Fizika alapismeretek

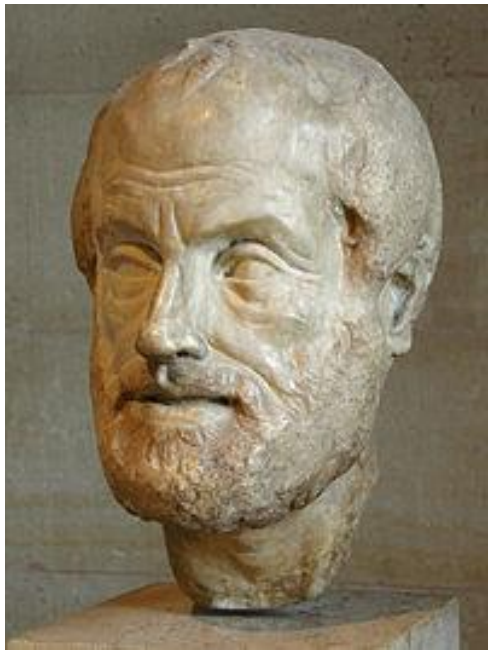
Dinamika I.

Kornis János
Fizika Tanszék

Az anyagi pont dinamikája

Dinamika (kinetika): a mozgás meghatározása a testeket érő hatások (erők) és a test bizonyos tulajdonságainak ismeretében

Arisztotelész – Galilei - Newton



Arisztotelész
i. e. 384 – i. e. 322

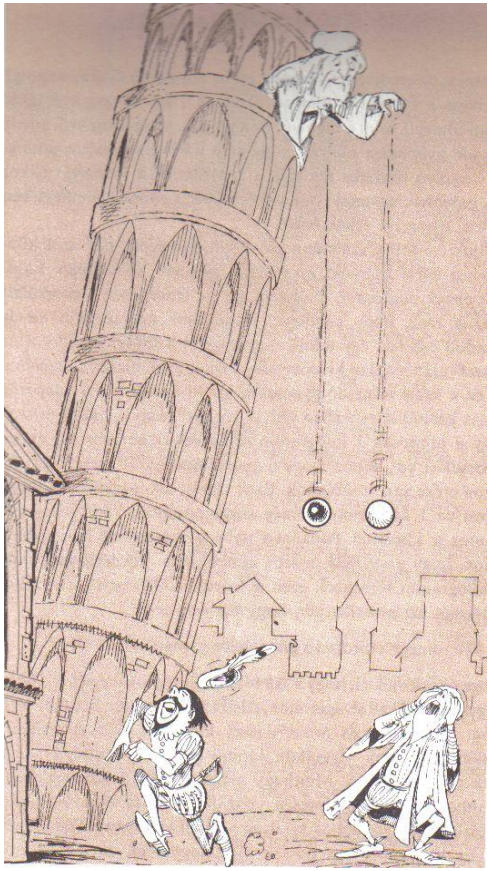
A mozgáshoz mozgató kell („minden mozgót mozgat valami”)
a bolygókhoz „első mozgató”

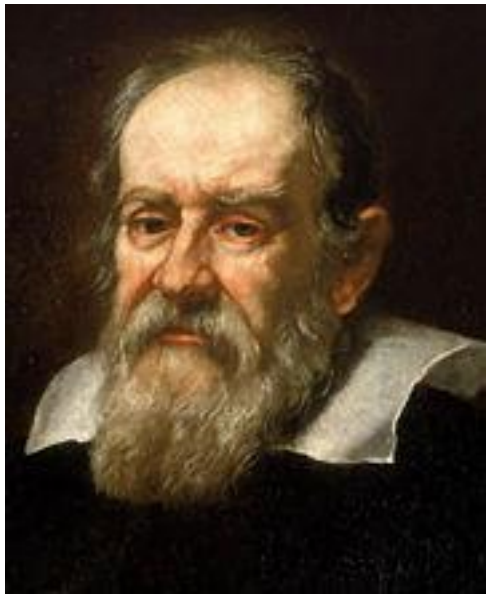
A nehezebb testek gyorsabban, a könnyebbek lassabban esnek, egyenes arányosságban a tömeggel.

Hold alatti világ – 4 őselem
a Hold szféráján túl – quinta essentia, minden változatlan

Minden embernek természete, hogy törekszik a tudásra.
Általában annak, hogy tud-e valaki valamit vagy sem, a tanítani tudás a jele.
A tudományos előadásokat a hallgatók elmealkatához mérten jó tartani. Azt kívánjuk ugyanis, hogy egy tárgyról úgy beszéljenek előttünk, ahogy megszoktuk, s ami ettől eltér, azt nem tudjuk ismereteink közé beilleszteni, sőt a szokatlanság miatt megértését nehéznek és idegenszerűnek fogjuk találni. Mert csak a megszokottat könnyű megérteni, amire elő vagyunk készülve.

Arisztotelész – Galilei - Newton





Galileo Galilei
(1564 – 1642)

Nincs szükség mozgatóra
(nem a mozgásnak van oka, hanem a mozgás megváltozásának)

A testek egyformán esnek

Csak egy fizika van
földi fizika = égi fizika

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás megkülönböztethetetlen a nyugalomtól
(Galiei-féle relativitási elv)

Arisztotelész – Galilei - Newton

Galilei gondolatait matematikai formába öltöztette

Axiomatikus alapokra helyezte a fizikát

A gravitációs törvényével számíthatóvá tette az „égi” fizikát

Sir Isaac Newton
(1642. – 1727.)

Nem a mozgás fenntartásához, hanem a mozgásállapot megváltoztatásához van szükség külső hatásra

Erő

- Testek olyan kölcsönös egymásra hatása, amely megnyilvánulhat alakváltozásban vagy mozgásállapot változásban.
- Az erő vektormennyiség, amit az erő hatására történő impulzusváltozás gyorsaságával definiálunk, és így van iránya.
- Az erő SI-egysége a newton.

Newton axiómák

1. axióma: A tehetetlenség törvénye

Van olyan vonatkoztatási rendszer, az inerciarendszer, amelyben minden test megtartja nyugalmi állapotát, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, amíg más testek ennek megváltoztatására nem kényszerítik.

$$\vec{F}_e = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$$

Az inerciarendszerhez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszer szintén inerciarendszer

Tehetetlenség: a testeknek az 1. axiómával kimondott tulajdonsága

mértéke: tömeg (tehetetlen tömeg) m [kg]

Newton axiómák

2. axióma:

A pontszerű test inerciarendszerhez képest mért v sebessége változik $\Rightarrow$ a test gyorsul.

Newton 1. axiómája

Más testek hatnak rá.

Erő (erőhatás): testek kölcsönös egymásra hatása, amely megnyilvánulhat mozgásállapot változásban, vagy alakváltozásban

$$\boxed{\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}} \xrightarrow{m = const.} \vec{F} = m\vec{a}$$

mértékegysége: kgm/s^2=N (Newton)

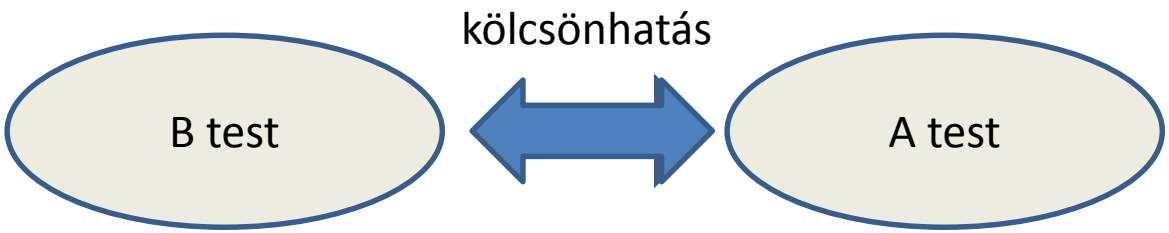
Erők típusai:

gravitációs erő
súrlódási erő
rugalmas erő
…

$\Rightarrow$ erőtörvények (mozgásegyenlet) $\Rightarrow$ mozgásfüggvény (x(t)=….)

Newton axiómák

3. axióma: A kölcsönhatás törvénye

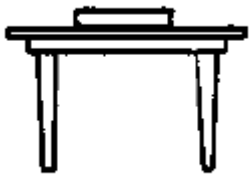


Ha egy A testre a B test erővel hat, akkor az A test is hat a B testre ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú erővel.

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

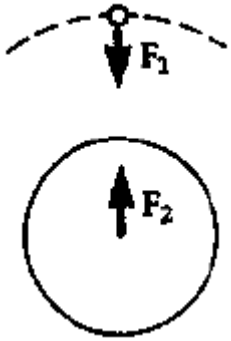
Az erők párosával lépnek fel, de különböző testekre hatnak.

Erő- ellenerő

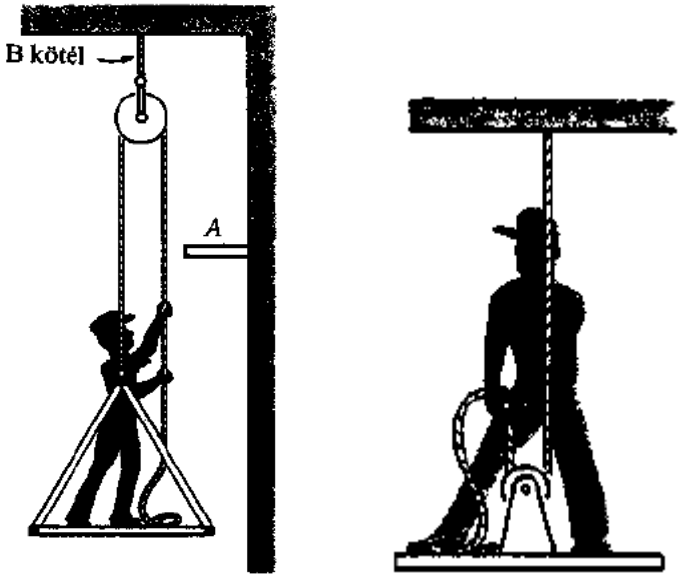


könyv az asztalon

futó és a talaj



műhold és a Föld

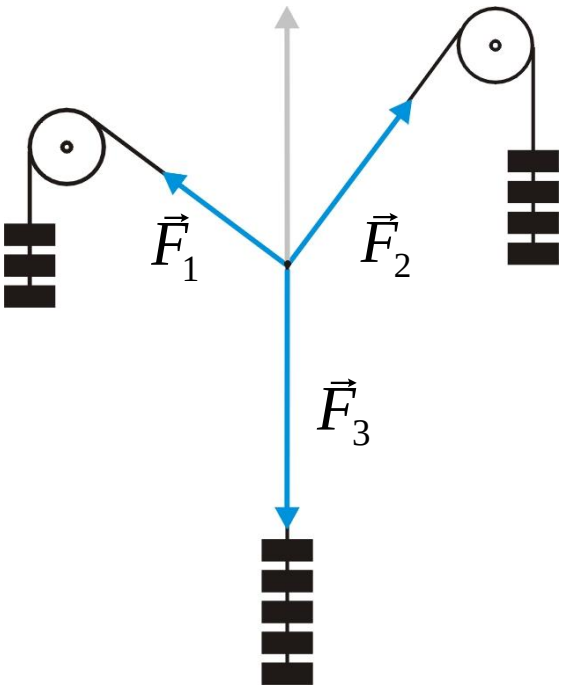


Newton axiómák

4. axióma: A szuperpozíció elve

Az erők egymás hatását nem zavarva, vektorokként adódnak össze.

$$\Sigma\vec{F} = m\Sigma\vec{a}$$



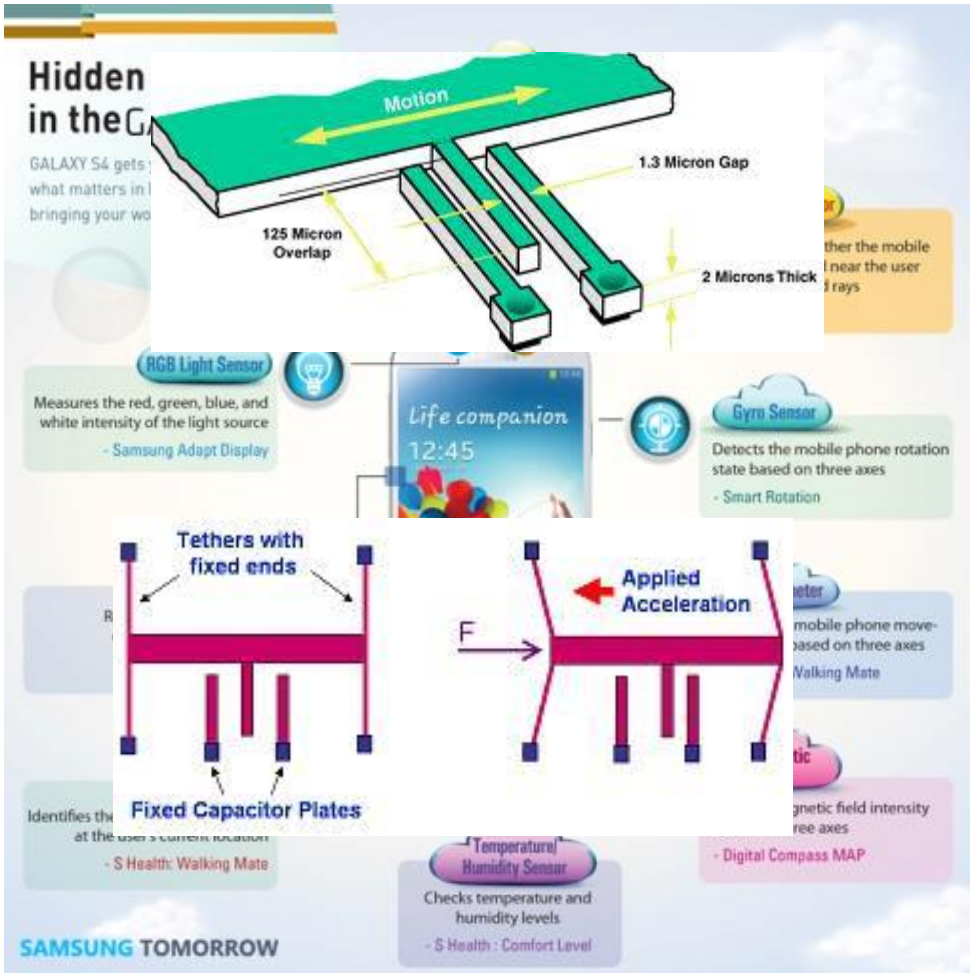
Ha egy anyagi pontra több erő hat, akkor ezek együttes hatása egyenlő vektori eredőjük hatásával.

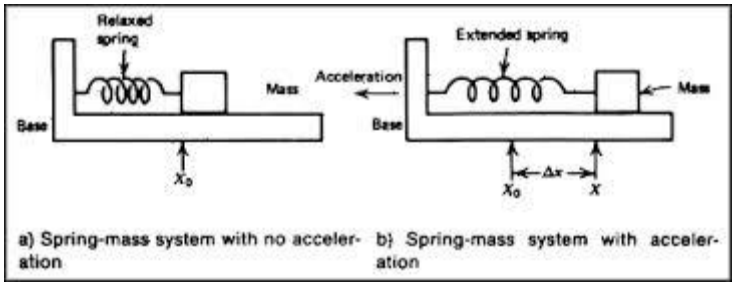
Anyagi pont egyensúlyának szükséges és elegendő feltétele, hogy a pontra ható összes erők eredője zérus legyen.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

Gyorsulásmérők

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

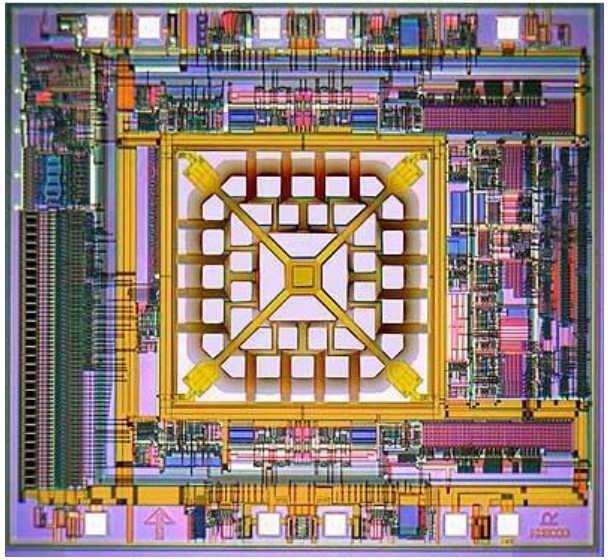




a) Spring-mass system with no acceleration

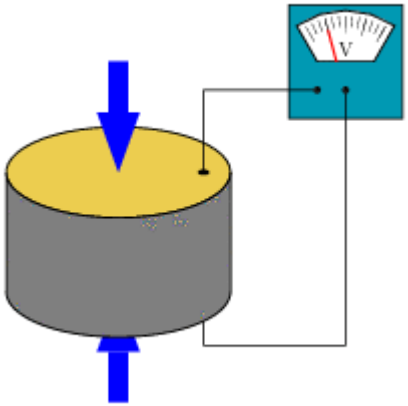
b) Spring-mass system with acceleration

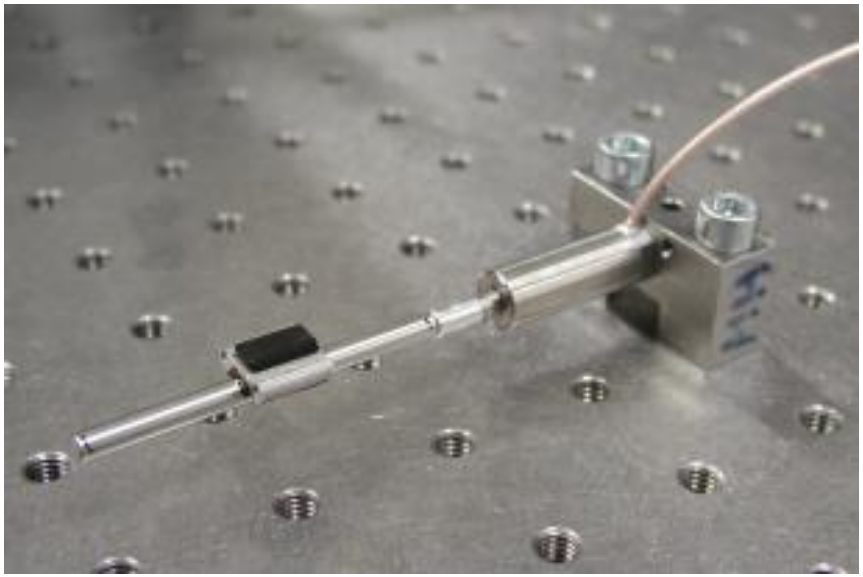
From Computer Desktop Encyclopedia
Reproduced with permission.
© 2003 MEMSIC, Inc.

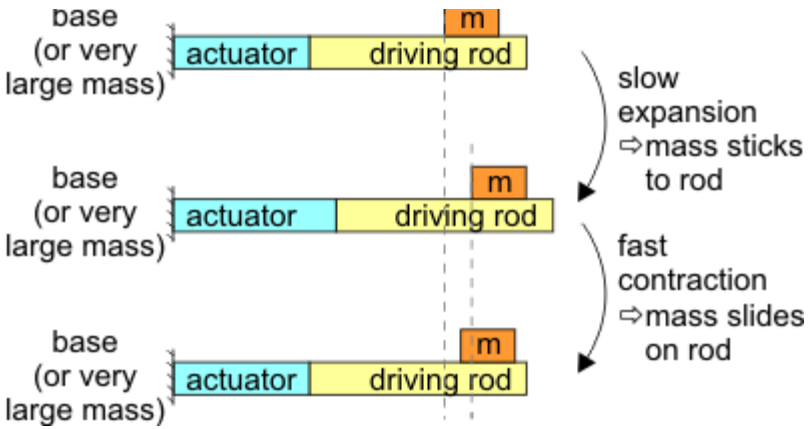


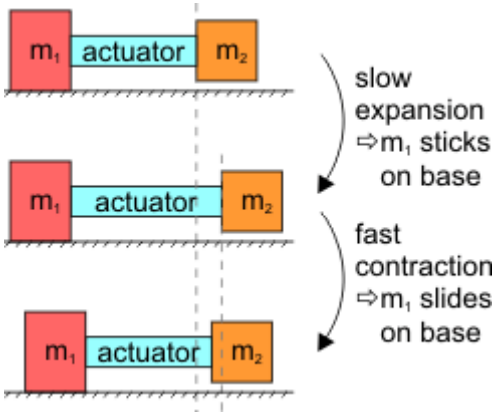
Piezoelectric inertia drives

piezoelektromosság és elektrostrikció

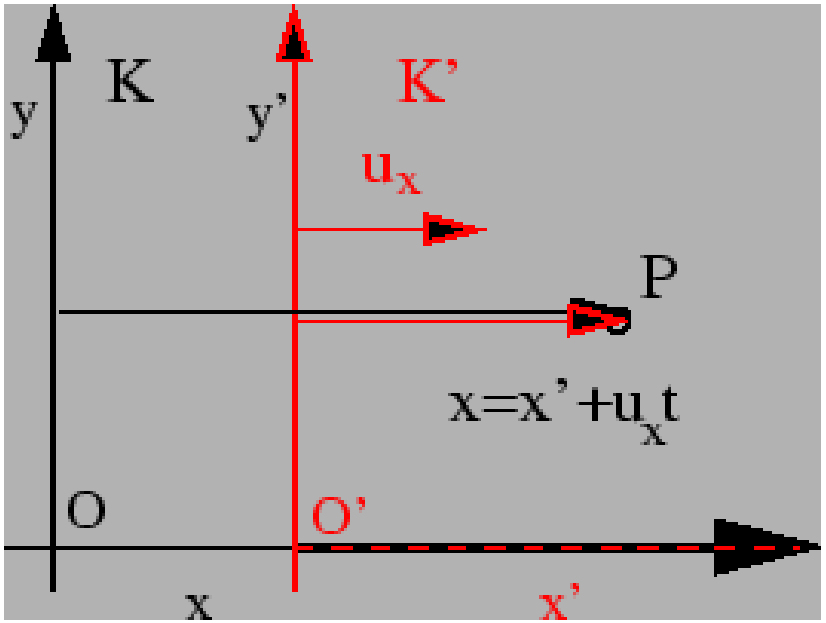








Galilei relativitási elv



Galilei transzformáció

$$x = x' + u_x t \qquad v_x = v'_x + u_x \qquad a_x = a'_x + 0$$

$$a_x = a'_x \qquad m a_x = m a'_x \qquad F_x = F'_x$$

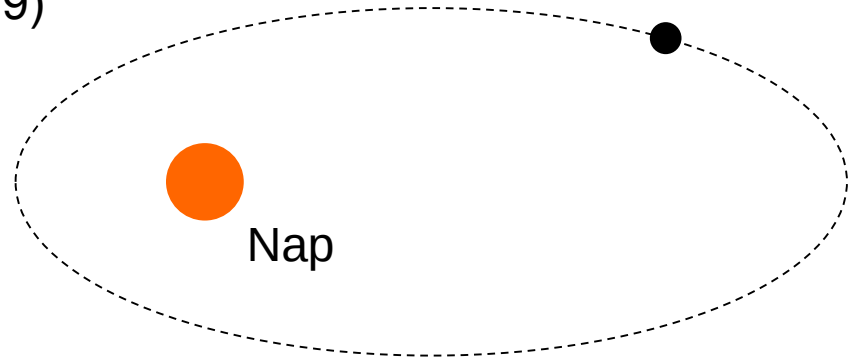
Egymáshoz képest egyenes vonalú, egyenletes transzlációt (haladó mozgást) végző vonatkoztatási rendszerek között mechanikai kísérletekkel nem tudunk különbséget tenni, azaz ezek egyenértékűek

Kinematika → dinamika

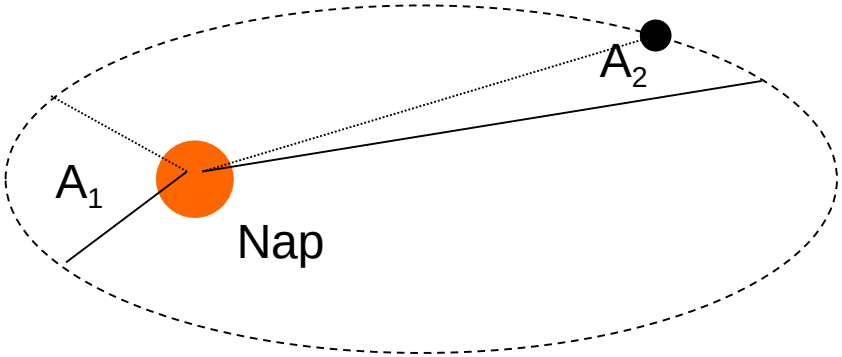
Kepler törvények (1609, 1619)

(Tycho de Brahe)

1. A bolygók pályája ellipszis, és annak egyik gyújtópontjában van a Nap.

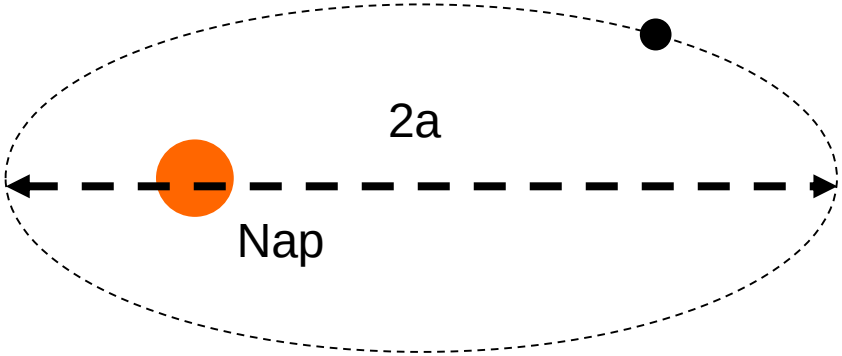


2. A bolygók vezérsugara (a bolygót a Nappal összekötő szakasz) azonos idő alatt azonos területet súrol.



$A_1 = A_2$

3. A bolygók Naptól való átlagos távolságainak *(a,* a pálya fél nagytengelyeinek) köbei úgy aránylanak egymáshoz, mint a keringési idejük *(T)* négyzetei



$$\frac{T^2}{a^3} = const.$$

Kölcsönhatás

A fizikában **alapvető erő**, vagy **alapvető kölcsönhatás** a neve annak a mechanizmusnak, melynek segítségével részecskék kölcsönhatást gyakorolnak egymásra, és amely más kölcsönhatással nem magyarázható.
Az alapvető kölcsönhatás modellje szerint a természetben minden fermionokból áll. Ezek mindegyike töltésnek nevezett tulajdonságot hordoz magával, valamint egy fél egységnyi spinnek, magyarosan pedig **perdület**nek is nevezett **impulzusmomentum**ot (redukált Planck-állandó*1/2 spin). A gravitációs kölcsönhatástól eltekintve a fermionok egymásra való vonzó, vagy taszító hatása virtuális részecskék, ún. mértékbozonok kicserélése útján történik. A bozonokat kölcsönhatás-hordozóknak, vagy erőközvetítőknek is nevezhetjük. A kölcsönhatás kifejezés ezt a kölcsönös bozonátadást tükrözi. Például:
két fermion összejön *kölcsönhatás* bozoncserével két megváltozott fermion távozik
A fermionok közötti bozoncsere mindig energia- és perdületátvitelt jelent, ami a fermionok irányváltozását és sebességváltozását jelenti. Töltésátvitel is történhet azonban, ami a fermionok minőségét is megváltoztathatja, egyikből másikat képez. Mivel a bozonok egy egész impulzusmomentumot hordoznak, a fermionok pedig felet, ilyen kölcsönhatás esetén a fermion perdülete előjelet változtat. A kölcsönhatás eredménye vonzás vagy taszítás is lehet, ezért ezt a kölcsönhatást *erő*nek is nevezzük.

Kölcsönhatás

A kölcsönhatások tulajdonságai és az azokat közvetítő bozonok áttekintő táblázata					
kölcsönhatás	közvetítő	nyugalmi tömege	töltés	Mire hat?	hatótávolság (m)
erős	gluonok (8-féle)	0	színtöltés	hadronokra	10^{-15}
elektromágneses	foton	0	elektromos töltés	elektromosan töltött részecskékre	végtelen
gyenge	Z^0 W^+ és W^-	91, 80 ill. 80 GeV/c^2	gyenge töltés	minden 1/2 spinű részecskére	10^{-18}
gravitáció	graviton*	0	tömeg	mindenre	végtelen

Az egyesítő elméletek

<table>
<tr><td>elektrosztatika</td><td>magnetosztatika</td><td rowspan="3">gyenge kölcsönhatás</td><td rowspan="2">erős kölcsönhatás</td><td rowspan="2">gravitáció</td></tr>
<tr><td colspan="2">elektromágnesség</td></tr>
<tr><td colspan="2">kvantum-elektrodinamika</td><td rowspan="3">kvantum-színdinamika</td><td rowspan="4">általános relativitáselmélet</td></tr>
<tr><td colspan="3">elektrogyenge kölcsönhatás</td></tr>
<tr><td colspan="4">nagy egyesített elmélet (GUT)</td></tr>
<tr><td colspan="5">minden dolgok elmélete (TOE)</td></tr>
</table>

A dinamika alapegyenlete

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

A mozgások kísérleti vizsgálata alapján erőtörvények felállítása

A testre ható erők ismeretében a test mozgásának meghatározása

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

Az anyagi pont mozgásegyenlete

$$\vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}}) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t)$$

+

Határfeltételek:

$$\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0 \quad \text{és} \quad \dot{\vec{r}}(t=0) = \vec{v}_0$$

Egyensúly

Ha az anyagi pontra ható **erők eredője zérus**, az anyagi pont **egyensúly**ban van. Egyensúlyban lévő anyagi pont állandó sebességgel mozog, vagy nyugalomban van.

Erőtörvények

Azokat az összefüggéseket, melyek megadják az erőt (irányát és nagyságát) a környezet és a test fizikai jellemzőinek függvényében, erőtörvényeknek nevezzük.

- gravitációs erő
- nehézségi erő
- súrlódási erő
- rugalmas erő (rugóerő, lineáris erőtörvény)
- súly
- közegellenállás

Fontosabb erőtörvények

Gravitációs erő

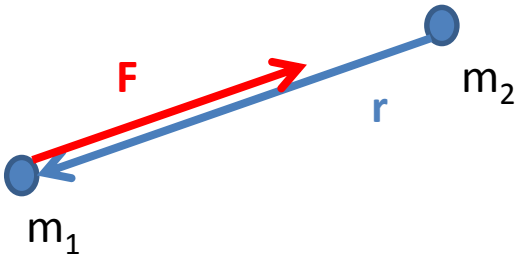
Bármely két pontszerű, m_1 és m_2 tömegű. egymástól r távolságban lévő test kölcsönösen vonzza egymást olyan erővel, amelynek nagysága a testek tömegének szorzatával egyenesen és a távolságuk négyzetével fordítottan arányos.

$$F = \gamma \frac{m_1 . m_2}{r^2}$$

Cavendish kísérlet:

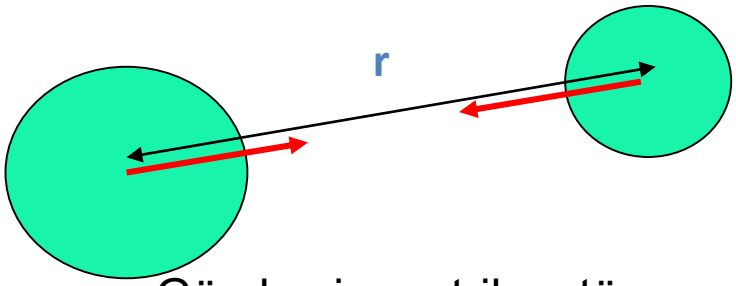
$\gamma = 6{,}67 * 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

- minden testre hat
- leggyengébb kölcsönhatás
- bolygók mozgása alapján született törvény



$$\vec{F}_{12} = \gamma \frac{m_1 . m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

(súlyos és tehetetlen tömeg)



Gömbszimmetrikus tömegeloszlás

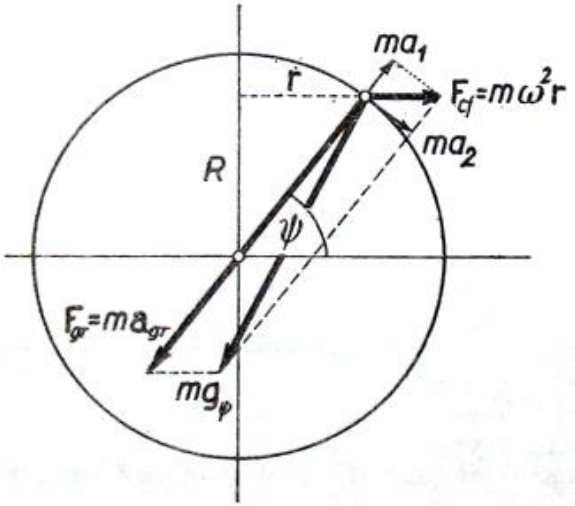
Fontosabb erőtörvények

Nehézségi erő

A Föld által az m tömegű testre kifejtett gravitációs vonzóerő és a Föld forgása következtében fellépő centrifugális erő eredője

$$m\vec{g}_{\psi} = \vec{F}_{gr} + \vec{F}_{cf}$$

$$\vec{g}_{\psi} = \vec{a}_{gr} + \vec{a}_{cf}$$



$$\vec{F} = m\vec{g}$$

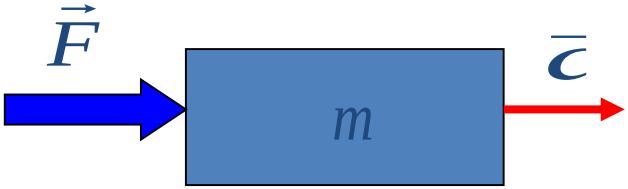
g=9,81 m/s^2

A test súlya: az az erő, amelyet a test a felfüggesztésre, vagy az alátámasztásra kifejt.

Súlyos tömeg

$$m_s = \frac{F_{gr}}{g}$$

Tehetetlen tömeg

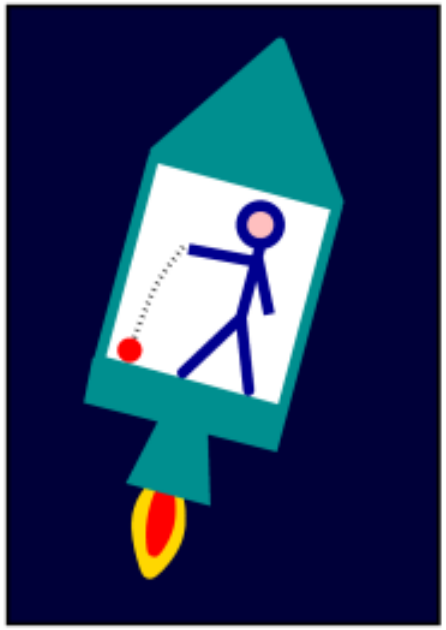


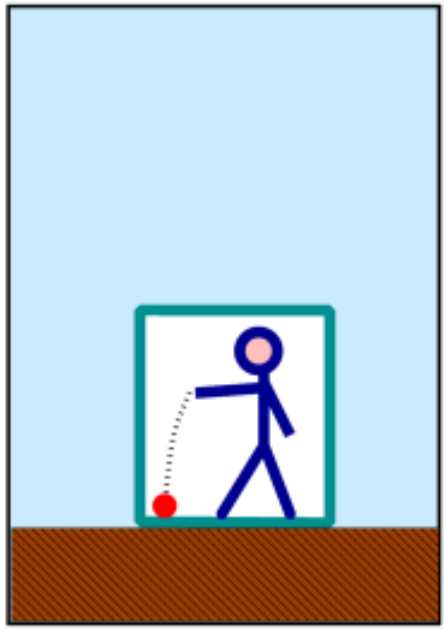
$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

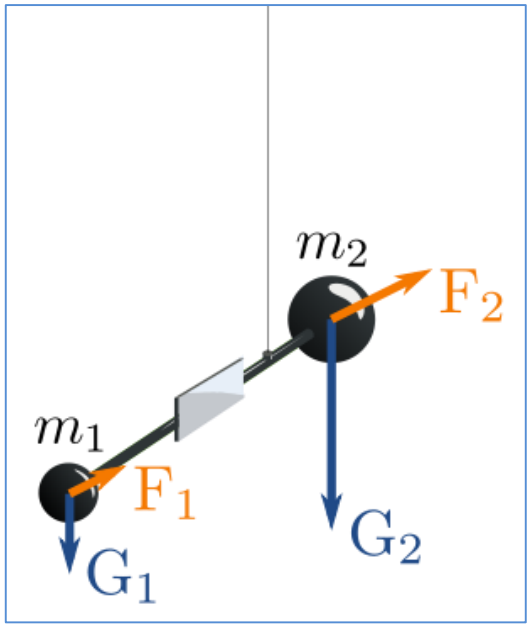
$$m_t = \frac{F}{a}$$

Ekvivalenciaelv

Az **ekvivalenciaelv** az általános relativitáselmélet egyik alapkonceptusa. Az elv a súlyos és tehetetlen tömeg egyenértékűségével (*ekvivalenciájával*) foglalkozik. Noha korábbi megközelítései is léteznek, magát az elvet teljességében Albert Einstein vezette be.

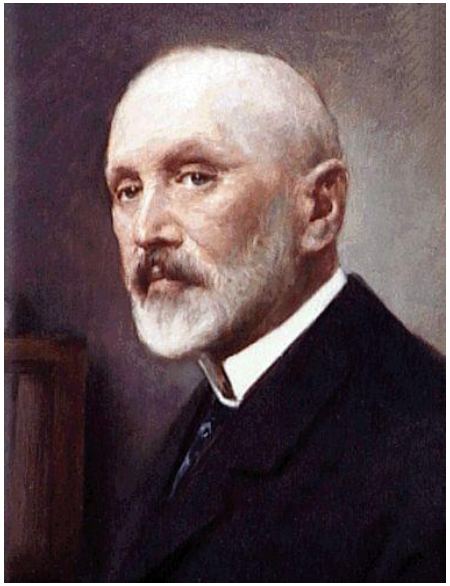




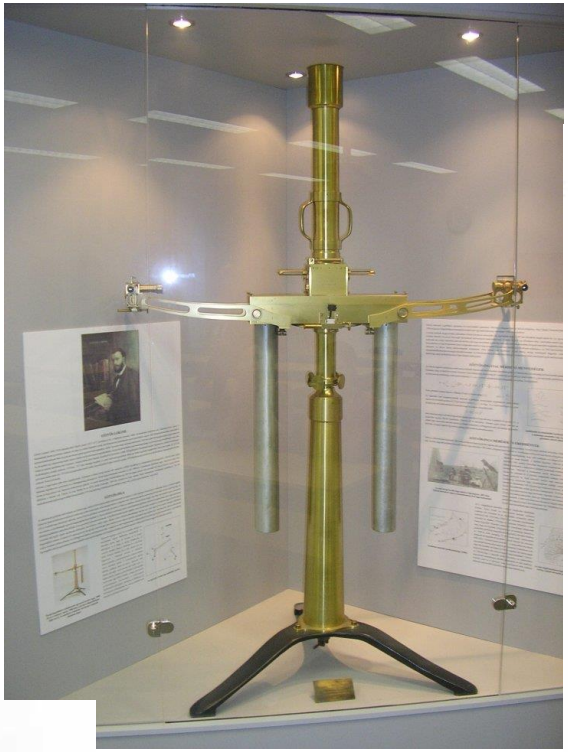


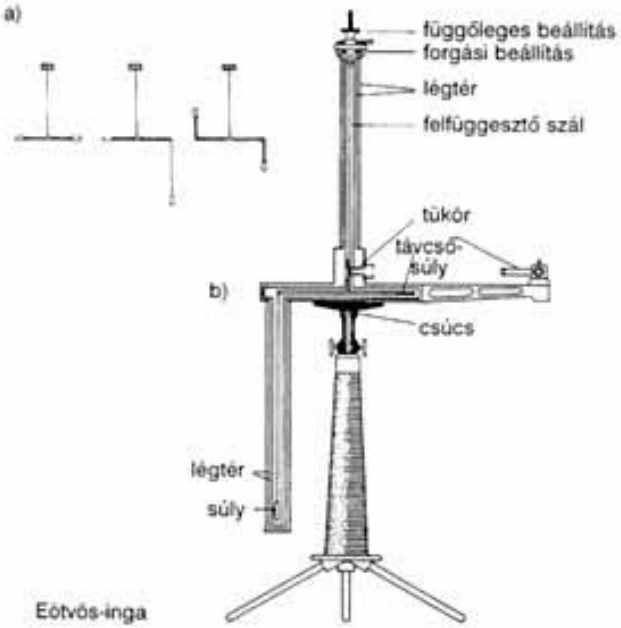
Az Eötvös Loránd által készített torziós inga bizonyítja a súlyos és tehetetlen tömeg ekvivalenciáját.

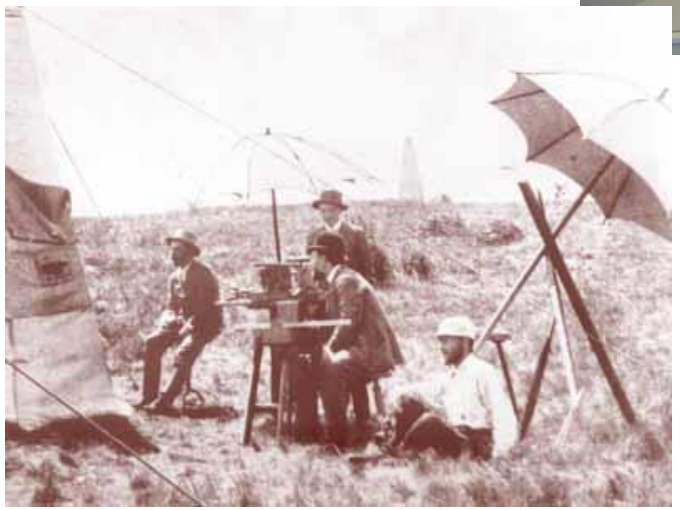
Eötvös Lóránd

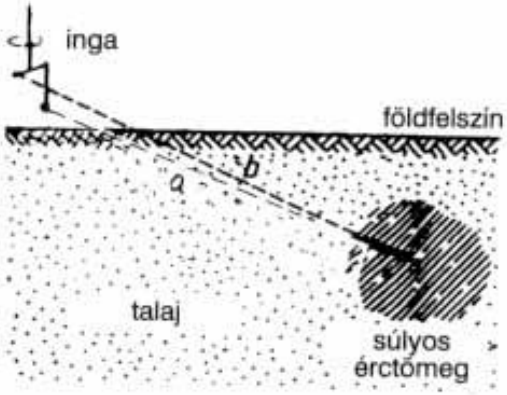


1848-1919



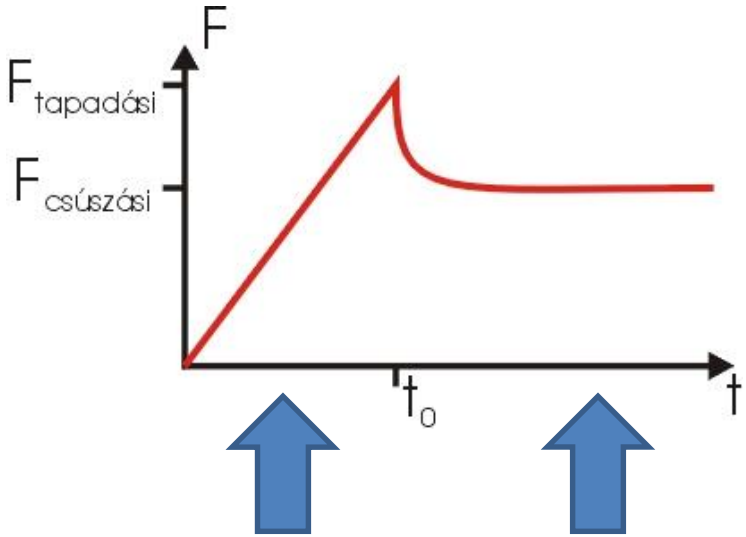






Fontosabb erőtörvények

Súrlódási erő



a test áll a test mozog

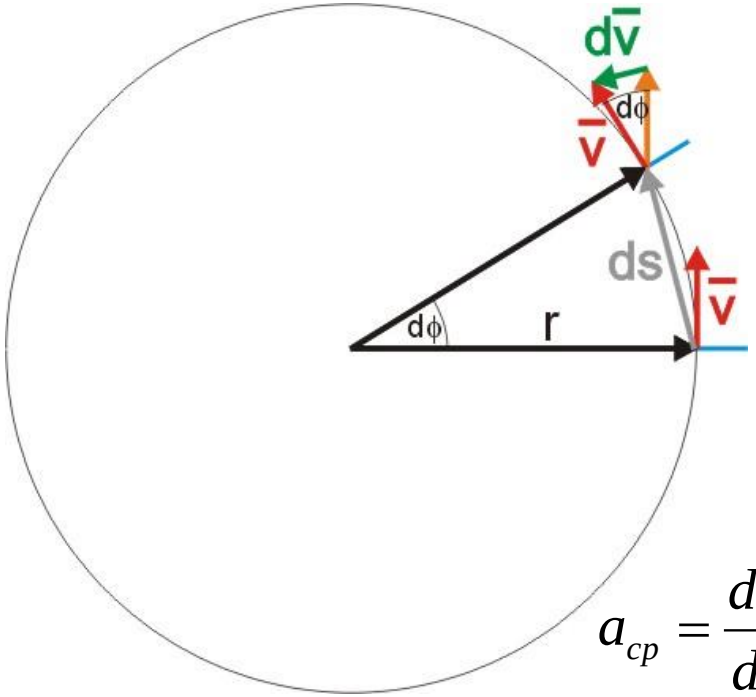
tapadási súrlódási erő:

$$F_{tap}=\mu_{tap}N$$

csúszási súrlódási erő:

$$F_s=\mu_s N$$

Egyenletes körmozgás



$$ds = r d\varphi$$

$$dv = v d\varphi$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega$$ szögsebesség [rad/s]

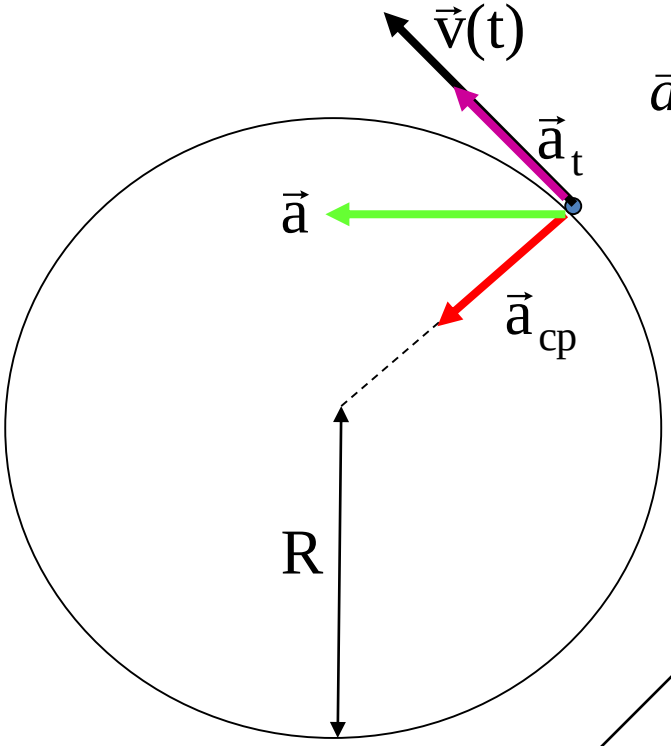
$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{r d\varphi}{dt} = r\dot{\varphi} = r\omega$$

$$a_{cp} = \frac{dv}{dt} = \frac{v d\varphi}{dt} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$ centripetális gyorsulás [rad/s^2]

F=ma

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

Gyorsuló körmozgás



$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} \qquad \vec{a}_{cp} \perp \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dr\omega}{dt} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} = r\ddot{\varphi} \qquad \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

F=ma

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t$$

egyenletesen gyorsuló körmozgás

$$\omega = \beta t \qquad \varphi = \frac{1}{2}\beta t^2$$

Fontosabb erőtörvények

Rugalmas erő

Egyenes vonalú harmonikus rezgőmozgás

$$a_x = -\omega^2 x$$

$$\Downarrow$$

$$F_x = -m\omega^2 x$$

Lineáris erőtörvény:

$$F_x = -Dx$$

$$\vec{F} = -D\vec{r}$$ általános alak

Súly

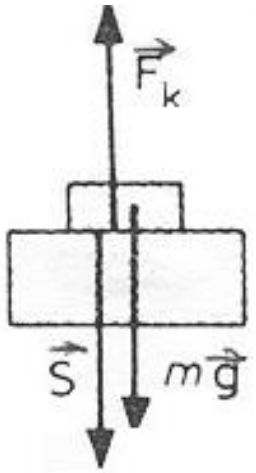
Egy test súlya az az erő, melyet a Földön nyugalomban lévő test az alátámasztását, illetve felfüggesztését biztosító testre kifejt.

Feltesszük, hogy

- a testre csak a nehézségi erő és az alátámasztást, ill. felfüggesztést biztosító test hat
- az alátámasztás vízszintes.

$$m\vec{g} = -\vec{F}_k$$

$$m\vec{g} = \vec{S}$$



A közegellenállás

Gáznemű vagy folyékony közegbe teljesen bemerülő, a közeghez viszonyított állandó sebességgel mozgó testre a sebességgel ellentétes erő, a **közegellenállás** hat.
Kis sebességek esetén, amikor a szilárd test körül kialakuló áramlás lamináris, az ellenállás gyakorlatilag a közeg rétegeinek belső súrlódásából származó súrlódási ellenállás.
A súrlódási ellenállás jó közelítéssel egyenesen arányos a sebességgel:

$$\vec{F} = -b\vec{v}$$

A b együttható a közeg anyagi minőségétől és a test alakjától függ, SI mértékegysége N s / m.

Nagyobb sebességeknél a test mögött erős örvényképződés jön létre, ilyenkor a közegellenállás közelítőleg a közeg ρ sűrűségével és a sebesség négyzetével egyenesen arányos. Az ellenállás túlnyomó része a test mögötti örvényektől származó ún. nyomási ellenállás**.** Ha a test alakja nem túl bonyolult és a relatív sebességre szimmetrikusan helyezkedik el, az erő iránya ellentétes a sebességgel. A teljes ellenállás így jó közelítéssel

$$\vec{F} = -cA\frac{1}{2}\rho v^2 \frac{\vec{v}}{v} \qquad v < v_{hang}$$

A a test a haladási irányra merőleges keresztmetszete
c a test alakjától függő, dimenzió nélküli ellenállási tényező

Mercedes E-osztály

$$c_w = 0{,}26 - 0{,}29$$

3. példa

Szabadesés légellenállással

$$ma = mg - F_k$$

$$F_k = \frac{1}{2}\rho v^2 cA$$

$$ma = mg - kv^2$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = g - \frac{k}{m}[v(t)]^2$$ a mozg. diff. egy.

$$v(t) = \sqrt{\frac{2mg}{\rho Ac}}\tanh\left(t\sqrt{\frac{g\rho cA}{2m}}\right)$$ megoldás

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{\rho Ac}}$$ végsebesség

$$v_t = 90\sqrt{d}$$

- ember (d~0,6m) : 70m/s
- macska (d~0,2m) : 40m/s
- rovar (d~0,01m) : 9m/s