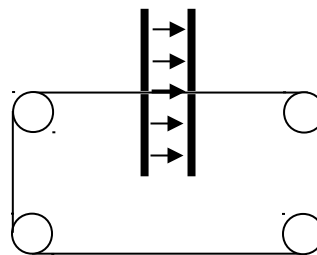


2010 – 1. zh

1. Egy lelkes feltaláló az alábbi ötlettel fordult a szabadalmi hivatalhoz:

„Az általam kifejlesztett örökmozgó egy síkkondenzátorból, és egy csiga rendszeren átvetett hurok formájú fonálból áll. A síkkondenzátor U feszültségre van feltöltve, a lemezek közti távolság d . A lemezeken egy-egy kicsiny lyuk található, melyeken szigetelő fonal van átfűzve úgy, hogy az nem ér hozzá a fémlemezekhez. A fonalat egyenletes λ töltéssűrűséggel látjuk el. A fonal kondenzátor lemezei közt elhelyezkedő részére, mint vonaltöltésre, állandó húzóerőt fejt ki a kondenzátor elektromos tere.



Ez az erő állandó körforgásban tartja a könnyen mozgó csigákon átvetett fonalhurkot, hiszen a lemezek közé mindig újabb töltött fonalrészek érkeznek a forgás során. Az örökké forgó csigák tengelyét munkagépek hajtására használhatjuk”

A szabadalmat természetesen elutasították, de a csalódott feltaláló sokat elmélkedett azon, hogy:

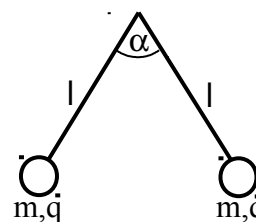
- a) Hol hibázott, mit nem vett számításba, ami miatt ellentmondásba került az energia megmaradás törvényével? (4 p)

Sajnos nem jött rá, ezért úgy döntött, megépíti a gépezetet. A készülék persze nem működött. -Biztos nem elég nagy az elektromos tér, ami a kötélt húzóerejét biztosítja- gondolta, ezért növelni kezdte a kondenzátor U feszültségét, de a gép nem akart elindulni. Elérve egy bizonyos feszültséget, a kötélt elszakadt! Törte a fejét, hogy:

- b) Hol szakadhatott el a kötélt? (3 p)

- c) Mekkora szakítószilárdságú kötelet használjon, hogy $U_{kr}=1000$ V feszültség mellett se szakadjon el a kötélt? ($\lambda=10^{-3}$ C/m) (3 p)

2. A Földet egy ismeretlen Q töltéssel rendelkező meteor becsapódása fenyegeti. A becsapódás szerencsére az óceán közepén következett be, a töltés pedig egyenletesen eloszlott a Föld felszínén. A becsapódást túlélő tudósok egy kicsiny csoportja a tengerszinten felállít egy elektroszkópot az ábra szerint. Az $l=10$ cm hosszúságú fonalak végére $m=1$ g tömegű golyókat kötöttek, melyeket $q=8 \cdot 10^{-8}$ C töltéssel láttak el. Azt tapasztalták, hogy a két zsinór $\alpha=60^\circ$ -os szöveget zár be egymással.



(A Föld sugara 6370 km, a meteoré 5 km)

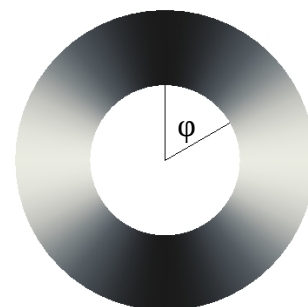
- a) Mekkora Q töltést hozott a meteor? (8 p)

- b) A mechanikai energián kívül mennyi elektromos energia szabadult fel a becsapódás során? (7 p)

- c) Szorgalmi feladat: Mekkora a lengésideje egy l hosszúságú, m tömegű, q töltésű fonálingának a fenti körülmények között? (+ 3 p)

3. Az ábrán látható hengerkondenzátor fegyverzetei között a φ polárszög függvényében változik a relatív permittivitás a következő módon:

$\epsilon_r = \epsilon_1 (1 + \cos(\varphi)^2)$, ahol $\epsilon_1 = 2$. A kondenzátor fegyverzeteinek a sugara $r_1 = 10$ cm és $r_2 = 20$ cm.



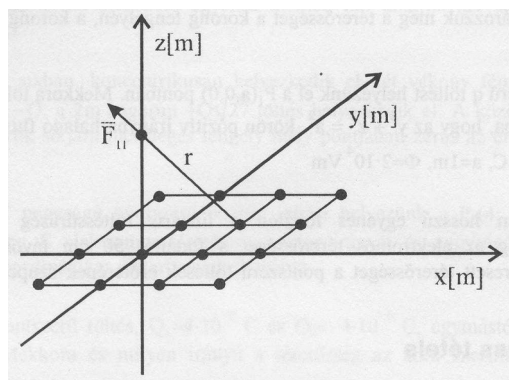
- a) Számítsa ki az elektromos térerősséget és az elektromos eltolást a fegyverzetek közötti térrészben! (5 p)

- b) Számítsa ki a kondenzátor kapacitását l hosszúságú szakaszra! (5 p)

- c) Adja meg a felületi töltéssűrűség polárszögtől való függését a belső fegyverzeten, ha l hosszúságú szakaszon Q az össztöltés! (5 p)

2010 - 1. pót

1. Az xy síkon rácsszerűen $q = 10^{-6}$ C töltést helyezünk el a sík minden (k,l) koordinátájú pontjában. k és l tetszőleges pozitív, ill. negatív egész szám.

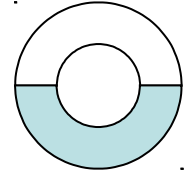


- a.) Mekkora az xy sík átlagos felületi töltéssűrűsége?
- b.) Mekkora nagyságú és milyen irányú F_{11} erővel hat az $(1,1)$ pontban lévő töltés a z tengelyen lévő $Q_1 = 10^{-5}$ C töltésre?
- c.) Mekkora nagyságú és milyen irányú F_{kl} erővel hat a (k,l) pontban lévő töltés az előbbi Q_1 töltésre?
- d.) Mekkora nagyságú és milyen irányú lesz a Q_1 töltésre ható eredő F erő?
2. Egy $\rho = \rho_0$ térfogati töltéssűrűséggel töltött, R sugarú gömböt a középponttól $r_0 < R$ távolságra síkkal metszünk. A metsző sík által kivágott körlapra határozza meg az elektromos térerősség fluxusát!
3. Az r_0 és R sugarú koncentrikus hengerek közötti térrészt inhomogén szigetelő tölti ki, amelynek permittivitása a középponttól mért távolság függvénye.
- a.) Milyen függvény szerint változik a permittivitás, ha a lemezek között az elektromos térerősség állandó, és a belső lemez felületén a relatív permittivitás ϵ_{r0} ? Mekkora a belső lemezen a töltéssűrűség, ha a kondenzátor U feszültségre van feltöltve? Számolja ki a lemezek között az elektromos tér energiasűrűségét! (Az eredményekben csak a megadott paraméterek szerepeljenek! (r_0, R, U, ϵ_{r0}))
- b.) Számolja ki a kondenzátor kapacitását és energiáját egységnyi hosszon, ha a kondenzátor U feszültségre van feltöltve!

2010 - 1. pótpót

1. Végtelen földelt vezető síktól d távolságra $R \ll d$ sugarú Q töltéssel rendelkező gömb helyezkedik el.
- a.) Számold ki az elektromos térerősséget paraméteresen a síktól vett távolság függvényében a gömb középpontján átmenő, a síkra merőleges szakaszon. (a gömb és a sík közötti részen) (6p)
- b.) Számold ki az elrendezés kapacitását! (4 p)
- c.) Közelítőleg (!! mekkora erő hat a gömb és a sík között?) (4 p)

- d.) Írd fel az indukált töltéssűrűség nagyságát a síkon, az origótól mért távolság függvényében! (az origót az a) pontban definiált szakasz és a sík metszéspontja jelenti) (6 p)
2. Két koncentrikus r_1 és r_2 sugarú gömbből álló gömbkondenzátor lemezei közötti tér egyik felét kitöltjük ϵ_r relatív permittivitású anyaggal.
- a.) Írd fel az elektromos térerősség és az elektromos eltolás vektor nagyságát a sugár függvényeként! (4 p)
- b.) Számold ki az elrendezés kapacitását! (3 p)
- c.) Számold ki a maximális Q töltést, ha a kritikus térerősségek: $E_{kr1} = 30\text{kV/cm}$, $E_{kr2} = 300\text{kV/cm}$ (3 p)
3. Egy szigetelő gömb belsejében a töltéssűrűség $\rho = Ar^2$ függvény szerint változik.
- a.) Számold ki a gömb össztöltését! (4 p)
- b.) Számold ki a gömb energiáját! (6 p)



2012 – 1. zh

1.)

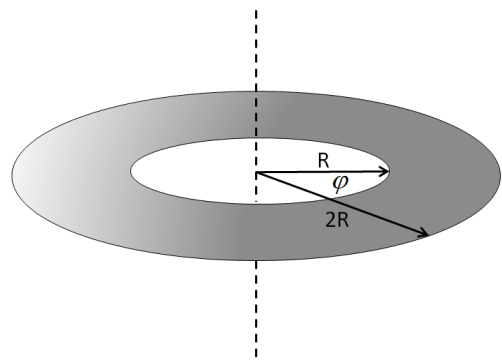
A vízszintes síkban elhelyezünk egy lapos szigetelő körgyűrűt, melynek belső sugara R , külső sugara $2R$. A gyűrűt felületi töltéssűrűséggel látjuk el.

a) Mekkora a térerősség a gyűrű tengelye mentén?

(Segítség: .)

b) A gyűrű síkjától számított $0,2\text{ m}$ -es magasságba behelyezünk egy $Q = 10^{-9}\text{ C}$ töltésű kicsiny gömböt, mely így éppen lebeg. Mekkora a gömb tömege? (Legyen $R = 0,1\text{ m}$; $\sigma_0 = 10^{-7}\text{ C/m}^2$).

c) Tegyük fel, hogy egy másik töltést h magasságból $v = 0$ kezdősebességgel leejtve a töltés átesik a karikán. Írjuk fel, hogy mekkora a sebessége a gyűrű síkján való áthaladáskor! (Mivel az integrál papíron nehezen számolható ki, elegendő a felírásáig eljutni.)



2.)

Egy R és $2R$ sugarakkal jellemzett hengerkondenzátor fegyverzetei közötti teret ismeretlen $\epsilon_r(r)$ relatív permittivitású anyag tölti ki. Milyen legyen $\epsilon_r(r)$, hogy egységnyi hosszúságú szakasz kapacitása megegyezzen egy R és $2R$ belső illetve külső sugarú, konstans ϵ_1 relatív permittivitású anyaggal kitöltött gömbkondenzátor kapacitásával?

3.)

Egy U potenciálra feltöltött síkkondenzátor fegyverzetei között egy a vastagságú, ϵ_r relatív permittivitású dielektrikum lemez van a fegyverzetekkel párhuzamosan elhelyezve. A kondenzátor fegyverzetei d távolságra vannak egymástól. ($a < d$, $\epsilon_r > 1$)

a) Számítsa ki a térerősséget és a fegyverzetekre felvitt töltés mennyiségét!

b) Mekkora az indukált töltéssűrűség a dielektrikum lemez felületén?

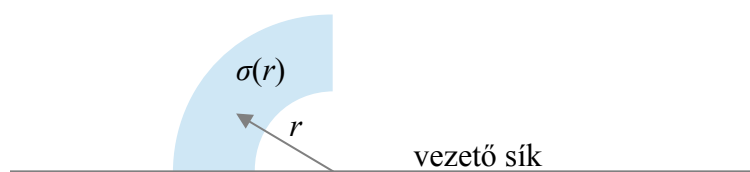
c) Mekkora munkát végzünk, ha kihúzzuk a dielektrikum lemezt a kondenzátor belsejéből?

2012 – 1. pótzh

1. Egy R_1 sugarú vezető gömbhéj felületén q töltést helyezünk el. A gömbhéj középpontjába q_0 töltésű ponttöltést helyezünk.
 - a) Mekkora az önmagában álló gömbhéj elektrosztatikus energiája? (5)
 - b) Mekkora a kölcsönhatási energia a gömbhéj és a ponttöltés között? (5)
 - c) Mekkora munkát végzünk, miközben a gömbhéj sugarát R_1 -ről R_2 -re növeljük? (5)
2. Egy párhuzamos lemezekből készített síkkondenzátort ε_r relatív permeabilitású olajfürdőbe helyezünk úgy, hogy az olaj felszíne merőleges legyen a kondenzátorlemezek felületére. A kondenzátorlemezeket eredetileg Q töltéssel töltöttük fel, és felületük A .
 - a) Mekkora az elektromos térerősség és a dielektromos eltolás, ha a vákuumban és olajban található felületek aránya α ? (7)
 - b) Mekkora munkát végzünk miközben lassan belemerítjük a kondenzátort az olajba az előző feladatban megadott mélységig? (5)
 - c) A kondenzátorlemezek közé egy m tömegű, q töltésű ponttöltést függesztünk fel egy l hosszúságú ingára. Mekkora az olajjal borított és vákuumban elhelyezkedő lemezek aránya, ha a ponttöltés kitérése a függőlegeshez képest d ? (8)
3. Egy vezető sík fölé egy negyed körgyűrűt helyezünk merőlegesen, az ábrán látható módon. A negyed körgyűrű belső sugara r_1 , külső sugara r_2 . A negyed körgyűrűt feltöltjük $\sigma = \sigma_0/r$ felületi töltéssűrűséggel. (A feladat megoldásához használja a tükörtöltések módszerét!)
 - a) Mekkora a kialakuló elektrosztatikus tér a negyed körgyűrű tengelye mentén (tengely: $r=0$ ponton áthaladó, a negyed körgyűrűre merőleges egyenes)? (10)
 - b) Mekkora a kialakuló elektrosztatikus potenciál a negyed körgyűrű tengelye mentén? (5)



2. feladat



3. feladat

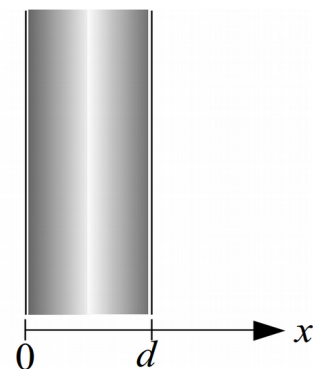
2014 – 1. zh

1. Egy síkkondenzátor fegyverzetei közötti teret inhomogén szigetelő anyaggal töltjük ki. A relatív permittivitás az

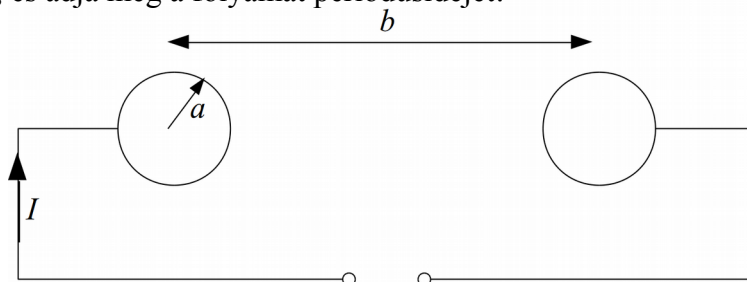
$$\epsilon_r(x) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d} + \frac{1}{2}\right)\right)}$$

függvénnyel írható le, ahol az x -

koordináta tengely merőleges a kondenzátorlemezre, a lemezek a 0 és d pozícióban helyezkednek el. A síkkondenzátort Q töltéssel töltjük fel. A fegyverzetek felülete legyen A .

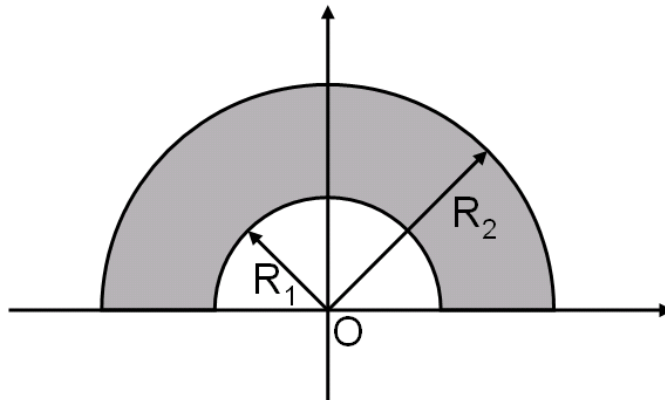


- a) Adja meg az elektromos térerősség és elektromos eltolás vektorok nagyságát és irányát az x -koordináta függvényében!
- b) Számolja ki a kondenzátor kapacitását!
- c) Mekkora a polarizációs töltések töltéssűrűsége a lemezek között?
2. Egy l hosszúságú hengerkondenzátor belsejét egy homogén ϵ_r relatív permittivitású anyaggal töltjük ki. A belső henger sugara legyen a , a külső hengeré pedig b ($l \gg a, b$). Mekkora lesz az anyag kihúzása közben általunk végzett munka, ha
- a) a kondenzátor töltése $Q = \text{állandó}$?
- b) a kondenzátor feszültsége $U = \text{állandó}$?
3. Egy R sugarú szigetelő körgyűrűn a vonalmenti töltéssűrűség $\lambda(\phi) = \lambda_0 \sin(\phi)$ szerint változik a középponti szög függvényében. Adja meg az elektromos térerősség vektor komponenseinek nagyságát a z -tengely mentén ($E_x(z), E_y(z), E_z(z)$), ha a körgyűrű az xy síkban fekszik és a $\phi=0^\circ$ egybeesik az x -tengellyel!
4. Két henger alakú, l hosszúságú vezetőt egymással párhuzamosan helyezünk el egy σ állandó vezetőképességű közegben. A hengerek sugara a , a középpontjaik távolsága b . Mekkora lesz a köztük lévő ellenállás? ($l \gg b \gg a$)
5. Két a sugarú fémgömböt egymástól $b \gg a$ távolságra helyezünk el, köztük lévő anyag átütési szilárdsága E_{max} .
- a) Mekkora lesz az így kialakított kondenzátor kapacitása?
- b) Számolja ki azt a maximális feszültséget, amire feltöltve még éppen nem következik be az átütés!
- c) A gömböket I árammal töltjük. Egy bizonyos idő elteltével a térerősség eléri a kritikus értéket, és a kondenzátor kisül. Ekkor a gömbökön lévő töltés ugrásszerűen 0-ra csökken, majd a feltöltődés újrakezdődik. Rajzolja fel az elektromos térerősség időfüggését, és adja meg a folyamat periódusidejét!



2016 kereszt – 1. zh

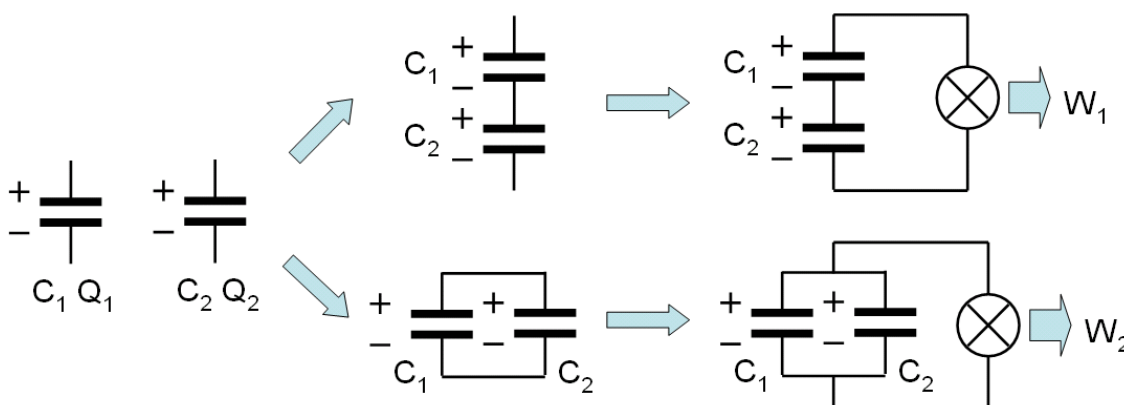
1. Adott az ábra szerinti síkidom, melyet homogén ω felületi töltéssűrűséggel láttunk el. Határozzuk meg az elektromos térerősséget az O pontban!



2. Adott egy Q töltéssel feltöltött koncentrikus gömbkondenzátor, melynek belső fegyverzete R_1 , a külső fegyverzete R_2 sugarú. A fegyverzetek közti teret inhomogén dielektrikum tölti ki, melynek relatív dielektromos állandója az alábbiak szerint függ a gömb középpontjától mért r távolságtól: $\epsilon(r) = \alpha r^{-3}$

- Határozzuk meg az elektromos eltolásvektor nagyságát a középponttól mért r távolság függvényében!
- Határozzuk meg az elektromos térerősség nagyságát a középponttól mért r távolság függvényében!
- Határozzuk meg a fegyverzetek közti potenciálkülönbséget, és a kondenzátor kapacitását!
- Határozzuk meg a dielektrikumban az indukált térfogati töltéssűrűséget a középponttól mért r távolság függvényében!

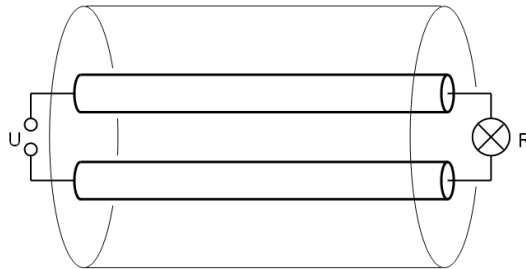
3. Adott egy C_1 kapacitású kondenzátor, mely Q_1 töltéssel van feltöltve, valamint egy C_2 kapacitású, melyet Q_2 töltéssel látunk el. Ha a kondenzátorokat az ábrán jelölt polaritással sorba kötjük, majd a sorba kötött kondenzátorokat fogyasztón keresztül kisütjük, W_1 energia szabadul fel. Ha viszont ugyanezen kondenzátorokat az ábrán jelölt polaritással párhuzamosan kötjük, majd a párhuzamosan kapcsolt kondenzátorokat sütjük ki a fogyasztón keresztül, W_2 energia szabadul fel. Határozzuk meg a W_2/W_1 energia arányt a C_1 , C_2 , Q_1 , és Q_2 ismeretében!



4. Egy R ellenállású fogyasztót kívánunk táplálni U feszültségű áramforrás segítségével. Az áramforrás és a fogyasztó nagy távolságra vannak, így az energiaszállítást egy L hosszúságú, igen jó vezetőből készített párhuzamos érpár segítségével kell megoldanunk. A hengeres vezetők a sugarúak, tengelytávolságuk d . (Legyen $L \gg d \gg a$) Az érpárt körülvevő „szigetelés” azonban nem

tökéletes, mivel véges σ vezetőképessége van (viszont feltételezzük, hogy $\epsilon_r = 1$). Áram így nemcsak a fogyasztón keresztül folyik, hanem a „szigetelésen” keresztül is szivárog. A „szigetelés” vezetőekre merőleges kiterjedését tekintjük végtelennek!

- Mekkora töltés halmozódik fel az egyes vezetőkön?
- Mekkora áram folyik a szigetelésben a két vezető között?
- Mekkora teljesítmény disszipálódik a szigetelésben, és mekkora a fogyasztón, ha párhuzamos kapcsolás feltételezhető a fogyasztó és a szigetelés által meghatározott ellenállás között?
- Határozzuk meg az energiaátvitel hatásfokát az áramforrás és a fogyasztó közti L távolság függvényében!



Egyéb

1. Egy ismeretlen gömb-szimmetrikus töltéseloszlás a következő elektromos teret hozza létre:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{a}{r^2} \left(1 - \frac{r^3}{R^3} \right) \hat{\mathbf{r}}, & \text{ha } r \leq R \\ 0, & \text{ha } r > R \end{cases},$$

ahol r az origótól mért távolság, $\hat{\mathbf{r}}$ sugár irányú egységvektor, a és R konstans.

A következő kérdéseket a Gauss-tétellel, egy megfelelő gömbfelületre történő integrálással oldd meg!

(a) Milyen töltéseloszlás hozza létre a térerősség bal oldali tagját $\frac{a}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$? (4 p)

(b) Milyen töltéseloszlás hozza létre a térerősség jobb oldali tagját $\frac{-a}{r^2} \frac{r^3}{R^3} \hat{\mathbf{r}}$? (4 p)

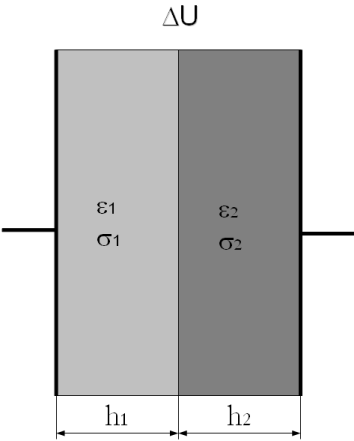
(c) Mekkora a térerősséget keltő össztöltés? (2 p)

2. Egy R sugarú szigetelő körgyűrűn a vonalmenti töltéssűrűség $\lambda(\phi) = \lambda_0 \sin(\phi)$ szerint változik a középponti szög függvényében. Mekkora az elektromos térerősség vektor komponenseinek nagysága a z -tengely mentén ($E_x(z)$, $E_y(z)$, $E_z(z)$), ha a körgyűrű az xy síkban fekszik és a $\phi=0^\circ$ egybeesik az x -tengellyel? (10 p)

3. Egy szigetelő, R sugarú korong negyed cikkét homogén ω felületi töltéssűrűséggel látjuk el. Mekkora munkát végzünk, miközben egy q töltésű ponttöltést a tengely mentén z_1 -ről z_2 távolságra mozgatunk? (10 p)

4. Egy hengerkondenzátor fegyverzetei között a φ polárszög függvényében változik a relatív permittivitás a következő módon: $\epsilon_r = \epsilon_1 (1 + \cos(\varphi)^2)$, ahol $\epsilon_1 = 2$. A kondenzátor fegyverzeteinek a sugara $r_1 = 10$ cm és $r_2 = 20$ cm.
- Számítsa ki az elektromos térerősséget és az elektromos eltolást a fegyverzetek közötti térrészben! (5 p)
 - Számítsa ki a kondenzátor kapacitását l hosszúságú szakaszra! (5 p)
 - Adja meg a felületi töltéssűrűség polárszögtől való függését a belső fegyverzeten, ha l hosszúságú szakaszon Q az össztöltés! (5 p)

5. Egy síkkondenzátor fegyverzetei közötti teret két vezető lemezzel töltünk ki úgy, hogy a határfelület párhuzamos a kondenzátorlemezekkel. A lemezek egymással és a kondenzátor lemezeivel teljes felületükön érintkeznek. A lemezek vastagsága h_1 és h_2 , vezetőképességük és dielektromos állandójuk σ_1 , σ_2 illetve ϵ_1 , ϵ_2 . A kondenzátorlemezek (melyek σ_1 és σ_2 -nél jóval nagyobb vezetőképességű anyagból készültek) között adott a potenciálkülönbség: ΔU .



- Határozzuk meg az elektromos tér, valamint az elektromos eltolás nagyságát! (4 p)
- Határozzuk meg az áramsűrűség nagyságát a közegekben! (3 p)
- Határozzuk meg a felületi töltéssűrűséget a két lemezt elválasztó határfelületen! (3 p)