

A19.)

Adott egy r_0 sugarú, „z” tengelyű (végtelen) hosszú vezető. A vezetőben létrehozunk egy $E_z(r,t) = E(r) \cdot \exp\{\pm \lambda t\}$ elektromos mezőt. (Itt „r” a „z” tengelytől mért távolságot jelenti.) A vezető anyagának a vezetőképessége legyen „ σ ”! Az eltolási áram hatásától eltekinthetünk!

a.) Írja fel az $E(r)$ -t meghatározó differenciálegyenletet mindkét ($\pm \lambda$) esetben! Milyen fajta nevezetes differenciálegyenleteket kaptunk?

b.) Határozza meg a $\vec{j}(\vec{r})$ áramsűrűséget a ($-\lambda$) esetén! Rajzolja fel az áramsűrűség eloszlását megadó függvényt! Elemezze az eredményt „kicsi” λ érték esetére!

c.) Határozza meg a $\vec{j}(\vec{r})$ áramsűrűséget a ($+\lambda$) esetén! Rajzolja fel az áramsűrűség eloszlását megadó függvényt! Elemezze az eredményt „nagy” λ érték esetére!

A20.)

Két, egymással párhuzamos, „R” sugarú körlap egy síkkondenzátort alkot. A körlapok egymástól vett távolsága „a”. A kondenzátor térfogatát tehát „ $V_0 = R^2 \pi a$ ”. A kondenzátorra egy ω frekvenciájú feszültségforrást kapcsolunk. A szórt tereket elhanyagoljuk..

a.) Írja fel a V_0 térfogatban a megfelelő Maxwell egyenleteket (henger koordinátákkal) !

b.) Határozza meg az $\vec{E}(\vec{r},t)$ -re vonatkozó differenciálegyenletet!

c.) Határozza meg az $\vec{B}(\vec{r},t)$ -re vonatkozó differenciálegyenletet!

d.) Írja fel a megfelelő peremfeltételeket és határozza meg az elektromágneses teret a V_0 térfogatban!

e.) Határozza meg az $\vec{S}(\vec{r},t)$ Poynting vektort! Ellenőrizze az elektromágneses energiára vonatkozó mérlegegyenletet!

A21.)

Adott az (x,y) síkban egy „h” vastagságú (nem mágnesezhető, nagyon nagy) vezető lemez (pl. rézlemez), amely az „y” irányban egyenletes „ v_0 ” sebességgel mozog. A lemez anyagának a vezetőképessége „ σ ”. Jelen van egy „z” irányú B mágneses mező is, amely egy „ r_0 ” sugarú körön belül homogén és azon kívül nulla.

a.) Határozza meg (a mozgás során) a lemezben kialakuló $\vec{E}(\vec{r})$ elektromos mezőt és az ennek hatására fellépő $\vec{j}(\vec{r}) = \sigma \cdot \vec{E}(\vec{r})$ (örvény)áram sűrűséget! Rajzolja fel az áramvonal képet! (**Segítség:** A szükséges peremfeltételek között szerepeljen az áram sűrűség is!)

b.) Mekkora erővel kell húznunk a lemezt?

B13.)

Adott egy „a” sugarú gömb, amelynek felületén egyenletes sűrűséggel „Q” töltés oszlik el. A gömb álló helyzetéből indulva, állandó „ β ” szöggyorsulással, „lassan” forogni kezd, amíg el nem éri az állandó ω_0 forgási szögsebességet.

- Határozza meg az $\vec{E}(\vec{r}, t)$ és a $\vec{B}(\vec{r}, t)$ térerősségeket az „ $r \leq a$ ” térrészben!
- Határozza meg az $\vec{S}(\vec{r}, t)$ Poynting vektort a gömb felületén!
- Írja fel a „ $r \leq a$ ” térrészre az energia mérlegegyenletét és vizsgálja meg, hogy az energia megmaradás tétele teljesül-e!

B14.)

Mint az ismeretes, az \vec{E} -re (és a \vec{B} -re) vonatkozó forrásmentes hullámegyenlet matematikai alakja a következő:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}}$$

Tudjuk, hogy Descartes koordinátarendszerben a $\Delta \vec{E}$ értelmezése nagyon egyszerű, nevezetesen:

$$(\Delta \vec{E})_k = \Delta E_k \quad \text{ahol } k=x,y,z \quad \text{és} \quad \Delta \equiv \Delta_{x,y,z}$$

Gömbi koordinátarendszerben a helyzet bonyolultabb. Ekkor ugyanis a “Laplace operátor” a következő alakba írható:

$$(\Delta \vec{E})_k = \Delta E_k + \Lambda_k(E_r, E_\vartheta, E_\varphi) \quad \text{ahol} \quad k=r, \vartheta, \varphi \quad \text{és} \quad \Delta \equiv \Delta_{r,\vartheta,\varphi}$$

Határozza meg a három $\Lambda_k(E_r, E_\vartheta, E_\varphi)$ függvényt!