Kísérleti fizika I., 2018 őszi félév

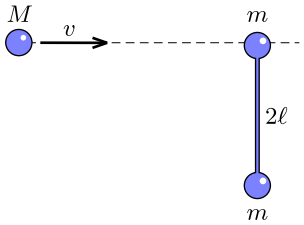
6. gyakorlat

Szükséges előismeretek: lendületmegmaradás törvénye, rugalmas és rugalmatlan ütközések, ütközési szám, bolygómozgás, gravitációs erő és energia, tömegpont perdülete, Kepler-törvények;

Feladatok órai munkára

F1. Egy m_1 tömegű pontszerű test rugalmasan ütközik egy kezdetben álló, m_2 tömegű pontszerű testtel ($m_1 > m_2$). Legfeljebb mekkora szöggel térülhet el az 1-es test az eredeti haladási irányától?

F2. Vízszintes, légpárnás asztalon egy olyan súlyzó helyezkedik el, amely két egyforma, m tömegű kis korongból és az azokat összekötő, 2ℓ hosszúságú, súlytalan rúdból áll. A súlyzó egyik korongja felé egy M tömegű másik korong közeledik v sebességgel, majd egyenesen ütközik vele. Határozzuk meg az ütközés után a súlyzó szögsebességét!



F3. Egy rakéta mindentől távol halad úgy, hogy hajtóanyagát u relatív sebességgel lövelli ki magából. Adjuk meg a rakéta v sebességét abban a pillanatban, amikor össztömege m, ha kezdetben az össztömege m_0 volt, és nyugalomból indult.

F4. Mutassuk meg, hogy az M tömegű Nap körül ellipszispályán keringő m tömegű bolygó teljes energiája csak a pálya $2a$ nagytengelyétől függ:

$$E = -\gamma \frac{mM}{2a},$$

ahol γ a Newton-féle gravitációs állandó.

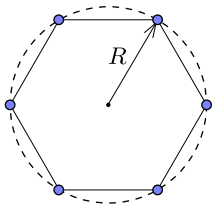
F5. Egy m tömegű (pontszerű) űrszonda mozog az M tömegű Nap gravitációs terében. Mutassuk meg, hogy az

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{N} - \gamma m^2 M \frac{\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|}$$

vektor (az ún. Runge–Lenz-vektor) megmaradó mennyiség. (Itt $\boldsymbol{r}$ a Napból a szondáig mutató helyvektor, $\boldsymbol{p}$ a szonda impulzusa, $\boldsymbol{N}$ pedig a szonda Napra vonatkoztatott impulzusmomentuma.)

F6. Egy üstökös közeledik az M tömegű Naphoz hiperbola alakú pályán. Amikor a szonda még nagyon messze van a Naptól, a mozgásirányának egyenese és a Nap távolsága b (ún. impakt paraméter), sebességének nagysága pedig v_0. Mennyivel fordul el az üstökös mozgásiránya az eredeti irányhoz képest, mialatt az üstökös újra messzire távolodik a Naptól?

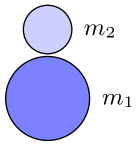
F7. Egy szabályos hatszög csúcsaiban m tömegű, pontszerű testek nyugszanak. Hogyan mozog a rendszer, ha a testek között csak a gravitációs erő hat? Mennyi idő múlva ütköznek össze a testek?



F8. Két egyforma tömegű műhold összekapcsoltan körpályán kering egy bolygó körül. Amikor szétlökik egymást, az egyik rész sebessége az eredeti érték 4/3-szorosára nő, de iránya nem változik meg. Mekkora lesz a két műhold keringési idejének aránya?

Házi feladatok

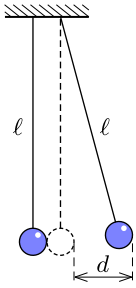
H1. Egy m_1 és m_2 tömegű rugalmas labdát egymás fölé helyezünk (a labdák között kicsiny rést hagyva), majd h magasságból elengedjük őket. (Feltehetjük, hogy h sokkal nagyobb a labdák átmérőjénél.)



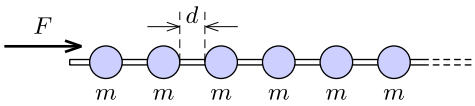
a) Milyen tömegarány esetén jut a rendelkezésre álló energiából a legtöbb a felső labdának?

b) Legfeljebb milyen magasra repülhet a felső labda?

H2. Közvetlenül egymás mellé felfüggesztett két egyforma golyó az *ábra* síkjában lenghet ℓ hosszúságú fonálon. Az egyik golyót d távolságra kimozdítjuk és elengedjük ($d \ll \ell$). A golyók rugalmatlanul ütköznek, sebességük a tömegközépponti rendszerben minden ütközéskor k-szorosára csökken ($0 < k < 1$ az ütközési szám). Hogyan mozognak a golyók? Mekkora lesz a lengések amplitúdója sok ütközés után?



H3. Egy hosszú, vízszintes drótra nagyon sok egyforma, m tömegű gyöngyszemet fűztünk fel egymástól azonos, d távolságra. A gyöngyszemek kezdetben nyugalomban vannak, és súrlódásmentesen mozoghatnak.



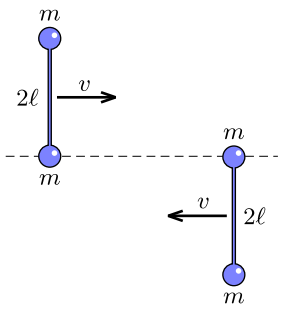
Az egyik gyöngyöt állandó F erővel gyorsítani kezdjük, és ezt az erőt a továbbiakban is fenntartjuk. Mekkora lesz hosszú idő múlva a gyorsított gyöngy sebessége, illetve a „lökéshullám” elejének sebessége, ha a gyöngyök ütközése

a) tökéletesen rugalmatlan,

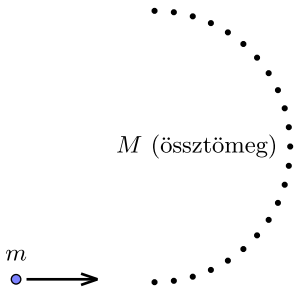
b) tökéletesen rugalmas?

H4. Egy 1 kg tömegű, $\boldsymbol{v}_1 = 3\,\boldsymbol{i} - 2\,\boldsymbol{j}$ sebességgel mozgó tömegpont tökéletesen rugalmatlanul ütközik egy 2 kg tömegű, $\boldsymbol{v}_2 = 4\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}$ sebességű másik tömegponttal. (Itt $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ a szokásos, x, y és z irányú egységvektorokat jelölik, a szorzótényezők pedig m/s-ban vannak megadva.) Adjuk meg az ütközés után az összetapadt tömegpontok sebességvektorát és annak nagyságát!

H5. Kis méretű, m tömegű korongokból és elhanyagolható tömegű, 2ℓ hosszú rudakból két egyforma „súlyzót” készítettünk. A súlyzókat vízszintes, légpárnás asztalra helyezzük, majd az *ábrán* látható módon (forgás nélkül) v sebességgel egymás felé indítjuk őket. Írjuk le a súlyzók mozgását az ütközés után! Ábrázoljuk a súlyzók tömegközéppontjának sebességét az idő függvényében!



H6. Egy légpárnás asztalon N egyforma kicsiny korong nyugszik egy félkör mentén, egymástól egyenlő távolságra. A korongok össztömege M. A félkör átmérőjére merőlegesen egy másik, m tömegű korongocskát szeretnénk indítani úgy, hogy az mind az N korongon tökéletesen rugalmasan végigpattogva végül az eredeti haladási irányával ellentétes irányban távozzon. (A súrlódás mindenhol elhanyagolható.)



a) Az $N \to \infty$ határesetben legalább mekkorának kell lennie az M/m tömegaránynak ahhoz, hogy tervünk sikerüljön?

b) Az *a*) kérdésben kapott kritikus tömegarány esetén mekkora az m tömegű korong végső és kezdeti sebességének aránya?

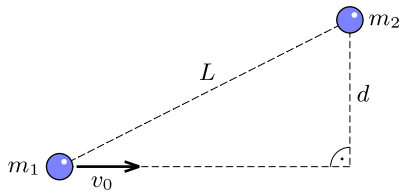
H7. Egy bolygóközi pályán mozgó űrszonda, pályájának bizonyos részén, egy ott elhelyezkedő kozmikus „porfelhőn” haladt át. Mindazon porszemcsék, amelyeknek nekiütközött, ráragadtak a szondára. Mire a szonda kiért a porfelhőből, tömege 2%-kal megnőtt. Hány százalékkal nőtt meg a porfelhőn való áthaladás ideje ahhoz képest, amennyi idő alatt a porfelhő fékező hatása nélkül tette volna meg a szonda ugyanezt az utat?

(A porfelhőt állandó sűrűségű, határozott szélű objektumnak tekinthetjük.)

H8. Egy rakéta mindentől távol állandó a gyorsulással halad egyenes vonalban. A hajtóanyag a rakétából állandó u relatív sebességgel lövell ki. Adjuk meg a rakéta össztömegét az idő függvényében, ha kezdeti tömege m_0!

H9. Egy m_0 tömegű űrhajó külső erők hiányában állandó $\boldsymbol{v}_0$ sebességgel halad. A haladási irányának megváltoztatása céljából az űrhajó kapitánya egy hajtóművet kapcsol be, amelyből állandó u relatív sebességgel lövell ki a hajtóanyag az űrhajó mindenkori haladási irányára merőlegesen. A hajtóművet addig működteti, amíg az űrhajó össztömege m értékre csökken. Mennyivel fordult el eközben az űrhajó eredeti mozgásirányától?

H10. Az *ábrán* látható két pontszerű test között csak a tömegvonzás hat. Az m_2 tömegű test nyugalomban van. Mekkora v_0 kezdősebességgel indítsuk el az m_1 tömegű testet, hogy a két test közötti legkisebb távolság h legyen? ($h < d$)



H11. Egy kettőscsillag keringési ideje 2 év, a két csillag távolsága 300 millió km, és az egyik csillag tömege a Nap tömegével egyenlő. Mekkora a másik csillag tömege?

H12. Mozoghat-e három különböző tömegű pontszerű test egymás gravitációs terében úgy, hogy bármely kettő közötti távolság megegyezik és a mozgás során állandó marad? Mekkora szögsebességgel forog ez a rendszer?

H13. Legfeljebb mennyi időt tölthet egy, a Nap gravitációs terében *parabolapályán* mozgó üstökös a Föld pályasugarán belül? (A Föld és az üstökös pályasíkja egybeesik.)