

# Bevezetés a modern fizika fejezeteibe

2. (a)

## Elektromágneses hullámok

Utolsó módosítás: 2015. október 3.

# A Maxwell-egyenletek

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}}$$

(1)  $\mathbf{E}$ : elektromos térerősség

$\mathbf{D}$ : elektromos eltolás

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$$

(2)  $\mathbf{H}$ : mágneses térerősség

$\mathbf{B}$ : mágneses indukció

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho$$

(3)  $\mathbf{j}$ : elektromos áramsűrűség

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

(4)  $\rho$ : elektromos töltéssűrűség

$\dot{\phantom{x}}$ : (parciális) időderivált

# Konstitutív (anyag-) egyenletek (1)

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

(5) /differenciális Ohm-törvény/

$\sigma$ : elektromos vezetőképesség

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

(6)

$\varepsilon$ : dielektromos állandó /permittivitás/

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

(7)

$\mu$ : mágneses permeabilitás

## Konstitutív (anyag-) egyenletek (2)

Továbbá:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

a vákuum permittivitása

$\varepsilon_r$  relatív permittivitás

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

a vákuum permeabilitása

$\mu_r$  relatív permeabilitás

## A töltésmegmaradás törvénye (kontinuitási egyenlet)

Az (1) és (3) egyenlet segítségével mutatható meg.

Az (1) egyenlet divergenciáját véve

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{div} \mathbf{j} + \operatorname{div} \dot{\mathbf{D}}$$

és felhasználva, hogy bármely vektortérre  $\operatorname{div} \operatorname{rot} \equiv 0$

$$0 = \operatorname{div} \mathbf{j} + \operatorname{div} \dot{\mathbf{D}}$$

adódik. A (3) egyenletet felhasználva kapjuk:

$$0 = \dot{\rho} + \operatorname{div} \mathbf{j}$$

Ez az elektromos töltés megmaradását kifejező kontinuitási egyenlet.

# Az elektromágneses tér energiamérleg egyenlete (1)

Az (1) egyenletet  $\mathbf{E}$ -vel a (2) egyenletet  $\mathbf{H}$ -val szorozva:

$$\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{jE} + \mathbf{E}\dot{\mathbf{D}}$$

$$\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mathbf{H}\dot{\mathbf{B}}$$

adódik. A második egyenletből az elsőt kivonva kapjuk:

$$\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\mathbf{jE} - \mathbf{E}\dot{\mathbf{D}} - \mathbf{H}\dot{\mathbf{B}}$$

A (6) és (7) konstitutív egyenleteket, valamint a

$$\operatorname{div} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H}$$

azonosságot felhasználva, az egyenletet átrendezve

# Az elektromágneses tér energiamérleg egyenlete (2)

az energiamérleg egyenlet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \varepsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) + \operatorname{div} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -j\mathbf{E}$$

# Az elektromágneses tér energiamérleg egyenlete egyes tagjainak fizikai jelentése

Az elektromágneses tér energiasűrűsége:  $\rho_{EM} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2$

Az elektromágneses tér energiaáram-sűrűség vektora, a Poynting-vektor:

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

A Joule-hő:  $\mathbf{jE} = \sigma E^2 \geq 0$

Mivel a Joule-hő kifejezése mindig pozitív (vagy zérus), az energiamérlegbeli negatív előjellel mindig veszteséget jelent az elektromágneses tér számára!



# A szabad elektromágneses tér hullámeqyenlete (1)

Elektromos töltésektől és áramoktól mentes tér (azaz a töltés-sűrűséget és az áramsűrűséget zérusnak véve)

$$\rho = 0$$

$$j = 0$$

Valamint vákuumbeli esetre szorítkozva

$$\varepsilon = \varepsilon_0$$

$$\mu = \mu_0$$

## A szabad elektromágneses tér hullámegyenlete (2)

Az (1) egyenlet időszerinti deriváltját, a (2) egyenlet rotációját véve:

$$\mathit{rot} \dot{\mathbf{H}} = \ddot{\mathbf{D}} \quad \mathit{rot} \mathit{rot} \mathbf{E} = - \mathit{rot} \dot{\mathbf{B}}$$

felhasználva a (6) és (7) konstitutív egyenletek

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

valamint a  $\mathit{rot} \mathit{rot} = \mathit{grad} \mathit{div} - \Delta$

azonosságot, kapjuk  $\rightarrow$

## A szabad elektromágneses tér hullámeqyenlete (3)

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{E} = 0$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Ha a terjedés  $x$   
tengely irányú:

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = 0$$

Ahonnán a vákuumban terjedő  $\mathbf{E}$  sebessége:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

## A szabad elektromágneses tér hullámegyenlete (4)

Az (1) egyenlet rotációját, a (2) egyenlet időszerinti deriváltját véve:

$$\mathit{rot} \mathit{rot} \mathbf{H} = \mathit{rot} \dot{\mathbf{D}} \qquad \mathit{rot} \dot{\mathbf{E}} = -\ddot{\mathbf{B}}$$

felhasználva a (6) és (7) konstitutív egyenletek

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

valamint a  $\mathit{rot} \mathit{rot} = \mathit{grad} \mathit{div} - \Delta$

azonosságot, kapjuk  $\rightarrow$

# A szabad elektromágneses tér hullámegyenlete (5)

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{H} = 0$$

Ha a terjedés  $x$   
tengely irányú:

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} = 0$$

Ahonnán a vákuumban terjedő  $\mathbf{H}$  sebessége az  $\mathbf{E}$ -hez hasonlóan:

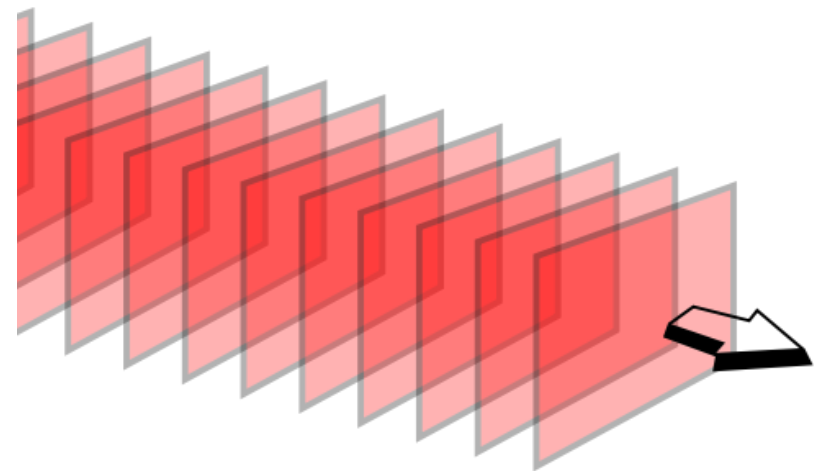
$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Hasonló egyenletek és ugyanaz a terjedési sebesség tartozik  $\mathbf{D}$ -hez és  $\mathbf{B}$ -hez is.

# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (1)

Terjedjen a síkhullám az  $+\mathbf{n}$  egységvektor irányába. A  $t_1$  időpillanatban tekintsünk egy  $\mathbf{r}_1$  koordinátájú pontot a hullámfronton. Egy későbbi  $t_2$  időpillanatban tekintsünk egy  $\mathbf{r}_2$  koordinátájú pontot az újabb hullámfronton. Ekkor a  $c$  sebességű terjedés mellett a két sík távolsága  $d$ :

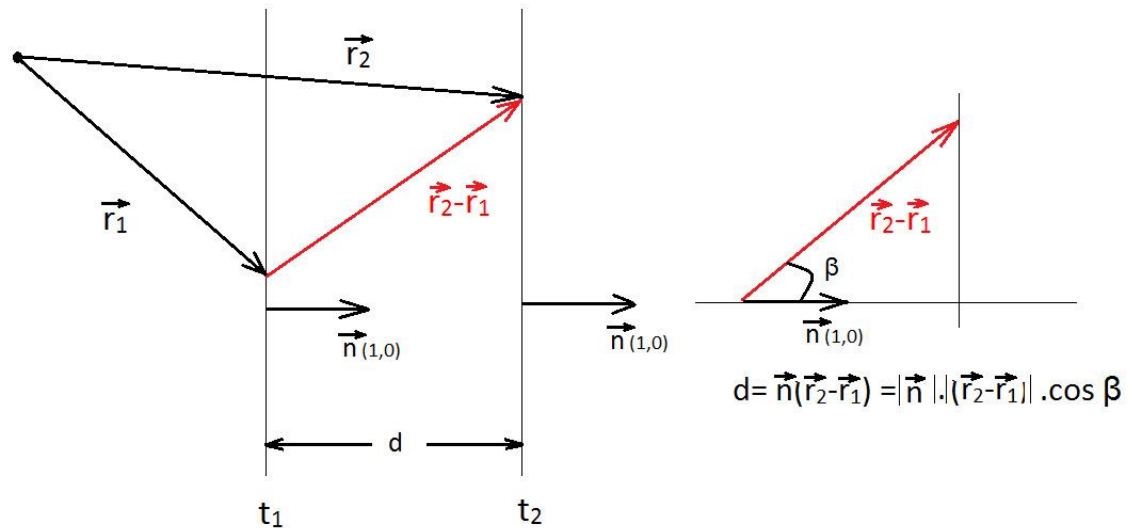
$$d = c(t_2 - t_1)$$



# A hullámgörbe síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (2)

A két sík távolsága az ábra szerint másképp is kifejezhető:

$$d = \mathbf{n}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$$



Az előző két összefüggés összevetéséből:

$$t_1 - \frac{\mathbf{n} \mathbf{r}_1}{c} = t_2 - \frac{\mathbf{n} \mathbf{r}_2}{c}$$

amiből általában:

$$t - \frac{\mathbf{n} \mathbf{r}}{c}$$

# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (3)

Síkhullám megoldások:

$$\mathbf{E}\left(t \pm \frac{\mathbf{n} r}{c}\right)$$

$$\mathbf{H}\left(t \pm \frac{\mathbf{n} r}{c}\right)$$

Itt a „-” előjel a  $+\mathbf{n}$  irányú terjedéshez, a „+” előjel a  $-\mathbf{n}$  irányú terjedéshez tartozik.



# A hullámeqyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (4)

Tekintsük pl. a „+” irányú terjedést:

$$E\left(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}\right)$$

$$H\left(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}\right)$$

Az argumentumot

$$\phi = t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}$$

jelölve az idő  
deriváltak:

$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{d\mathbf{E}}{d\phi}$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{d\mathbf{H}}{d\phi}$$

# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (5)

Valamint a [térbeli](#) deriváltak:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{\mathbf{n}}{c} \times \frac{d\mathbf{H}}{d\phi}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\mathbf{n}}{c} \times \frac{d\mathbf{E}}{d\phi}$$

Ezekkel az (1) és (2) Maxwell-egyenletek:

$$-\frac{\mathbf{n}}{c} \times \frac{d\mathbf{H}}{d\phi} = \varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{d\phi}$$

$$-\frac{\mathbf{n}}{c} \times \frac{d\mathbf{E}}{d\phi} = -\mu_0 \frac{d\mathbf{H}}{d\phi}$$

# A hullámeqyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (6)

Az argumentum szerinti integrálás után:

$$-\frac{1}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$-\frac{1}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{E} = -\mu_0 \mathbf{H}$$

Az  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  és  $\mathbf{n}$  vektorok jobbsodrású rendszert alkotnak!

# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (7)

Hasonló levezetéssel a  $-\mathbf{n}$  irányban terjedő hullámokra:

$$+\frac{1}{c}\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$+\frac{1}{c}\mathbf{n} \times \mathbf{E} = -\mu_0 \mathbf{H}$$

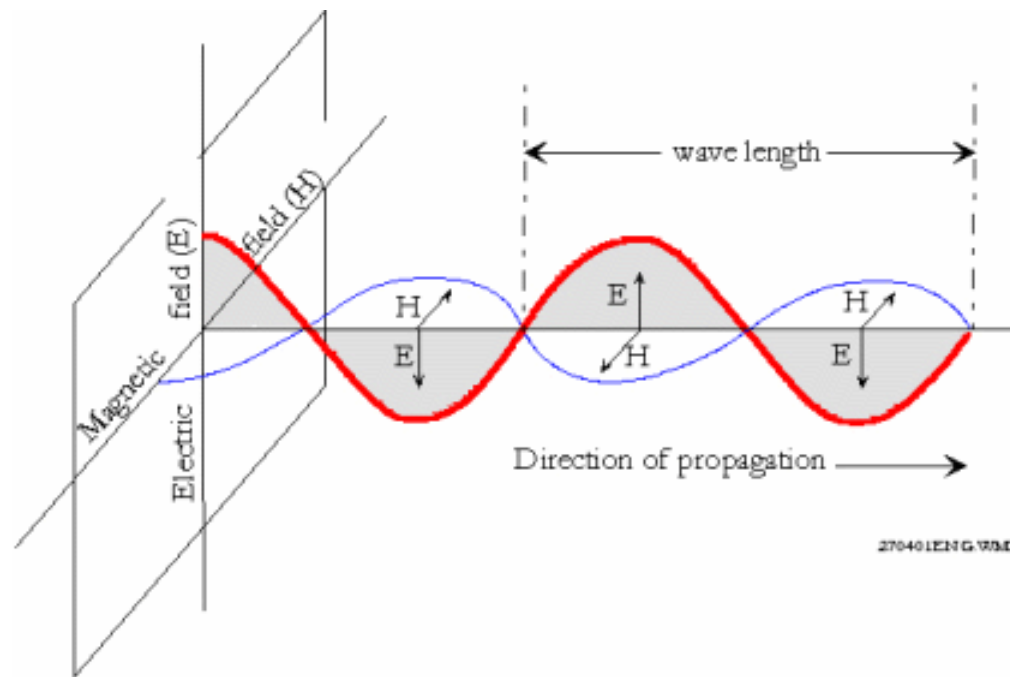
Egy formulával összefoglalva a  $\mp \mathbf{n}$  irányban terjedő hullámokra:

$$\pm \frac{1}{c}\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\pm \frac{1}{c}\mathbf{n} \times \mathbf{E} = -\mu_0 \mathbf{H}$$

**Az elektromágneses hullám transzverzális hullám!**

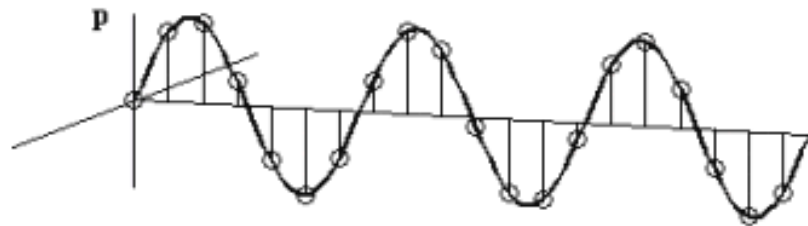
# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (8)



**Az elektromágneses hullám transzverzális hullám!**

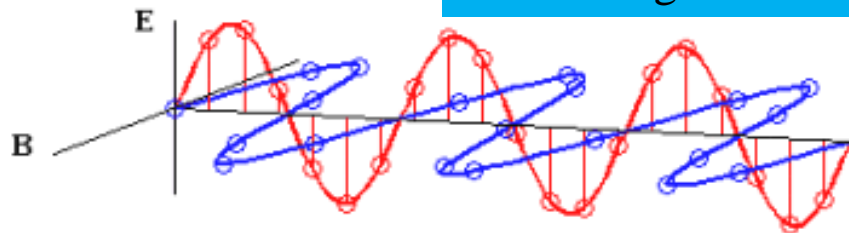
# A hullámegyenlet síkhullám megoldásai, valamint az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorok iránya (9)

transzverzális mechanikai hullám



a terjedés iránya  $\rightarrow$

elektromágneses hullám



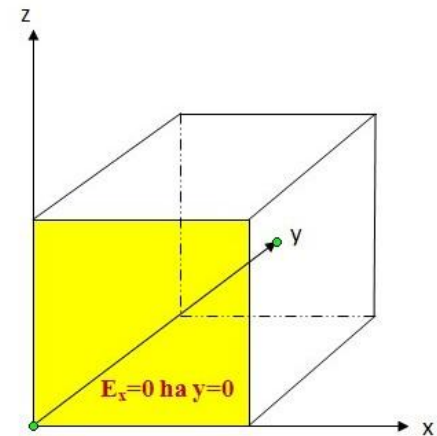
a terjedés iránya  $\rightarrow$

**Az elektromágneses hullám transzverzális hullám!**

# Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (1)

Ideális elektromos vezetőből készült kocka alakú üregben a kialakuló teret a hullámegyenlet és a határfelületek együttesen határozzák meg. Az ideális vezetőn belül az  $E$  elektromos és  $H$  mágneses térerősségek zérus értékűek. Mivel a határfelületen az elektromos térerősség tangenciális, a mágneses térerősség normális komponense megy át folytonosan. így a tangenciális komponenseknek az üreg falán zérusnak kell lenniük. (Ezt fogjuk a tárgyalás során kihasználni.)

A kocka legyen úgy elhelyezve, hogy egyik csúcsa az origó,  $l$  hosszúságú élei az  $x$ ,  $y$  és  $z$  tengelyekkel párhuzamosak.



## Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (2)

A határfeltételeket kielégítő térerősség-komponensek:

$$E_x = 0, \text{ ha } y = 0 \text{ vagy } y = l, z = 0 \text{ vagy } z = l ;$$

$$H_x = 0, \text{ ha } x = 0 \text{ vagy } x = l$$

$$E_y = 0, \text{ ha } x = 0 \text{ vagy } x = l, z = 0 \text{ vagy } z = l$$

$$H_y = 0, \text{ ha } y = 0 \text{ vagy } y = l$$

$$E_z = 0, \text{ ha } x = 0 \text{ vagy } x = l, y = 0 \text{ vagy } y = l$$

$$H_z = 0, \text{ ha } z = 0 \text{ vagy } z = l$$



## Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (3)

A hullámegyenletet és a határfelületi feltételeket is kielégítő megoldás az  $\mathbf{E}$  térerősség vektor komponenseire:

$$E_x = \sum_n A_{nx}(t) \cos\left(n_x \frac{\pi}{l} x\right) \sin\left(n_y \frac{\pi}{l} y\right) \sin\left(n_z \frac{\pi}{l} z\right)$$

$$E_y = \sum_n A_{ny}(t) \sin\left(n_x \frac{\pi}{l} x\right) \cos\left(n_y \frac{\pi}{l} y\right) \sin\left(n_z \frac{\pi}{l} z\right)$$

$$E_z = \sum_n A_{nz}(t) \sin\left(n_x \frac{\pi}{l} x\right) \sin\left(n_y \frac{\pi}{l} y\right) \cos\left(n_z \frac{\pi}{l} z\right)$$

Amplitúdó vektor:  $\mathbf{A}_n = (A_{nx}, A_{ny}, A_{nz})$   $n_x, n_y, n_z \geq 0$   
egész számok

## Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (4)

A térerősség-komponensek ki kell elégítsék a

$$\mathit{div} \mathbf{E} = 0$$

összefüggést.  $\rightarrow$

$$\begin{aligned} & \sum_n (n_x A_{nx} + n_y A_{ny} \\ & + n_z A_{nz}) \sin(n_x \frac{\pi}{l} x) \sin(n_y \frac{\pi}{l} y) \sin(n_z \frac{\pi}{l} z) \\ & = 0 \end{aligned}$$

## Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (5)

Az összefüggés minden  $x$ ,  $y$  és  $z$ -re akkor állhat fenn, ha

$$n_x A_{nx} + n_y A_{ny} + n_z A_{nz} = 0$$

vagy másképp:

$$\mathbf{n} \mathbf{A} = 0$$

Az  $n_x, n_y, n_z$  számhármass **két független síkhullám** megoldást jelent!

## Kocka alakú üregbe zárt elektromágneses hullám (6)

A térerősség-komponenseket a hullámeqyenletbe helyettesítve az amplitúdókra:

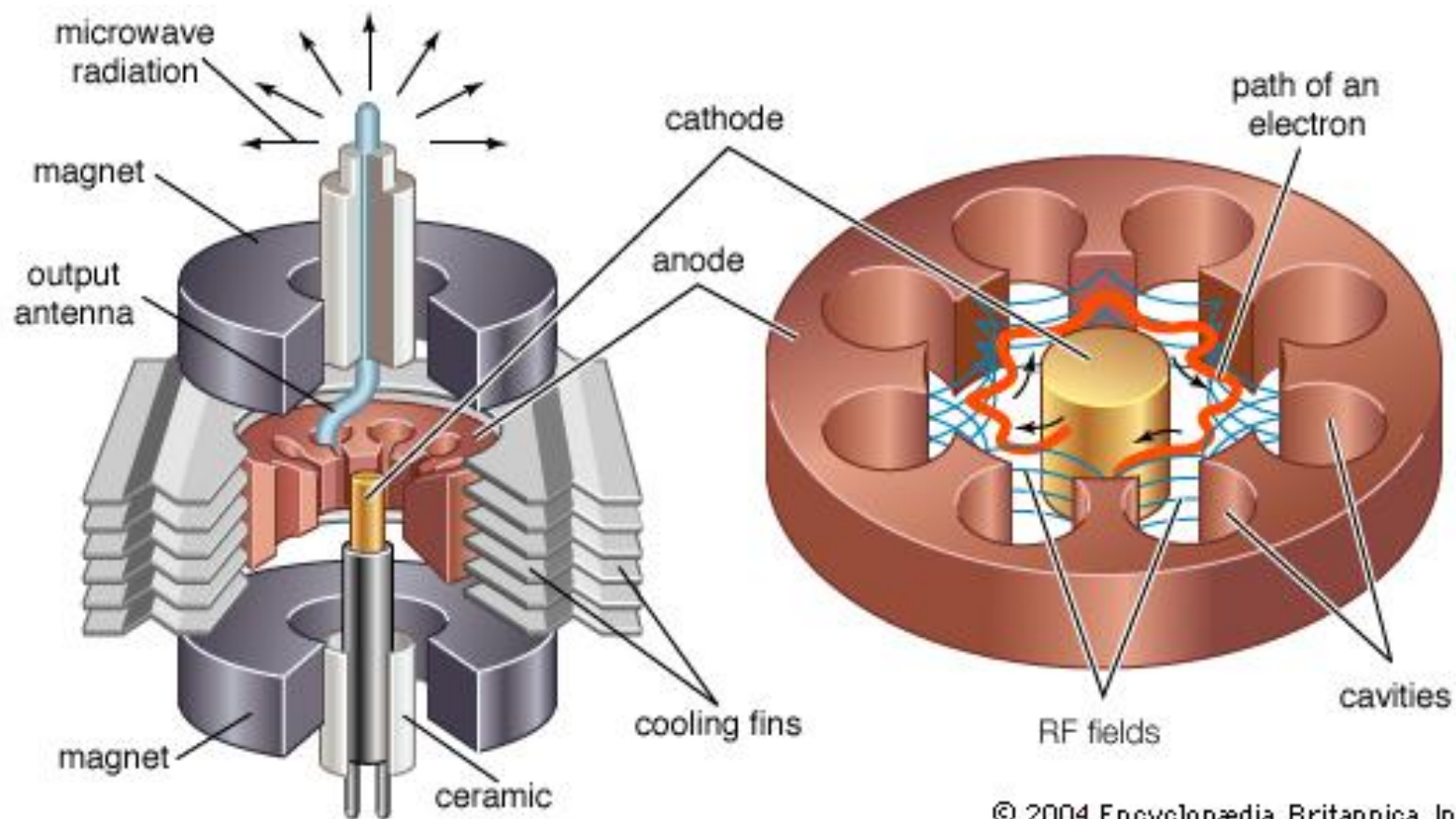
$$\ddot{A}_n + 4\pi^2 \nu_n^2 A_n = 0$$

Itt

$$\nu_n = \frac{c}{2l} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

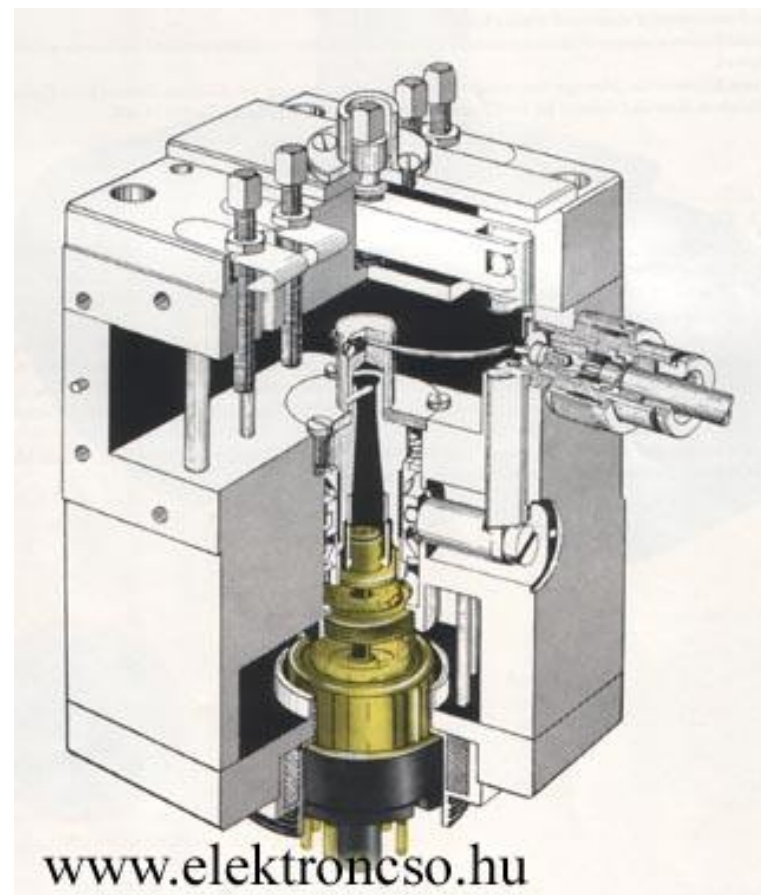
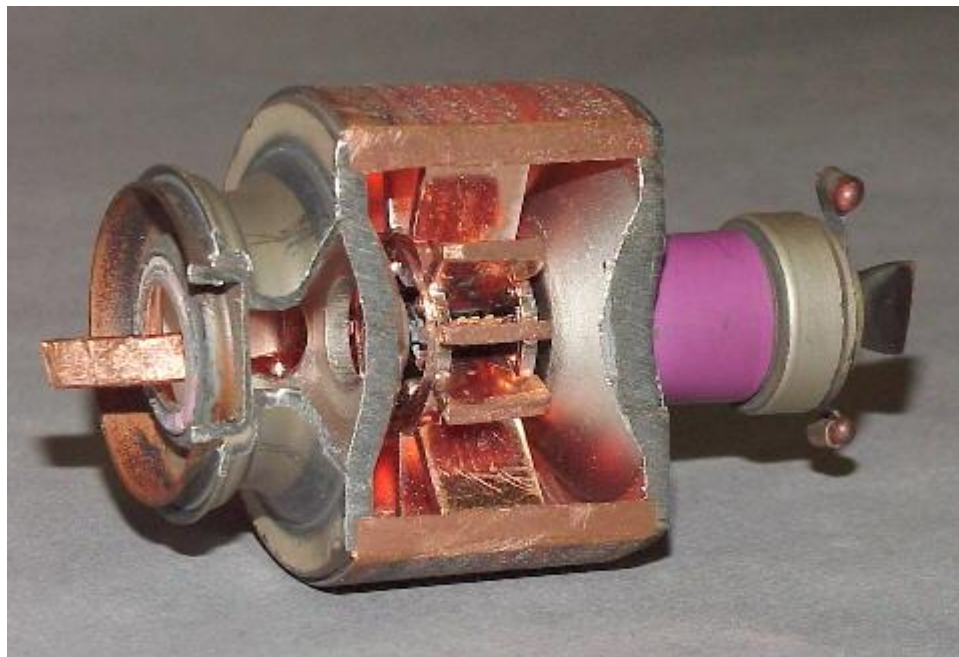
a kialakuló rezgések lehetséges frekvenciái.

# Magnetron (1)



© 2004 Encyclopædia Britannica, Inc.

## Magnetron (2)



A frekvencia 2-3 GHz, a teljesítmény folyamatos üzemben általában 10 kW alatt van, de léteznek impulzusüzemben akár MW nagyságrendű berendezések is.

## Az elektromágneses potenciálok (1)

Az alapgondolat: az elektromágneses teret leíró  $E$ ,  $D$ ,  $H$  és  $B$  mennyiségek visszavezetése „alapvetőbb” térmennyiségekre.

Egy tetszőleges vektortér esetén mindig igaz a

$$\mathit{div} \mathit{rot} \equiv 0$$

azonosság. Így a (4) Maxwell-egyenlet  $\mathit{div} \mathbf{B} = 0$

esetén érdemes bevezetni egy  $\mathbf{A}$  vektormennyiséget a

$$\mathbf{B} = \mathit{rot} \mathbf{A}$$

definícióval. Az  $\mathbf{A}$  vektor neve **vektorpotenciál**.

Maxwell: az  $\mathbf{A}$  vektorpotenciál matematikai segédmennyiség, semmilyen fizikai tartalma nincs.

## Az elektromágneses potenciálok (2)

Ekkor nyilvánvalóan teljesül a

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{A} = 0$$

(4) egyenlet. A (2) egyenletbe történő helyettesítéssel

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \longrightarrow \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}} \longrightarrow \operatorname{rot} (\mathbf{E} + \dot{\mathbf{A}}) = 0$$

Ebből a  $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \equiv 0$  azonosság felhasználásával

$$\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}} - \operatorname{grad} \varphi$$

definiáljuk a **skalárpotenciált**.

**Az  $\mathbf{A}$  és  $\varphi$  potenciálok megadása nem egyértelmű!**



## Az elektromágneses potenciálok (3)

Az  $\mathbf{E}$  és  $\mathbf{B}$  vektorok potenciálokkal megadott alakjait az (1) egyenletbe

$$\mathit{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}}$$

helyettesítve

$$\frac{1}{\mu_0} \mathit{rot} \mathit{rot} \mathbf{A} = \mathbf{j} - \varepsilon_0 \ddot{\mathbf{A}} - \varepsilon_0 \mathit{grad} \dot{\varphi}$$

adódik. Felhasználva, hogy  $\mathit{rot} \mathit{rot} = \mathit{grad} \mathit{div} - \Delta$

kapjuk:

$$\Delta \mathbf{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\mathbf{A}} = -\mu_0 \mathbf{j} + \mathit{grad} \mathit{div} \mathbf{A} + \varepsilon_0 \mu_0 \mathit{grad} \dot{\varphi}$$

## Az elektromágneses potenciálok (4)

A potenciálok nem-egyértelmősége miatt lehetőség van egy matematikai kapcsolat definiálására. Ez itt most legyen a

Lorenz-feltétel: 
$$\operatorname{div} \mathbf{A} + \varepsilon_0 \mu_0 \dot{\phi} = 0$$

Ekkor 
$$\Delta \mathbf{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\mathbf{A}} = -\mu_0 \mathbf{j} \quad (*)$$

amely összefüggés kapcsolatot teremt a mérhető  $\mathbf{j}$  áramsűrűség és az absztrakt  $\mathbf{A}$  vektorpotenciál között.

## Az elektromágneses potenciálok (5)

A (3) egyenletből kiindulva:  $\mathit{div} \mathbf{D} = \rho \rightarrow \varepsilon_0 \mathit{div} \mathbf{E} = \rho$

$$\rightarrow \mathit{div} \mathbf{E} = -\mathit{div} \dot{\mathbf{A}} - \mathit{div} \mathit{grad} \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

A Lorenz-feltétel figyelembevételével:

$$\Delta \varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\varphi} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (**)$$

Összefüggés áll elő a mérhető  $\rho$  töltéssűrűség és a  $\varphi$  skalárpotenciál között.

## Az elektromágneses potenciálok (6)

Zérus áramok és töltéssűrűségek mellett a két potenciálra tiszta hullámegyenletek állnak fenn:

$$\Delta A - \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{A} = 0$$

$$\Delta \varphi - \varepsilon_0 \mu_0 \ddot{\varphi} = 0$$

## Az elektromágneses potenciálok (7)

A tér  $(\xi, \eta, \zeta)$  koordinátákkal megadott pontjaiban áramok folynak és elektromos töltések helyezkednek el. Az  $(x, y, z)$  pontban a (\*) és (\*\*) egyenletek megoldásaként előáll a vektor- és skalárpotenciál:

$$\mathbf{A}(x, y, z, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{j}(\xi, \eta, \zeta, t - \frac{r}{c})}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta, t - \frac{r}{c})}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

Itt  $r$  az  $(x, y, z)$  pont és a  $(\xi, \eta, \zeta)$  pont közötti távolság. Mindkét potenciál az áramsűrűség és töltéssűrűség  $r/c$  idővel korábban felvett értékeitől függenek. → Ezeket nevezik *retardált* megoldásoknak.

# Kérdések (1)

Írja fel a Maxwell-egyenleteket! Mi az egyenletek fizikai jelentése?

Milyen mennyiségekkel kapcsolatosak és mit fejeznek ki a konstitutív (anyag-) egyenletek az elektrodinamikában?

Mi a kontinuitási egyenlet(ek) fizikai jelentése? Milyen tagokból áll az egyenlet?

Mely Maxwell-egyenletekből fejezhető ki a kontinuitási egyenlet. Milyen matematikai lépéseket kell tenni?

Mely Maxwell-egyenletekből fejezhető ki az az elektromágneses tér energiamérleg egyenlete? Milyen matematikai lépéseket kell tenni?

Milyen kifejezés írja le az elektromágneses tér energiasűrűségét?

Mi a Poynting-vektor fizikai jelentése?

Mi a Joule-hő kifejezése?

Mit jelent az a fogalom, hogy szabad elektromágneses tér?

# Kérdések (2)

Mely Maxwell-egyenletekből fejezhető ki a szabad elektromágneses tér hullámegyenlete? Milyen matematikai lépéseket kell tenni?

Milyen alakúak és milyen mennyiségekre adódtak hullámegyenletek?

Mennyi a vákuumbeli fénysebesség?

Milyen alakúak a síkhullám megoldások?

Milyen kapcsolatban vannak egymással a terjedési irányt megadó  $n$  vektor, valamint az  $\mathbf{E}$  elektromos és  $\mathbf{H}$  mágneses térerősségek?

Mit jelent a transzverzális elektromágneses hullám fogalma?

Milyen elektromágneses tér alakulhat ki kocka alakú, ideális vezetőből készült falú üregben? Milyen frekvenciaértékek fordulhatnak elő?

Hogyan működik a magnetron?

Hogyan mérné meg a fény sebességét mikrohullámú sütővel?

# Kérdések (3)

Mely potenciálokat vezetjük be és mi a mérhető terekkel való matematikai kapcsolatuk?

Hogyan néznek ki a Maxwell-egyenletek a potenciálokkal felírva?

Miért lehet a Lorenz-feltételt kitűzni, és milyen egyszerűsítő szerepet játszik az elmélet kiépítésében?

Milyen téregyenletek állnak fenn általában a skalár- és vektorpotenciálokra?

Zérus áramok és elektromos töltések esetén milyen alakú egyenletek állnak fenn a skalár- és vektorpotenciálokra?

*(A ilyen színnel írt kérdések a mélyebben érdeklődők részére vannak. )  
(folyt. köv.)*