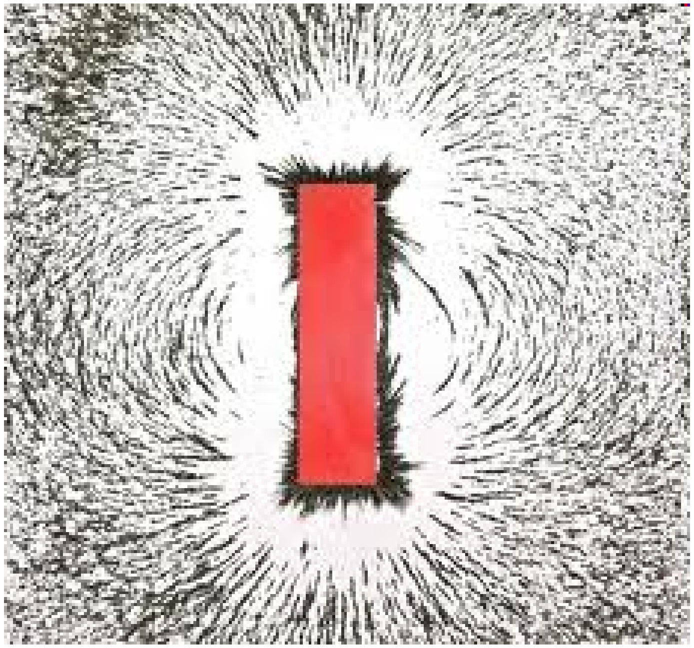


A mágneses tér

A mágneses indukciós tér

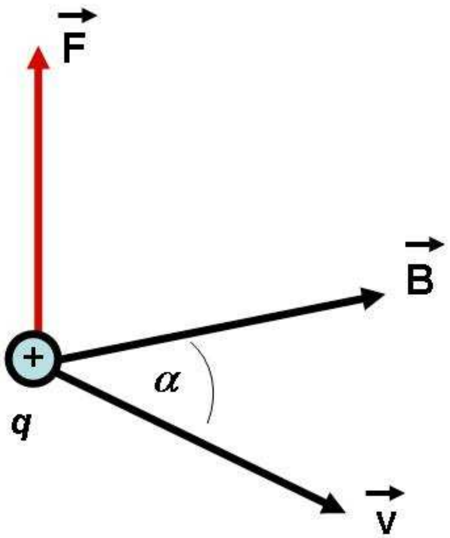
A mágneses indukciós tér jelölése: *B*

Mértékegysége a Tesla = Ns/Cm



a Föld mágneses terének indukciója
az egyenlítő környékén kb $3*10^{-5}$ T

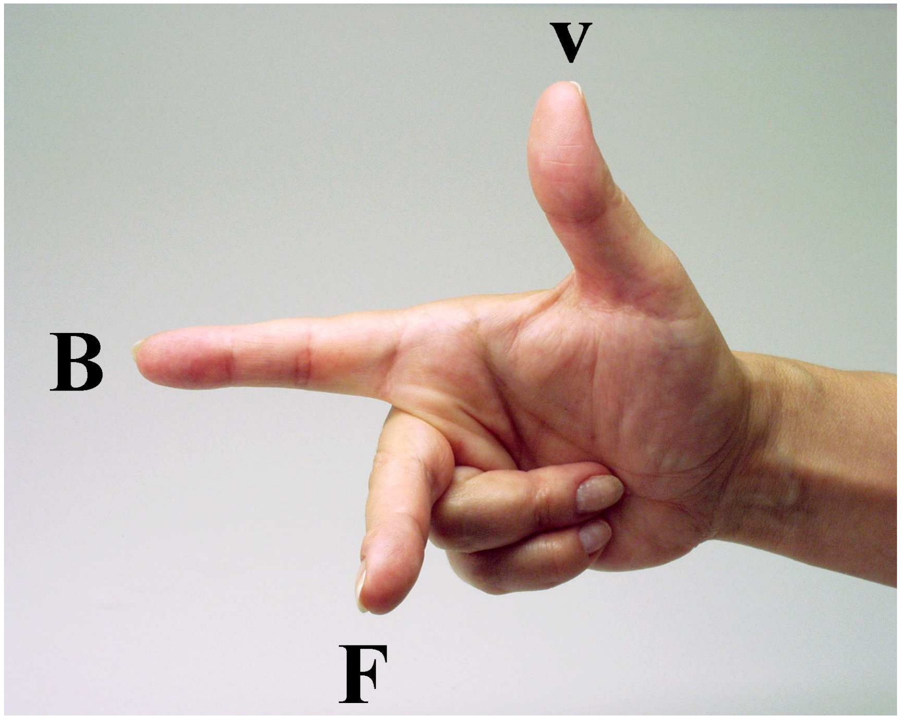
Lorentz-erő: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$



Lorentz-erő nagysága:

$$F = qvB\sin\alpha$$

A jobbkéz-szabály



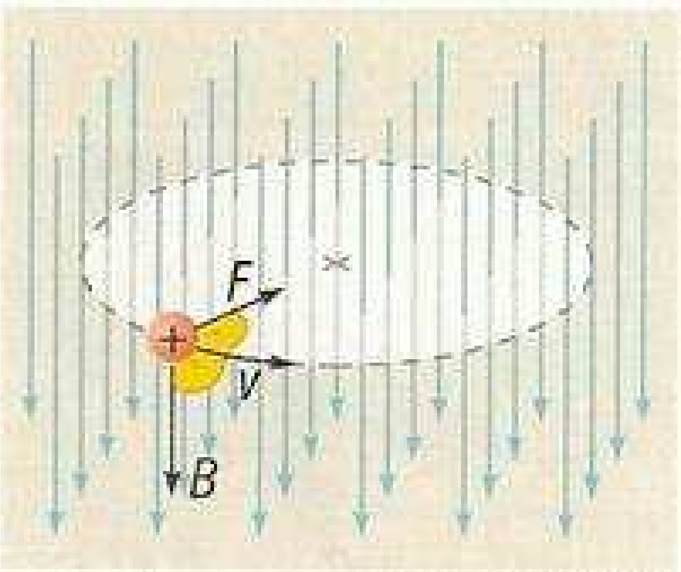
Ha elektromos tér is van:

Lorentz-erő általános alakja: $\vec{F} = q\left[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right]$

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben I.

E = 0

B : homogén



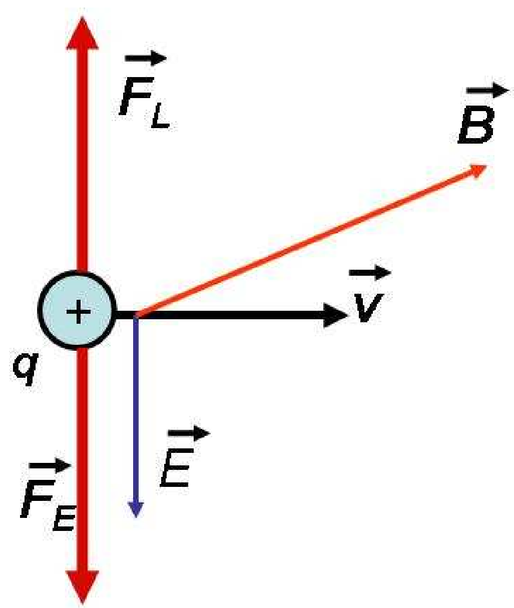
$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

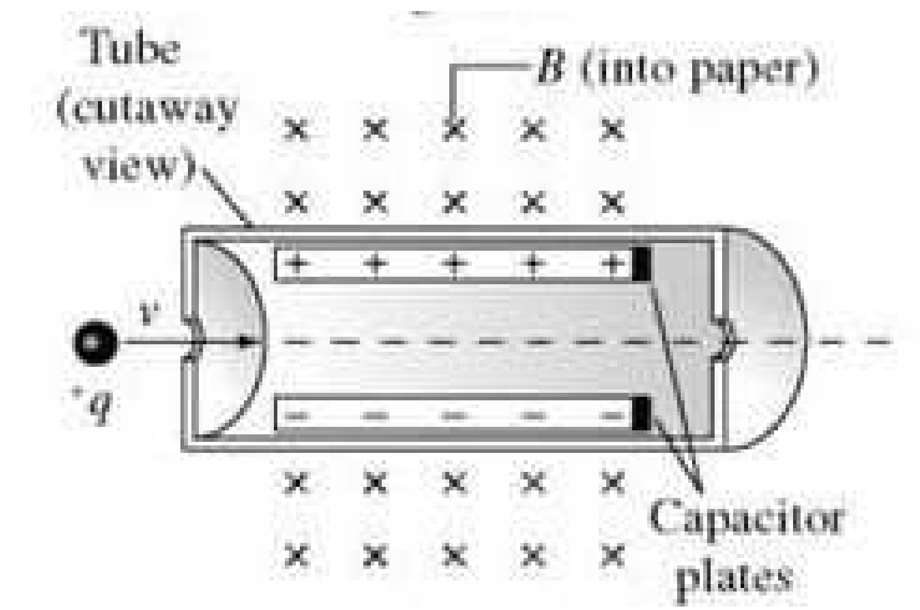
$$R = \frac{mv}{qB}$$

Periódusidő: $T = \dfrac{2R\pi}{v}$ $\longrightarrow$ $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben II.

A sebességszűrő:



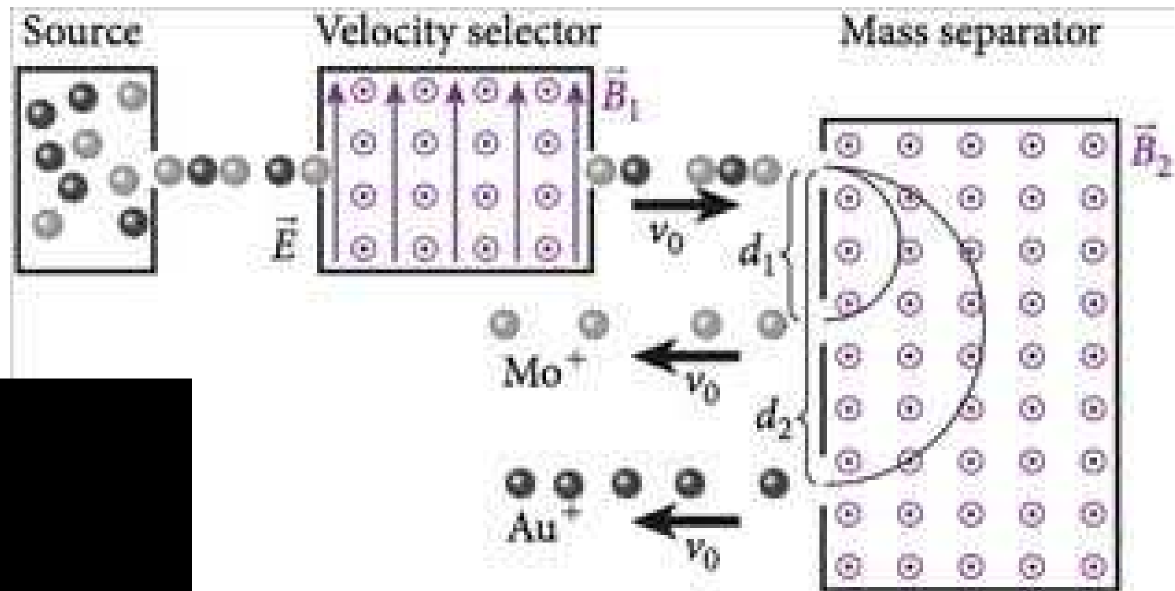


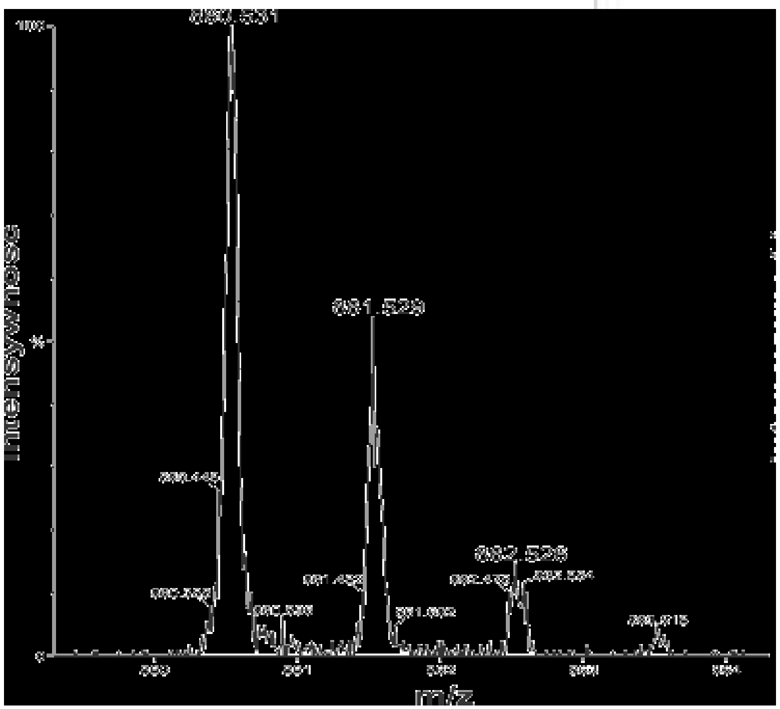
$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben III.

a tömegspektrométer:

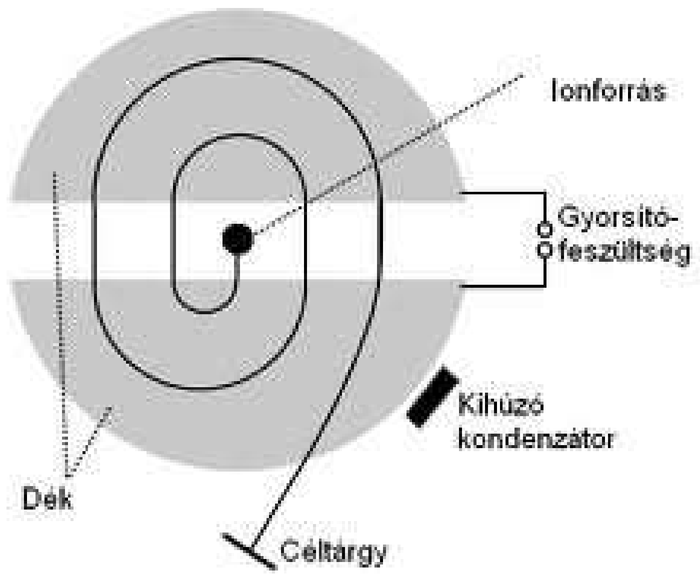


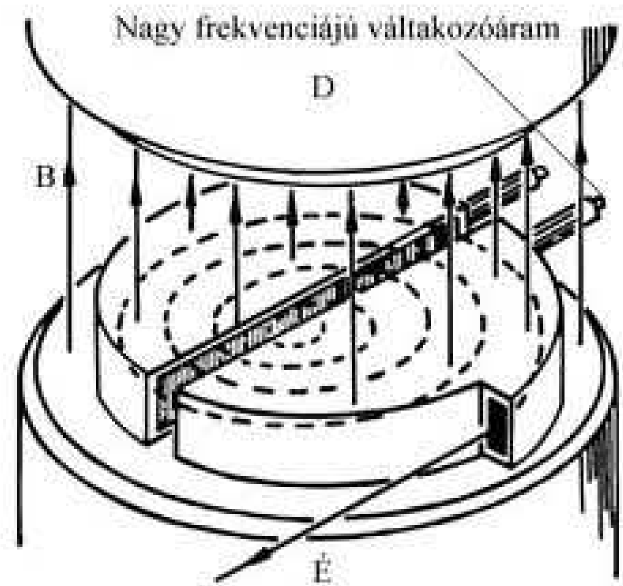


Láttuk: R ~ mv

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben IV.

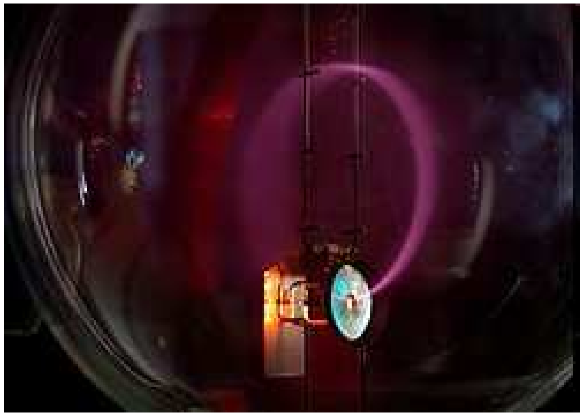
a ciklotron





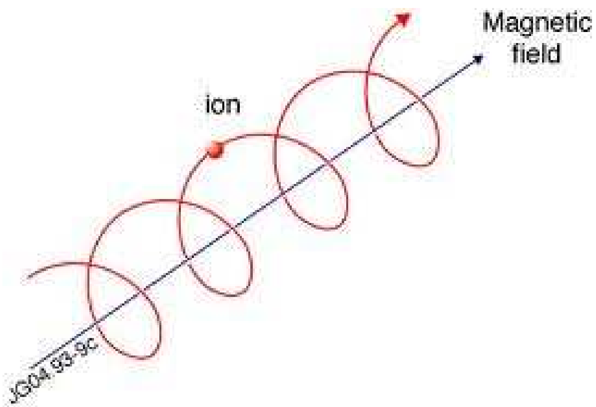
Ciklotronfrekvencia: f = 1/T

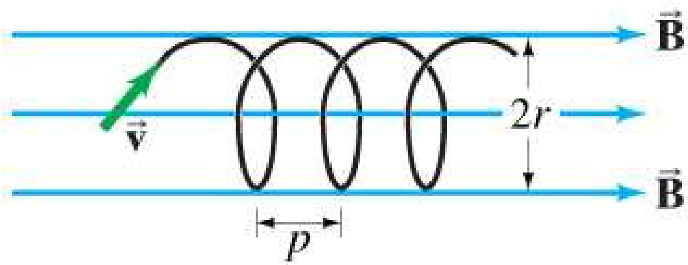
$$f = \frac{qB}{\pi m}$$



Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben V.

Elektronmikroszkóp:





$$p = v_B T = v\cos(\theta)\frac{2\pi m}{qB}$$

Ha a θ szög elég kicsi (< 5°) $\rightarrow$ $cos(\theta) \approx 1$ $\rightarrow$ nyaláb lefókuszálódik

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben VI.

mágneses térbe helyezett áramjárta huzalra ható erő:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B} = dq\frac{d\vec{s}}{dt} \times \vec{B} = \frac{dq}{dt}d\vec{s} \times \vec{B}$$

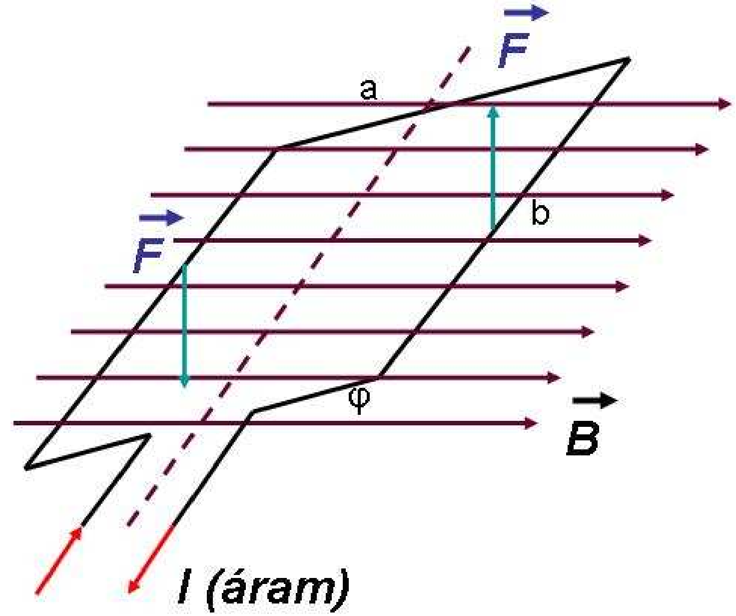
$$\vec{F} = I\int_{s} d\vec{s} \times \vec{B}$$

Spec. eset:

Legyen B homogén, a vezeték hossza: $\boldsymbol{\ell}$

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

Áramhurok mágneses térben, mágneses momentum



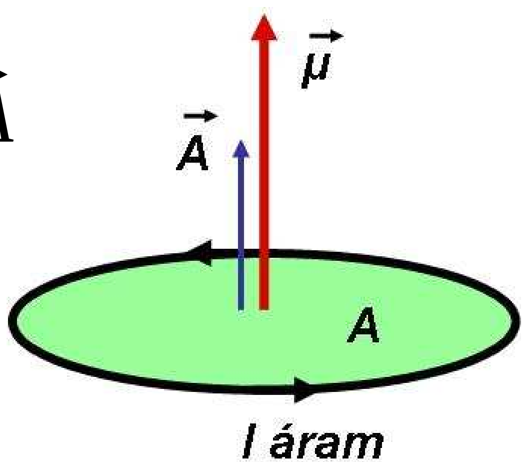
a jelölt oldalakra ható erő nagysága: ***F = IbB***

$$M = 2\frac{a}{2}F\cos\varphi = IabB\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad M = IAB\cos\varphi$$

$$\vec{M} = I\vec{A}\times\vec{B}$$

$$\vec{M} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$



Mágneses momentum potenciális energiája mágneses térben:

$$U = -\vec{\mu}\vec{B}$$

Elektrosztatika (analógia):

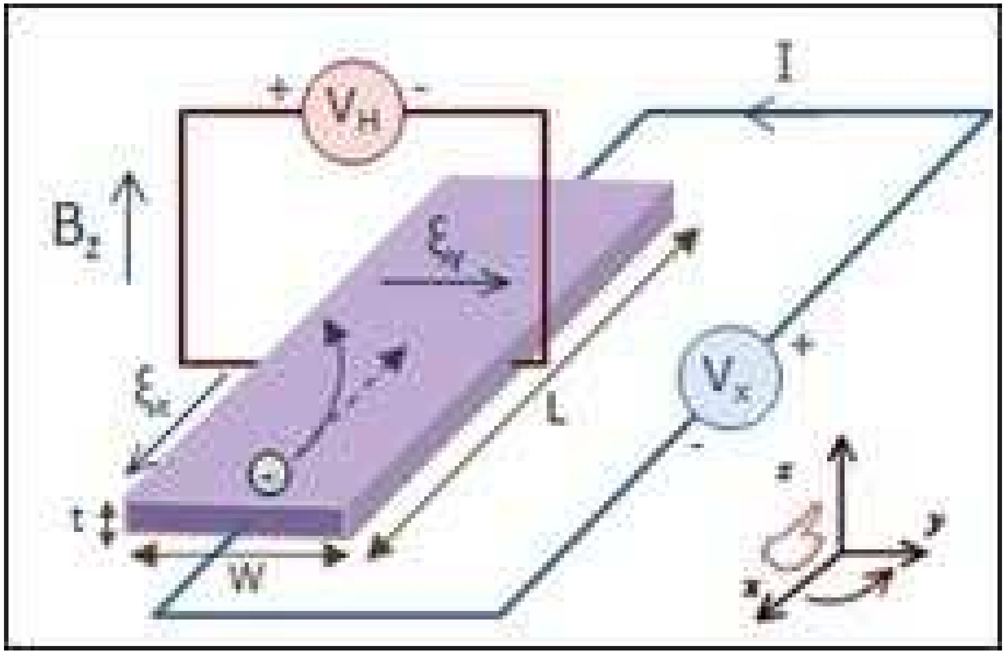
$$U = -\vec{p}\vec{E}$$

Elektromos töltések mozgása statikus elektromos és mágneses térben VII.

Hall effektus

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$E = v_d B$$

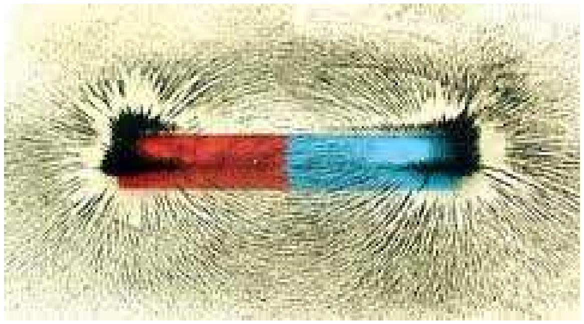


Hall-feszültség: $V_H = Ew = v_d B w$

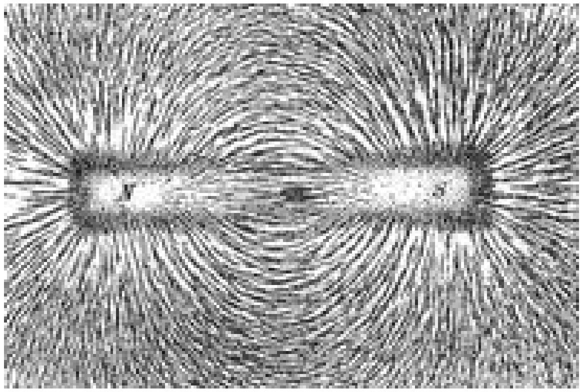
$$V_H = \frac{BI}{nq_e t}$$

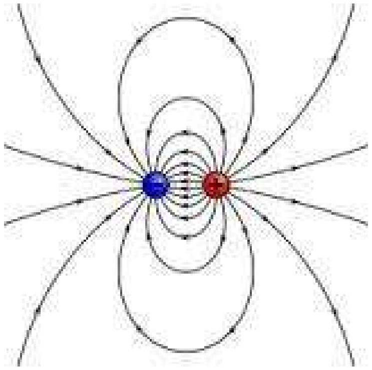
Mágneses ind. tér mérése → Hall szonda

Mágnes indukciós tere



Analógia → elektromos dipólus

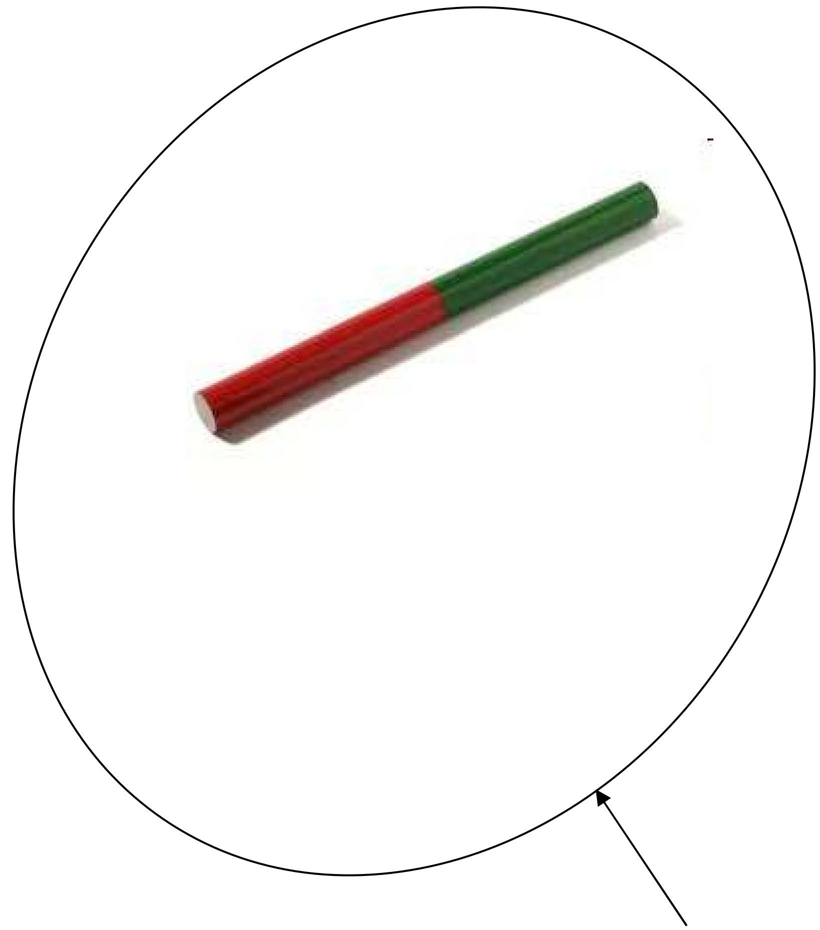




A mágneses Gauss törvény

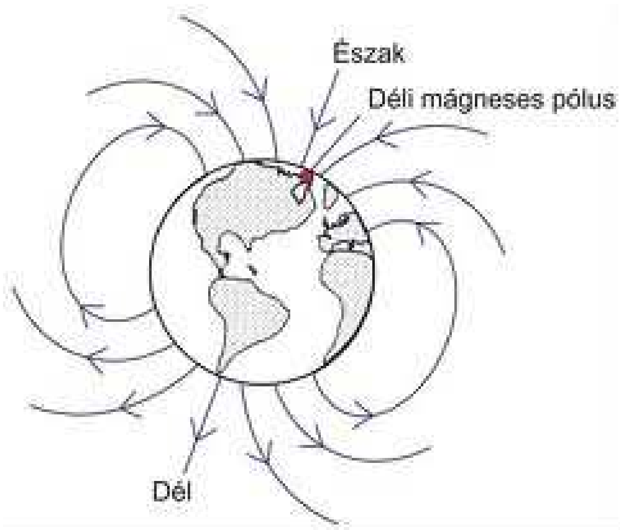
$$\oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0$$

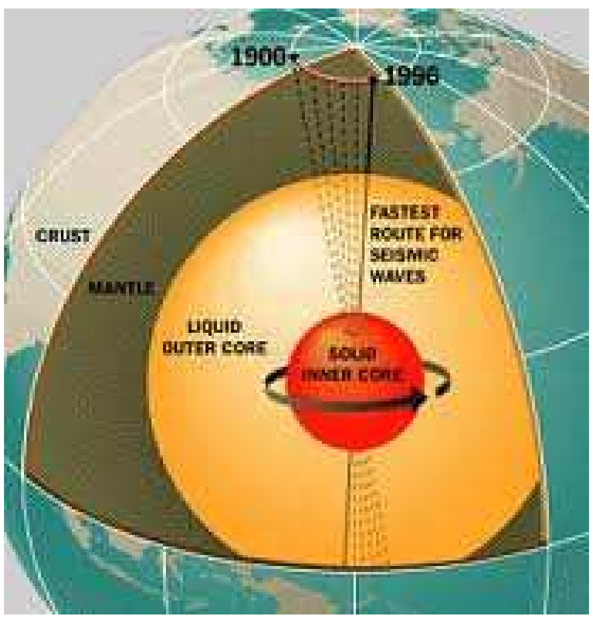
Nincs mágneses monopólus!!!

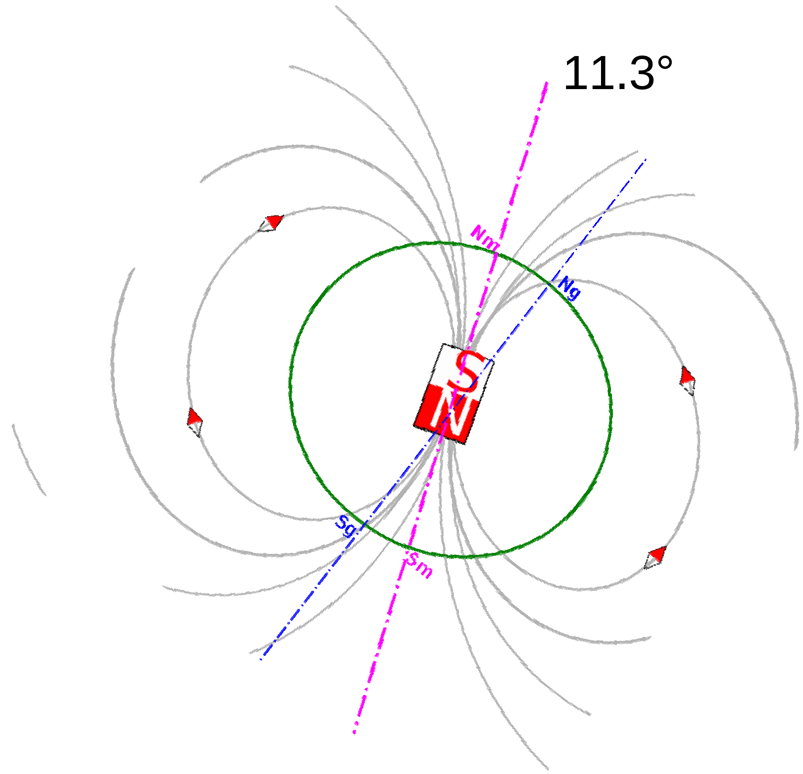


Zárt felület

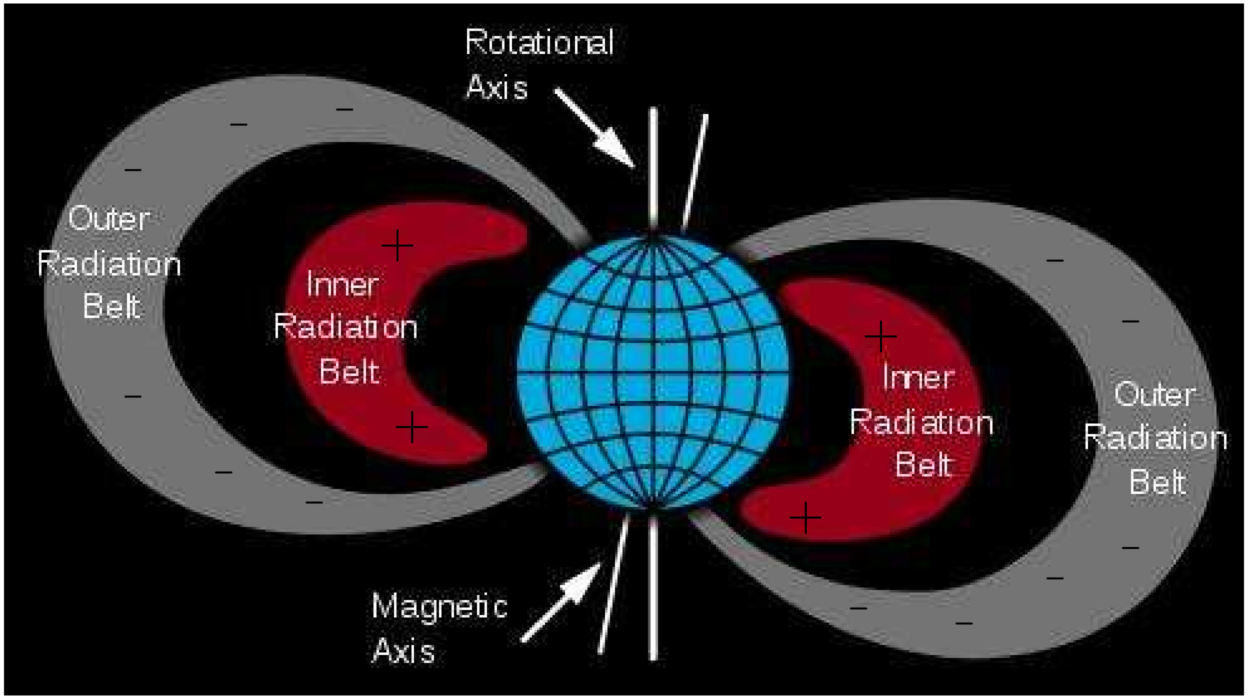
A Föld mágneses tere

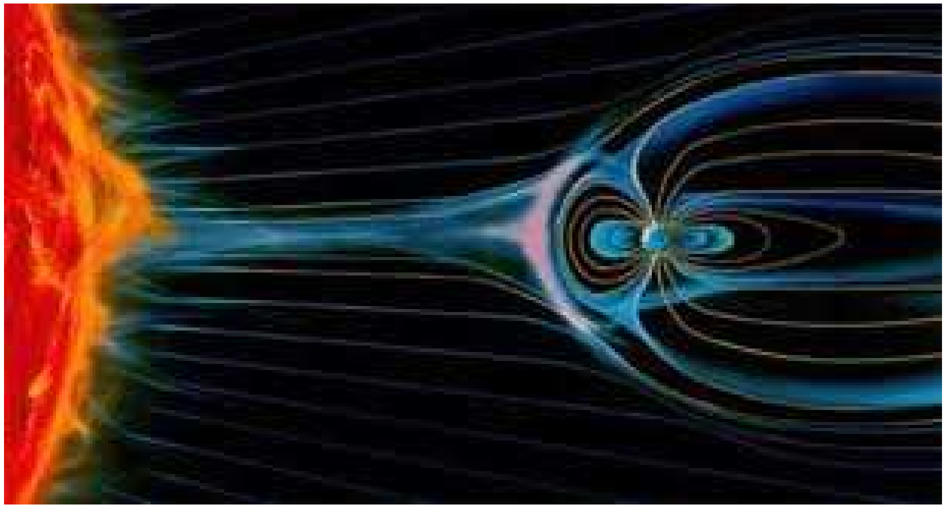






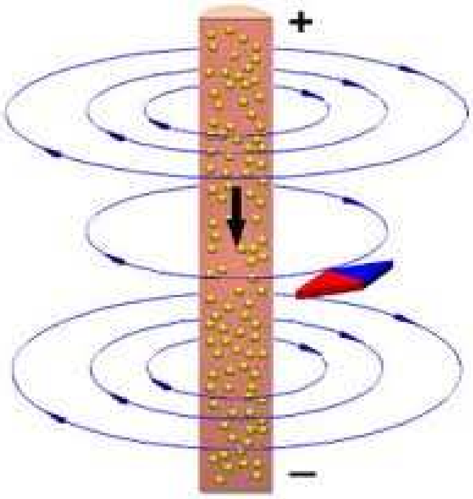
A Van-Allen öv



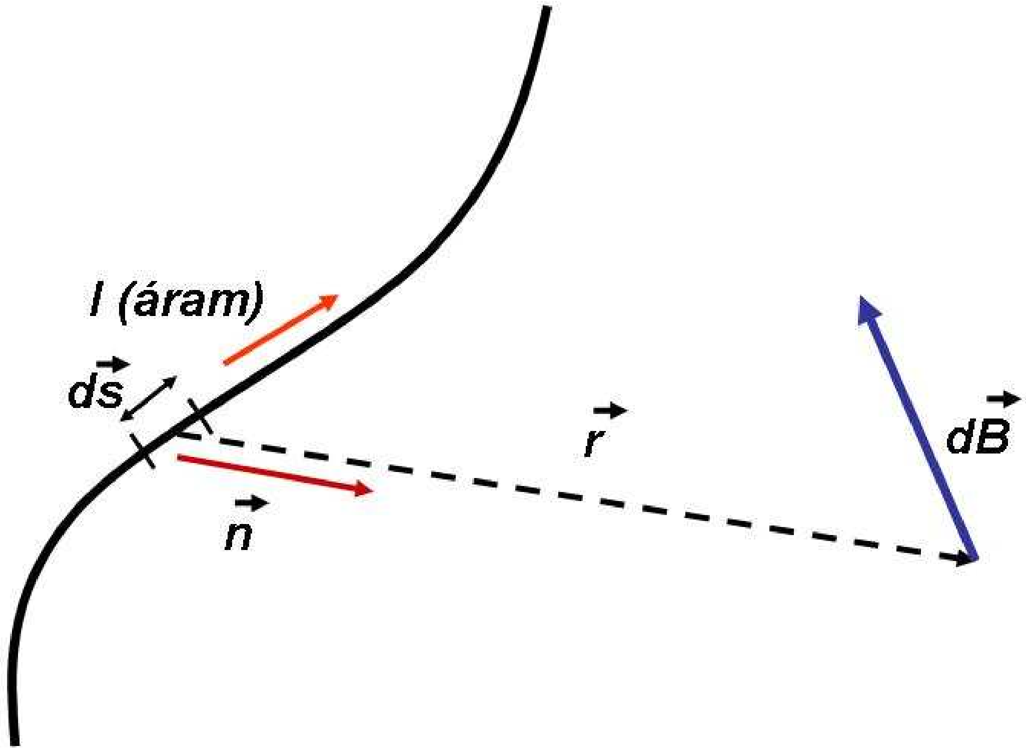


Mozgó töltések és áramok mágneses tere

Az elektromos áram mágneses tere

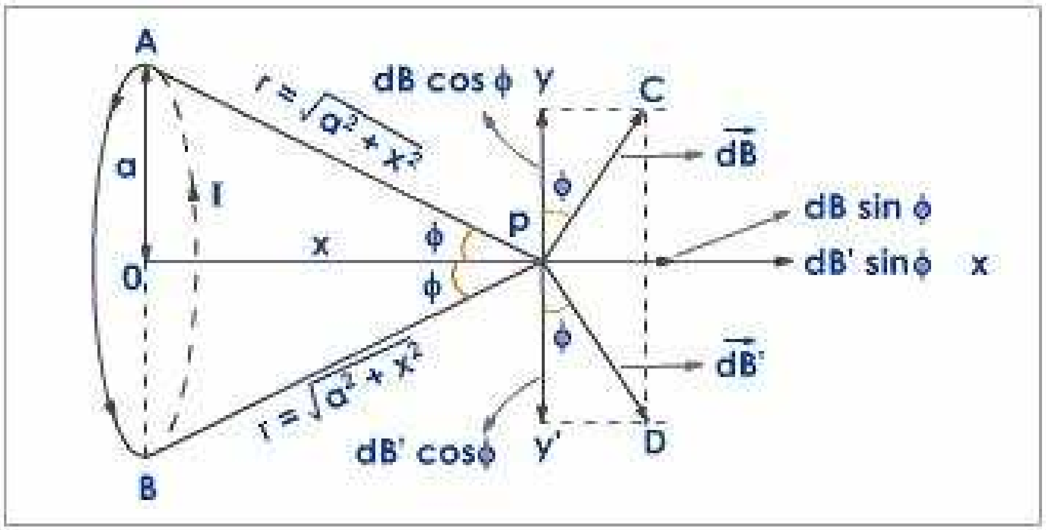


A Biot-Savart törvény



$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{s} \times \vec{n}}{r^2}$$

Körvezető indukciós terének meghatározása a szimmetriatengelyen I.



$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{ds}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{ds}{a^2 + x^2}$$

$$dB_x = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{ds}{a^2 + x^2} \sin\phi = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{ds}{a^2 + x^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{ds}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}} \cdot a$$

$$B(x) = \frac{\mu_o}{2} \frac{Ia^2}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}} \quad \text{illetve} \quad \vec{B} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

Spec. eset:

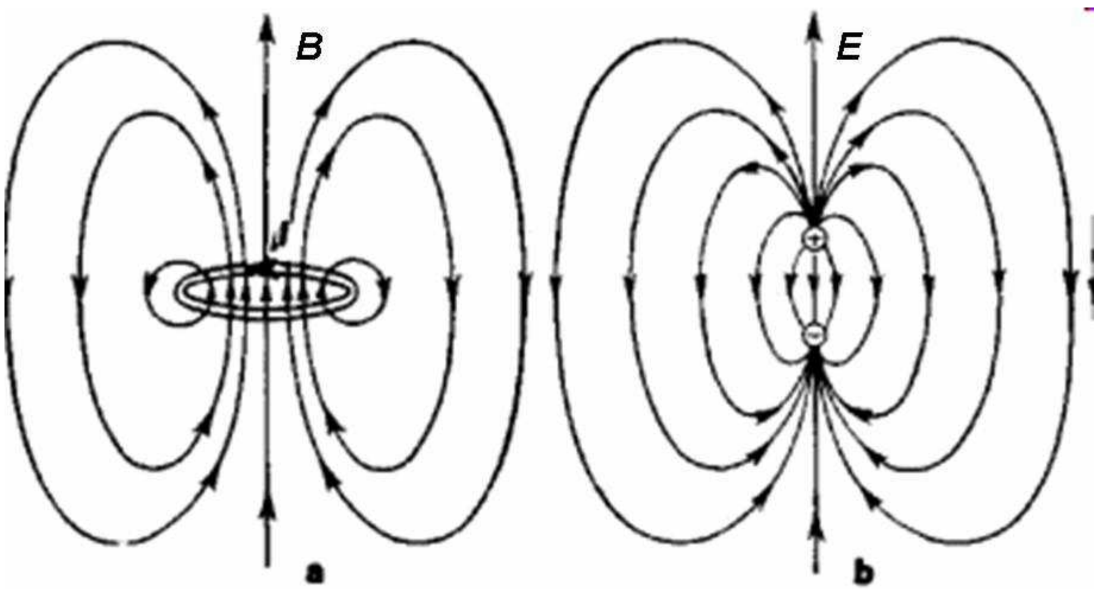
$$B(x = 0) = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a}$$

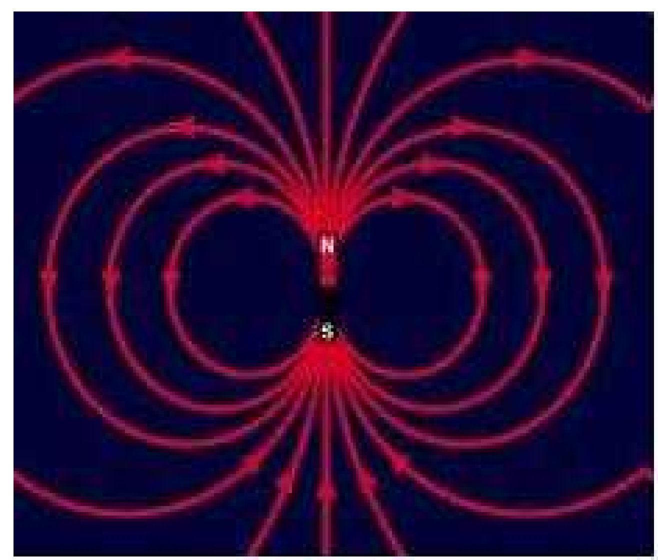
Körvezető indukciós terének meghatározása a szimmetriatengelyen II.

Spec. eset: $$B(x=0)=\frac{\mu_o}{2}\frac{I}{a}$$

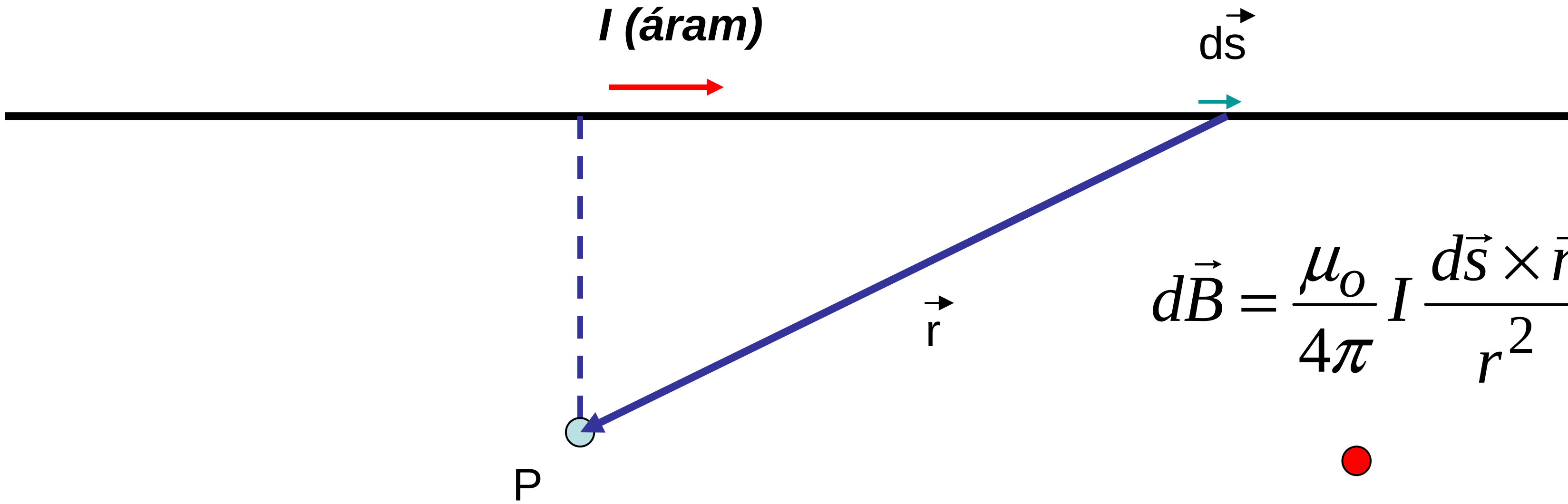
$$\vec{B}=\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} \quad \longrightarrow$$

x >> a: ***B*** ~ ***1/x***$^{\boldsymbol{3}}$

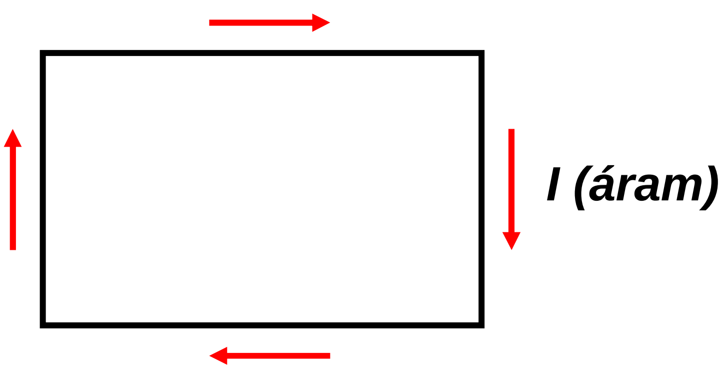




Példa: a ∞ hosszú vezető indukciós tere (Biot-Savart)

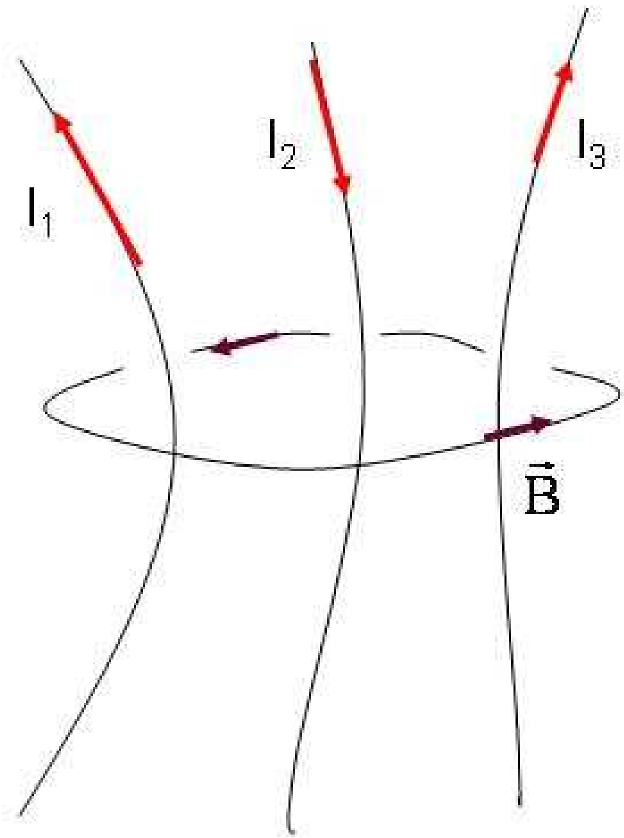


$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{s} \times \vec{n}}{r^2}$$



B=? a keret közepén

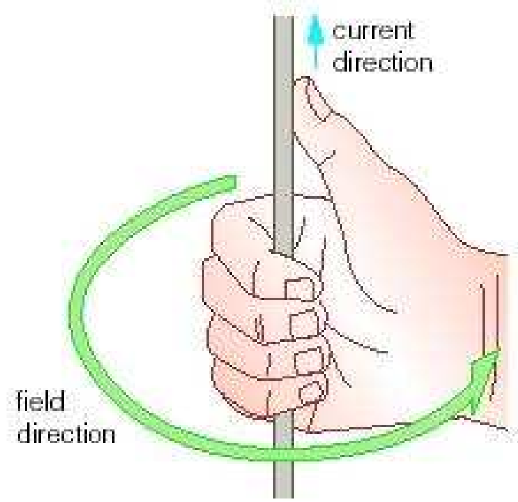
Ampère – törvény I.

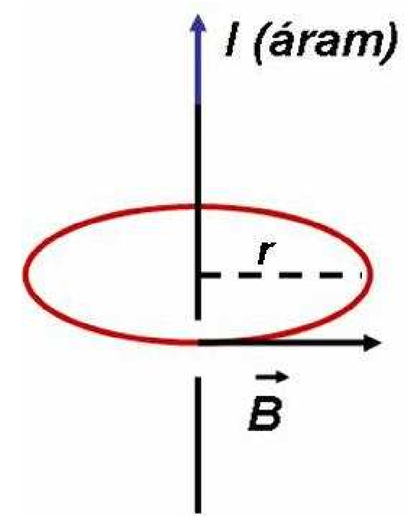


$$\oint_S \vec{B} d\vec{s} = \mu_o \sum_j \mathrm{I}_j$$

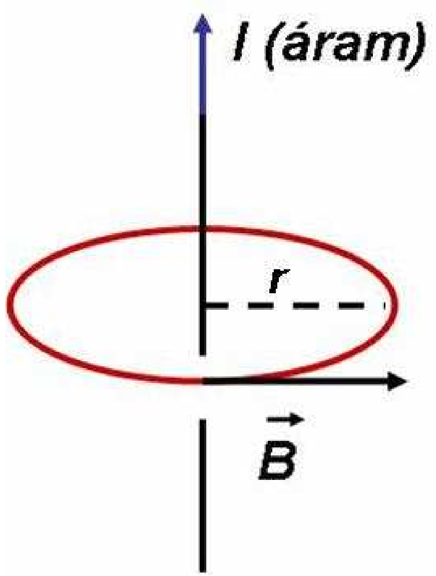
Σ I = I_1 - I_2 + I_3

jobbkéz-szabály:





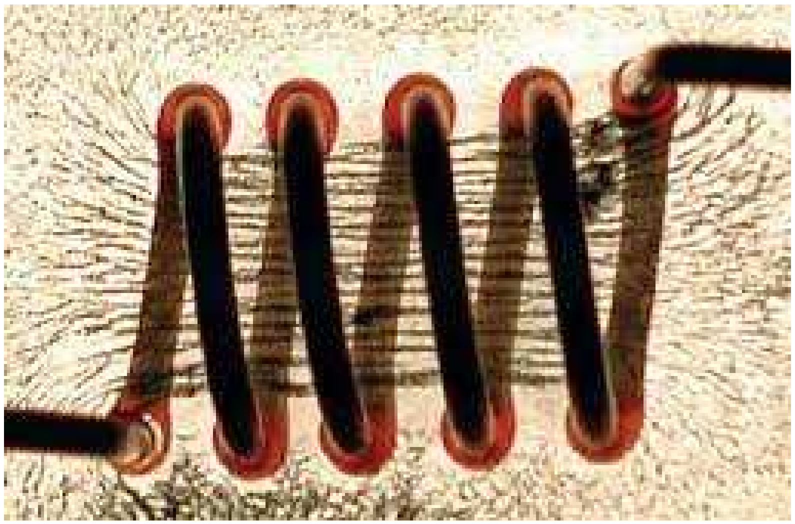
Ampère – törvény II.

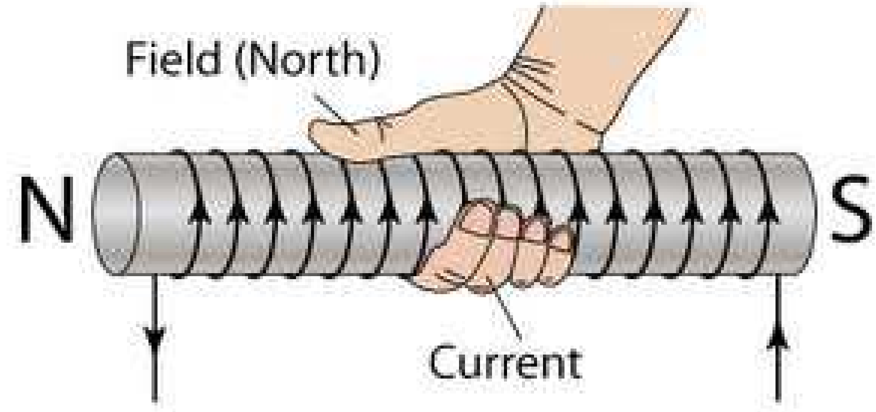


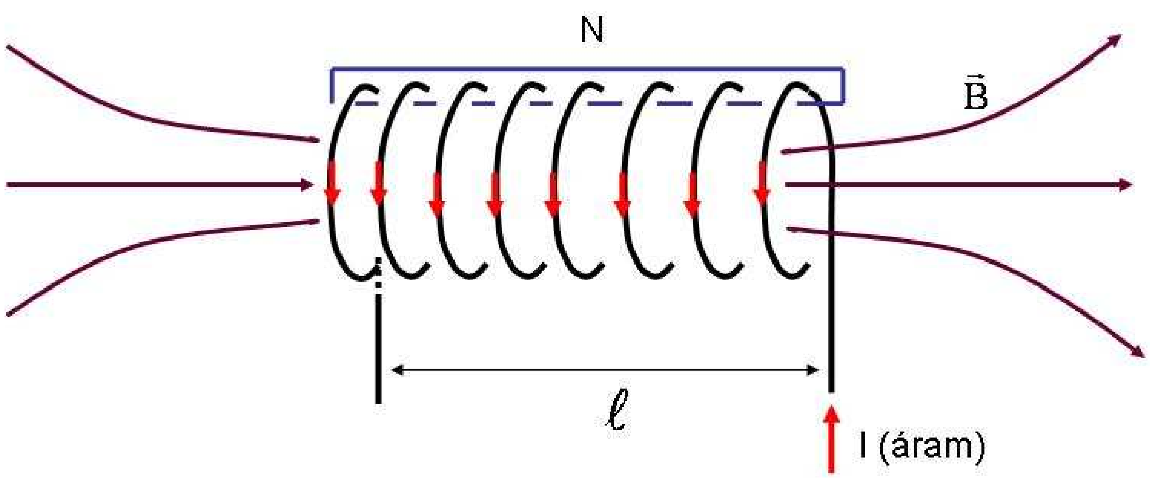
$$\oint_s \vec{B}d\vec{s} = \mu_o \sum_j \mathrm{I}_j \longrightarrow \oint_s \vec{B}d\vec{s} = 2r\pi B \quad \text{ill.} \quad \mu_o \sum_j \mathrm{I}_j = \mu_o \mathrm{I}$$

$$2r\pi B = \mu_o \mathrm{I} \qquad \text{azaz} \qquad B = \frac{\mu_o \mathrm{I}}{2r\pi}$$

Ampère – törvény III.



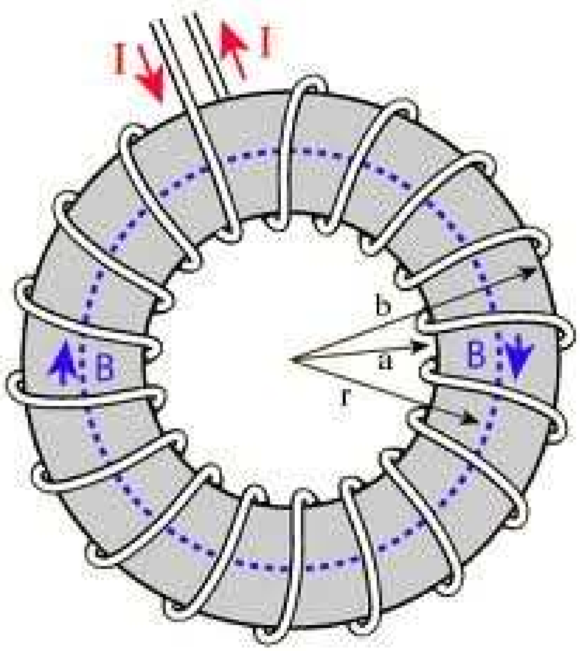


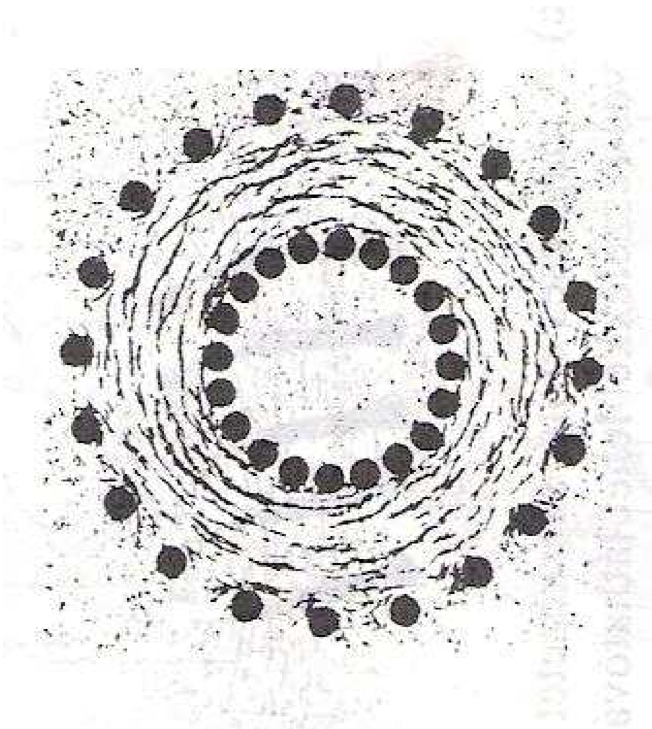


$$\oint_s \vec{B} d\vec{s} = \mu_o \sum_j \mathrm{I}_j$$

$$B = \frac{\mu_o N I}{\ell}$$

Ampère – törvény IV.



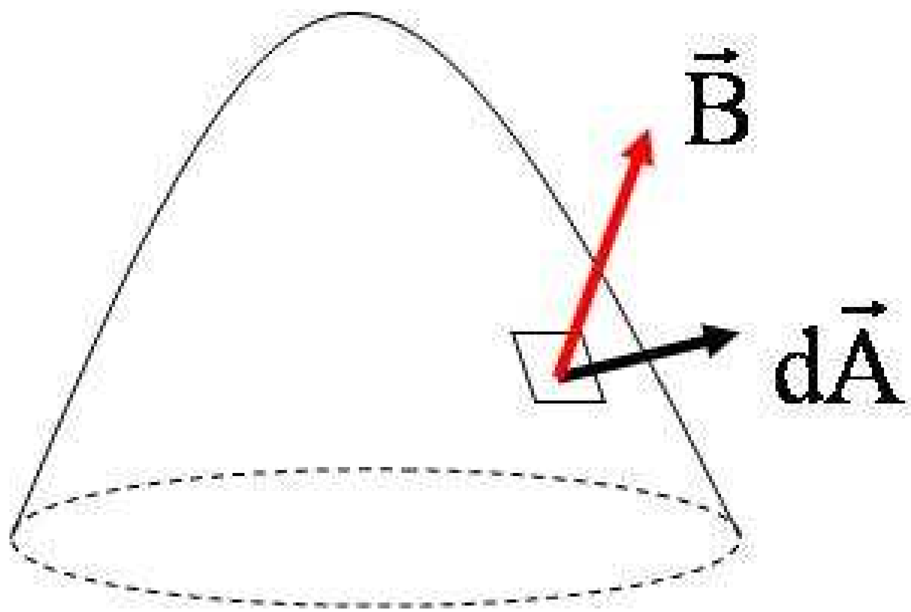


$$B = \frac{\mu_o NI}{2r\pi}$$

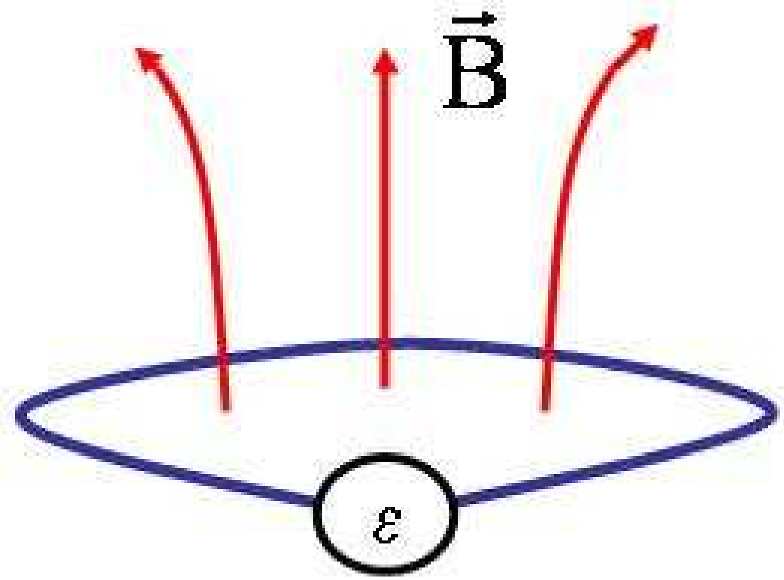
Indukció I.

A mágneses fluxus:

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$



Indukció II.

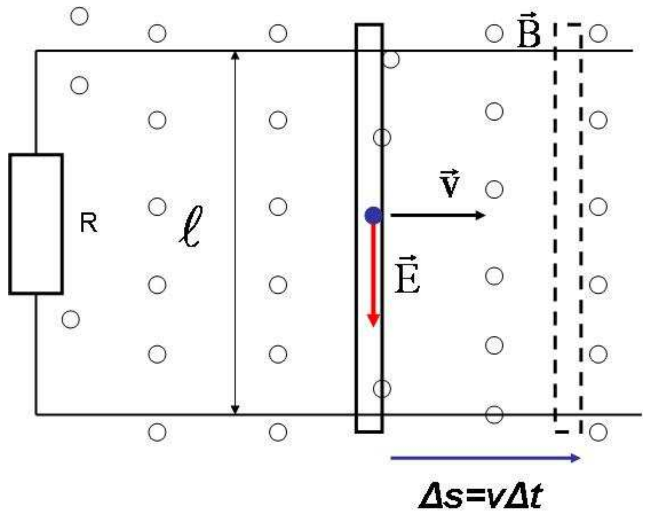


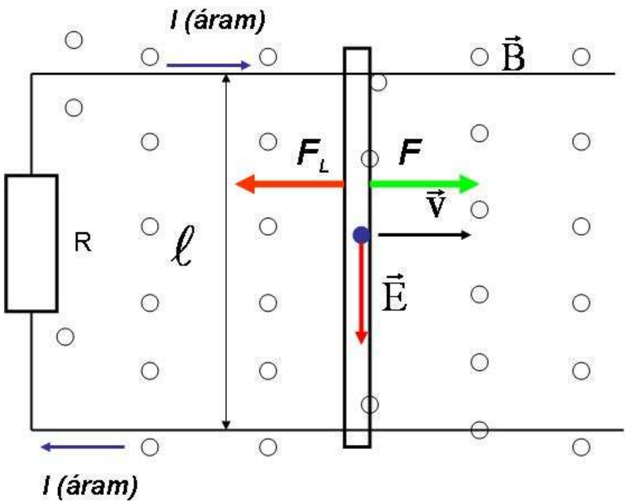
Elektromotoros erő $\varepsilon = \oint \vec{E} d\vec{s}$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Lenz törvény

Indukció III.



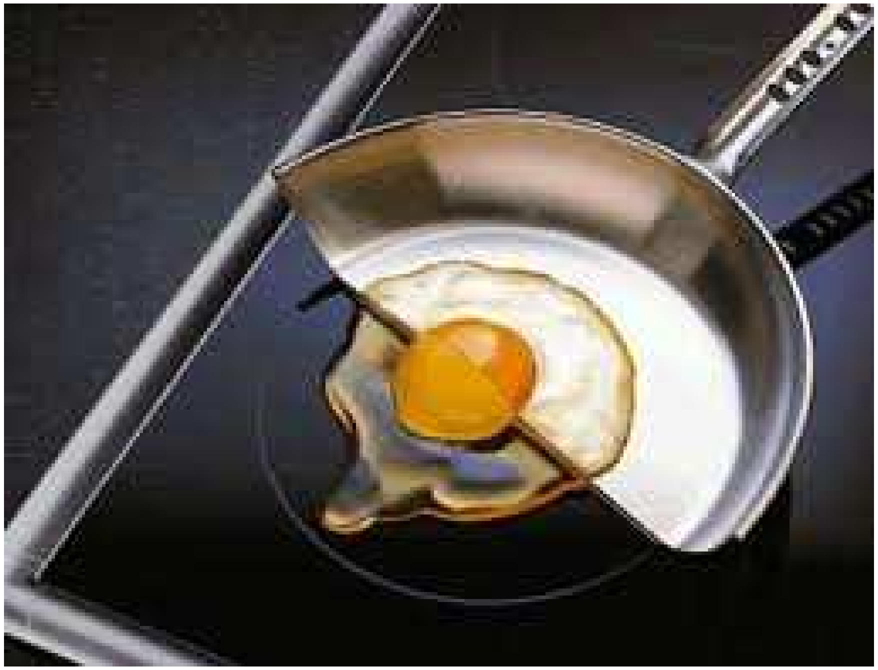


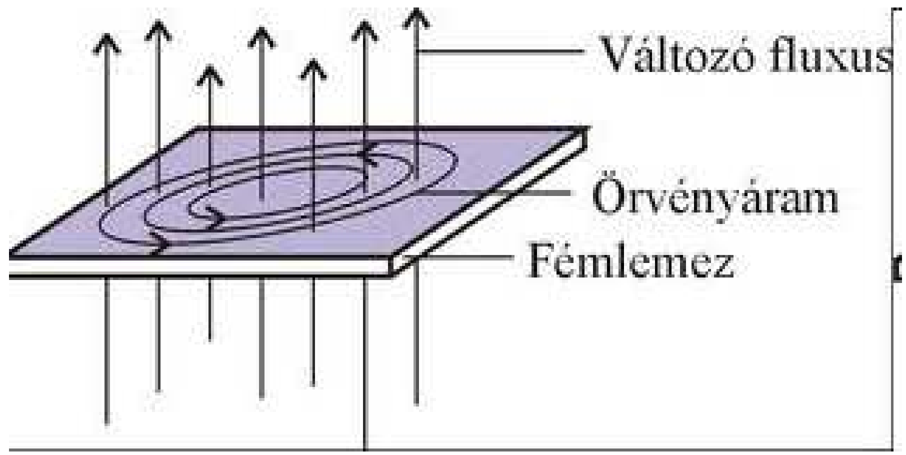
$$\Delta\Phi_m = B\ell v\Delta t \longrightarrow |\varepsilon| = \frac{B\ell v\Delta t}{\Delta t} = B\ell v$$

$$I = \frac{B\ell v}{R} \qquad F_L = BI\ell = \frac{B^2\ell^2 v}{R} \qquad P = F_L v = \frac{B^2\ell^2 v^2}{R}$$

$$P = I^2 R = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)^2 R = \frac{B^2\ell^2 v^2}{R}$$

Örvényáramok

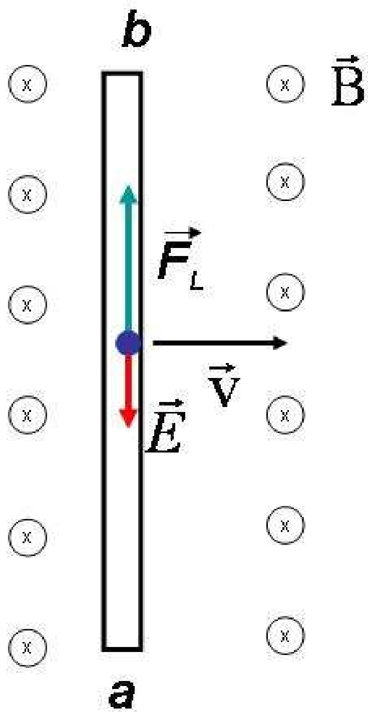




Indukciós sütő
Indukciós fék
Villanyóra számlálója
.
.
.

+ kísérlet

Indukció IV.

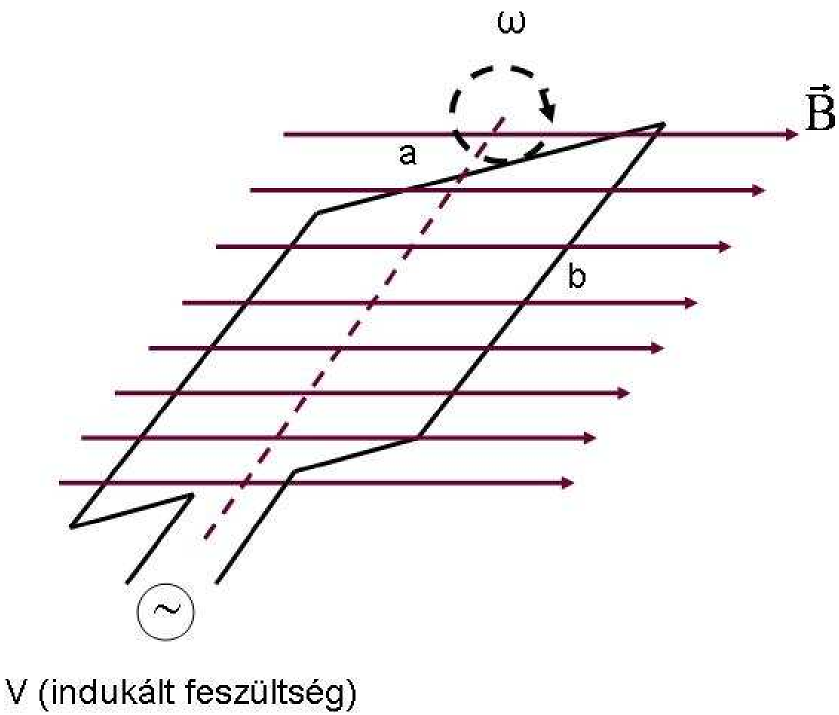


$$qE = qvB \quad \Rightarrow \quad E = vB$$

$$\varepsilon = V_{ab} = E\ell = vB\ell$$

Példa: helikopter rotorja

Váltakozó feszültségű generátor

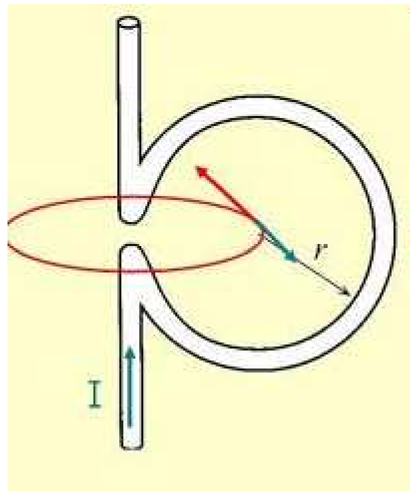


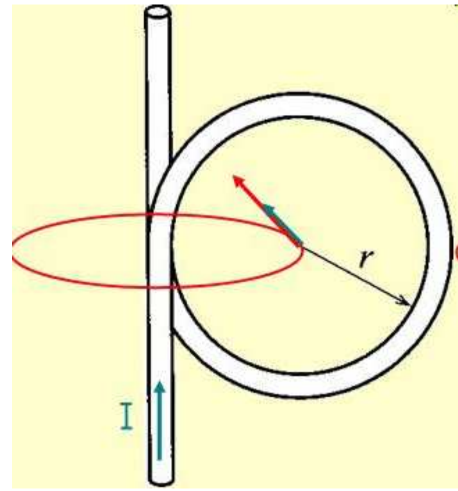
A = ab

$\Phi_m = BA\cos(\omega t)$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = V(t) = BA\omega\sin(\omega t) = V_o\sin(\omega t)$$

Példák:





+