

# Nagyfrekvenciás jelek terjedésének fizikai alapjai

*Fizika laboratóriumi gyakorlat*

Simon Ferenc

egyetemi tanár  
2013.

Átdolgozták:

Gyüre Balázs  
2016.

Kalmár Tamás  
2022.

# 1. fejezet

## Bevezetés

A laborgyakorlat célja, hogy a nagyfrekvenciás ( $f > 1 - 10$  MHz) mérés technika és jelátvitel területén felmerülő alapfogalmakat és jelenségeket bemutassa<sup>1</sup>. A legfontosabb amit érdemes megjegyezni az, hogy az alacsony frekvenciás hálózatok vizsgálatakor megszokott leírásmódok nagyobb frekvenciákon érvényüket veszítik, és a hagyományos áramköri jelenségeken túlmutató, szokatlan jelenségek lépnek fel, mint pl. a jelek reflexiója. A fizika szempontjából itt a Maxwell-egyenletek nagyfrekvenciás, azaz hullámjelenségeket is figyelembe vevő alkalmazásáról van szó kábelek esetére.

A XIX. század közepén felmerült az igény a nagy távolságokra történő adattovábbításra, akár kontinensnyi távolságokban (pl. tenger alatti kábelek segítségével<sup>2</sup>). Hamar kiderült, hogy a vezetékben történő jeltovábbításánál lényeges a hullámjelenségek figyelembevétele. Ez a technológiai fejlődés és igény az elméleti leírásra időben közel volt a Maxwell-egyenletek (1861) megszületéséhez. A vezetékben terjedő hullámjelenségek leírását ma mint az ún. *távíróegyenleteket*<sup>3</sup> ismerjük. Ez a Maxwell-egyenletek által megjósolt elektromágneses hullámjelenségek egyik gyakorlati alkalmazása, és e leírás gyakorlati sikere is inspirálóan hatott az elektromágneses sugárzás későbbi felfedezésére (Hertz, 1886).

A fizikus tanulmányok során eddigiekben felmerült egyenáramú (DC) és alacsony frekvenciás váltóáramú (AC) hálózatok vizsgálatakor nem törődünk azzal, hogy a jel terjedési sebessége véges. Feltételeztük, hogy adott ponton feszültséget kapcsolva egy áramkörre az pillanatszerűen megjelenik minden azonos potenciálú helyen. Mindez nyilvánvalóan érvényét veszíti, amikor a jel számára szükséges terjedési idő,  $t = d/c$  (itt  $d$  a kábel hossza,  $c$  a közegben érvényes fénysebesség), összemérhető a jel periódusidejével:  $t \approx 1/f$  (a gyakorlatban inkább a  $10 \cdot t \approx 1/f$  feltétel a használatos). Például a transzatlanti kábel esetére az így kapott frekvencia  $f = 6$  Hz. Ez az eredmény azt jelenti, hogy a hullámjelenségek figyelembe vétele nélkül a transzatlanti kommunikáció csak ennél lényegesen alacsonyabb frekvencián, mai szóhasználattal kb. 6 Hz *sávszélességen* (azaz 6 bit/sec) mehetne csak végbe.

A hullámjelenségek figyelembevétele a modern kommunikációs eszközöknél még fontosabb, mivel pl. 9 GHz-es vivőfrekvenciára (ami egy elterjedt kommunikációs sáv) a hullámhossz mindössze 3 cm. Egy másik gyakorlati példánk a számítógépek, melyek tipikusan 2-3 GHz-es jelekkel dolgoznak ( $\lambda \approx 10$  cm), melyeket 10-20 cm távolságra juttatnak el, így itt nyilvánvalóan szükséges a hullámjelenségek figyelembevétele az áramkörök tervezésekor. A későbbi tanulmányaink során hasonló jelenségekkel találkozhatunk az *Önálló labor* tárgy NMR (magnágneses-rezonancia) és ESR (elektronspin-rezonancia) laborgyakorlatain.

---

<sup>1</sup>A jegyzettel kapcsolatos javításokat, javaslatokat köszönettel kérem a [simon@esr.phy.bme.hu](mailto:simon@esr.phy.bme.hu) címre.

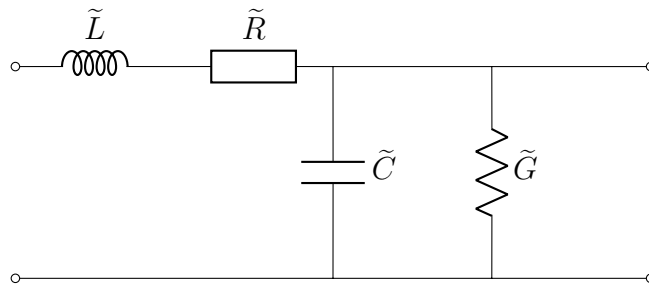
<sup>2</sup>Az első transzatlanti kábelt 1858-ban helyezték üzembe.

<sup>3</sup>*Telegrapher's equations*

## 2. fejezet

### Elméleti háttér

#### 2.1. A távíróegyenletek

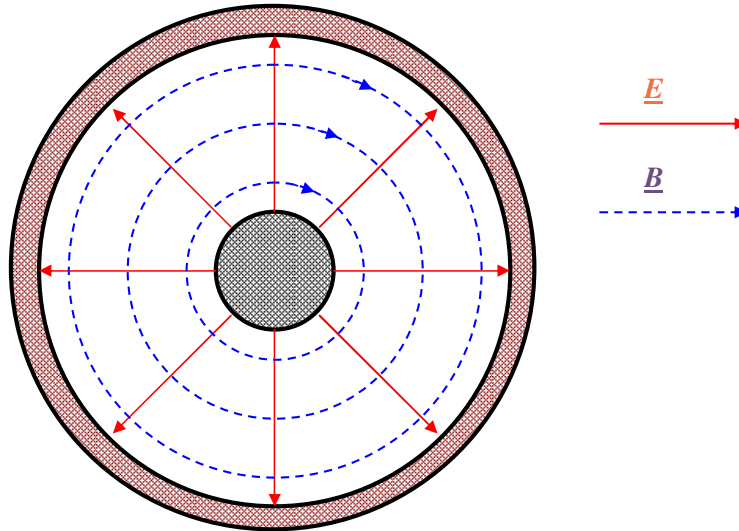


2.1. ábra. A jelterjedésben vizsgált vezeték egy infinitezimális darabjának áramköri modellje.

Tekintsük a jelet továbbító vezeték egy infinitezimálisan kicsi darabját, ami a 2.1 ábrán látható. Ezt legáltalánosabban egy soros ún. *elosztott ellenállás*,  $\tilde{R}$  (egysége Ohm per méter), *elosztott induktivitás*,  $\tilde{L}$  (egysége Henry per méter), *elosztott kapacitás*,  $\tilde{C}$  (egysége Farád per méter), és a két drót közti *elosztott vezeték*,  $\tilde{G}$  (egysége Siemens per méter) jellemzi. A soros ellenállás oka a vezetékdarabokban lévő veszteség, az induktivitás oka pedig az, hogy az egyes drótdarabokat mágneses tér veszi körbe, ezért lesz egyetlen drótszálnak is önindukciója. A  $\tilde{G}$  írja le a két vezetékdarab közti elektromos vezetést, ami akkor is jelen van, ha nagyon jó dielektrikum választja el a két vezetőt egymástól. Mivel a két drót nincs azonos potenciálon, ezért lesz köztük a  $\tilde{C}$  kapacitás.

Látható, hogy a fenti értékek közül  $\tilde{R}$  értéke elsősorban a vezető anyagi minőségétől függ<sup>1</sup>, azonban  $\tilde{L}$ ,  $\tilde{C}$  és  $\tilde{G}$  értéke nagyban függ attól, hogy a két drót egymáshoz képest hogyan helyezkedik el (pl. sodort érpárra  $\tilde{L} = 0$ , de  $\tilde{C}$  értéke nagy). Egymástól adott távolságra elhelyezkedő drótpár esetére  $\tilde{L}$  értéke fix, viszont  $\tilde{C}$  nagyban függ a környező dielektrikumtól (utóbbi probléma a sós víz miatt a transzatlanti kábelnél merült fel). Mindezen problémákra kínál megoldást a koaxiális kábel (Heaviside, 1880), amiben a földelt külső vezetéken belül helyezkedik el a másik drót. Ennek előnye, hogy minden paramétere jól definiált, mind az elektromos, mind a mágneses erővonalak belül a két koaxiális vezeték között helyezkednek el, amit az a 2.2 mutatja. A korábbi merev falú, levegővel kitöltött koaxiális kábeleket mára a rugalmas dielektrikummal kitöltött kábelek váltották fel (tipikusan  $\epsilon_r = 2 - 3$  és  $\mu_r = 1.0$ ).

<sup>1</sup>Értéke nagyfrekvencián a *skin-effektus* miatt megnő



2.2. ábra. A koaxiális vezeték keresztmetszete az elektromos és mágneses tér  $\underline{E}$  ill.  $\underline{B}$  vonalaival a kábel alapvető, ún. TEM00 módusára. A belső vezetéken változó feszültség van, míg a külső leggyakrabban le van földelve.

A koaxiális kábelek hosszegységre eső kapacitására és önindukciós együtthatójára e két paraméter definíciójából adódik:

$$\tilde{C} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(D/d)}, \quad (2.1)$$

$$\tilde{L} = \frac{\mu_0\mu_r \ln(D/d)}{2\pi}, \quad (2.2)$$

ahol  $D$  az árnyékolás belső átmérője és  $d$  a kábel belső vezetőjének külső átmérője,  $\epsilon_0$  és  $\mu_0$  az ismert fizika állandók,  $\epsilon_r$  és  $\mu_r$  az anyagra jellemző paraméterek.

A távíróegyenletek bemutatásához a legegyszerűbb eset tárgyalásához feltesszük, hogy mindkét drót tökéletes vezető ( $\tilde{R} = 0$ ) és tökéletesen szigetelt egymástól ( $\tilde{G} = 0$ ), tehát a jelenség csak  $\tilde{L}$  és  $\tilde{C}$ -től fog függeni<sup>2</sup>. Ekkor mind a feszültség ( $U(x, t)$ ), mind az áram ( $I(x, t)$ ) hely és időfüggő lesz, és leírásukra a következő két csatolt, lineáris, elsőrendű parciális-differenciálegyenlet adódik (Heaviside, 1880)<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{L} \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{C} \frac{\partial U(x, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

A 2.3 távíróegyenletek két ekvivalens hullámegyenletté vonhatóak össze mind az áramra, mind a feszültségre:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{1}{\tilde{L}\tilde{C}} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{1}{\tilde{L}\tilde{C}} \frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Az ismert alakú hullámegyenletekből leolvasható, hogy a kábelben terjedő zavar sebessége  $v = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}\tilde{C}}}$ . Vegyük észre, hogy a  $v$  mennyiség dimenziója valóban m/s.

<sup>2</sup>A teljesen általános eset is megoldható, csak bonyolultabb eredményekre vezet

<sup>3</sup>A 2.3 a Maxwell-egyenletekből véges differenciák segítségével elemi úton levezethető

Mint azt a következő alfejezetben látni fogjuk, egy speciális eset az, amikor a kábelen csak egy irányba haladó hullám van jelen. Ez a megoldás:

$$\begin{aligned} U(x, t) &= U_0 e^{i(\omega t - kx)} \\ I(x, t) &= I_0 e^{i(\omega t - kx)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

ahol  $\omega$  a terjedő hullám körfrekvenciája,  $k = \omega/v = \omega\sqrt{\tilde{L}\tilde{C}}$  pedig a hullámszáma.

A 2.5 speciális megoldást a 2.3 távíróegyenletekbe visszaírva azt kapjuk, hogy a feszültség és áram aránya a haladó hullámra:

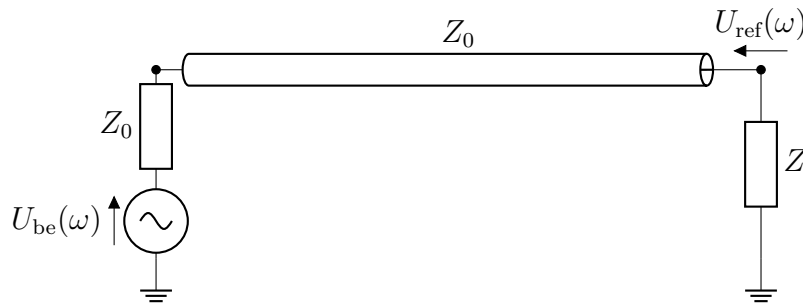
$$\frac{U(x, t)}{I(x, t)} = \sqrt{\frac{\tilde{L}}{\tilde{C}}} = Z_0, \quad (2.6)$$

ahol a  $Z_0$  ellenállás dimenziójú mennyiséget a kábel *hullámimpedanciájának* nevezzük.

A leggyakrabban használt koaxiális kábelek hullámimpedanciája 50 Ohm. Ez az érték megállapodásból született, és a 60-as évektől kezdve elterjedt ipari sztenderd lett. Néhány helyen találkozhatunk még 75 Ohmos koaxiális kábelekkel is. Érdekességképp ezen értékek és az 50 Ohm történeti háttéréről olvashatunk a B. függelékben.

## 2.2. Visszaverődések a kábel végéről

Az előző alfejezetben a nagyfrekvenciás hullámterjedés során csak egyetlen, egy irányba haladó hullámot vettünk figyelembe. Most vizsgáljuk a 2.3. ábrán látható elrendezést.



2.3. ábra. Sematikus áramkör  $Z_0$  kimenő ellenállású (ekkor maximális a kiadott teljesítmény) szinuszos meghajtó generátorral, mely egy  $Z_0$  impedanciájú koaxiális kábelhez csatlakozik. A kábel egy  $Z$  impedanciával van lezárva.

Az elrendezésben egy  $Z_0$  kimeneti impedanciájú jelgenerátorból  $U_{be}(\omega)$  nagyfrekvenciás, harmonikus jelet bocsátunk egy  $Z_0$  impedanciájú koaxiális kábelbe. A kábel végét egy  $Z$  impedanciával kapcsoljuk föld potenciálra, vagyis zárjuk le. Látható, hogy a kábel lezárás felőli végén  $Z \neq Z_0$  esetben a hullámterjedési közeg impedanciája megváltozik. Előzetes optikai, esetleg hangtani ismereteink alapján sejtethetjük, hogy ezen impedanciaváltozás eredményeképp reflexió történhet és a két impedancia határfelületéről egy a betáplálttal ellentétes irányú hullámterjedés indul meg ( $U_{ref}(\omega)$ ). A betáplált és reflektált jel hányadosára bevezethető az úgynevezett reflexiós koefficiens ( $\Gamma$ ), mely megadja a reflektált jel amplitúdóját és fázisát a betáplált jelhez képest:

$$\frac{U_{be}(\omega)}{U_{ref}(\omega)} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \Gamma \in \mathbb{C}. \quad (2.7)$$

Látható, hogy  $\Gamma$  csakis a két közeg impedanciájától függ és mivel ezen impedanciák lehetnek komplexek, így általános esetben a reflexiós koefficiens is komplex. Ez a gyakorlatban annyit jelent, hogy a reflektált jel amplitúdója és fázisa is változik a betáplált jelhez képest.

A nagyfrekvenciás adat- vagy energiaátvitel nyilvánvalóan azt követeli meg, hogy a kábel végéről ne legyen visszaverődés (vagyis az átvitt teljesítmény legyen maximális). A 2.7 képlet alapján ez akkor lép fel, amennyiben a lezáró impedanciára fennáll, hogy:

$$Z = Z_0. \quad (2.8)$$

Ezen esetet szokás impedancia illesztett állapotnak nevezni.

Érdemes továbbá megvizsgálni  $\Gamma$  értékét a lezárás két határesetére. Amennyiben  $Z = 0$ , vagyis a kábelvég rövidre van zárva  $\Gamma = -1 = 1 \cdot e^{i\pi}$ , vagyis a teljes betáplált jel ellen fázisban reflektálódik. Illetve szabadon hagyott kábelvég esetén  $\Gamma = 1 = 1 \cdot e^{i0}$ , ekkor is a teljes jel reflektálódik, azonban azonos fázisban, zérus fázistolással.

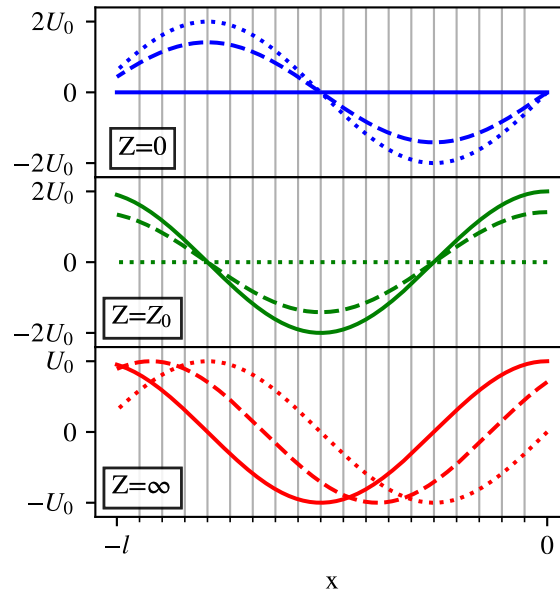
Vegyük fel koordináta tengelyünket úgy, hogy a lezárás az  $x = 0$  pontban legyen, továbbá legyen  $U_{be}(\omega) = U_0 e^{i(\omega t - kx)}$ . Ekkor figyelembe véve az ellentétes irányba haladó hullámokat és kihasználva a 2.7 egyenletet a feszültség az alábbiképp írható fel a kábel mentén:

$$U(x, t) = U_0 e^{i\omega t} (e^{-ikx} + \Gamma e^{ikx}). \quad (2.9)$$

Látható, hogy a betáplált és a reflektált jel fázishelyes összegzése miatt a kábel mentén feszültség állóhullámok alakulnak ki. Amennyiben a képletbe behelyettesítjük a rövidre zárt, illetve szabadon hagyott kábelvég esetére kapott  $\Gamma$  értékeket, rendre az alábbi megoldásokat kaphatjuk:

$$\begin{aligned} U^{Z=0}(x, t) &= U_0 e^{i\omega t} \cdot 2i \sin\left(\frac{\omega}{v}x\right) \\ U^{Z=\infty}(x, t) &= U_0 e^{i\omega t} \cdot 2 \cos\left(\frac{\omega}{v}x\right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

ahol behelyettesítettünk a  $k = \omega/v$  összefüggés alapján. A képletek alapján látható, hogy a kábel lezárás felőli végén ( $x = 0$ ) rövidzár esetén feszültség csomópont, míg nyitott vég esetén duzzadóhely alakul ki. A jelenséget a 2.4. ábra szemlélteti.



2.4. ábra. A 2.3. ábrán látható kábelben kialakuló állóhullámkép, a lezárástól vett  $l$  távolságig különböző időpillanatokban (teli:  $t=0$ ; szaggatott:  $t=T/8$ ; pontozott:  $T/4$ ). Látható, hogy rövidzár (kék) esetben feszültség csomópont és szakadás (zöld) esetben duzzadóhely alakul ki a kábel végén ( $x = 0$ ). Míg  $Z = Z_0$  (piros) esetben csak haladó hullám van jelen a kábelben.

A lezárástól a generátor felé távolodva a következő csomópont/duzzadóhely a kábelben a meghajtó frekvencia szerinti  $\Delta x = \lambda/2$  távolságra fog kialakulni. Hasonlóan, ha a meghajtó frekvenciát változtatjuk és a kábel egy adott pontjában mérjük az állóhullám háttérét, a

kábelbeli terjedési sebesség által meghatározott, harmonikusan változó karakterisztikát kaphatunk. Ekkor a karakterisztikában kapott egymás mellett elhelyezkedő minimumhelyeire az alábbi összefüggés teljesül:

$$\frac{2\pi f_1 l}{v} - \frac{2\pi f_2 l}{v} = \pi, \quad (2.11)$$

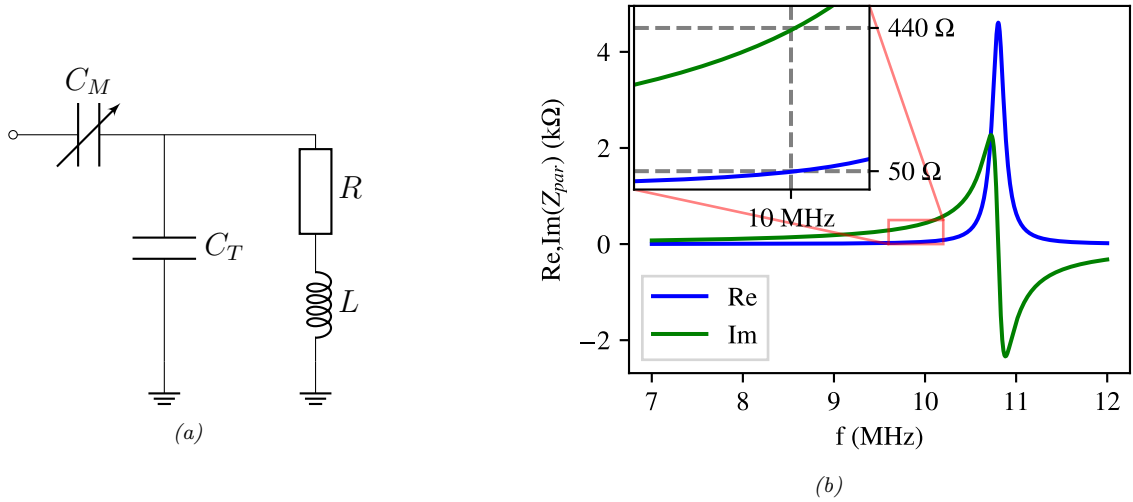
ahol  $l$  a mérőpont lezárástól mért távolsága,  $v$  a kábelbeli terjedési sebesség,  $f_{1,2}$  pedig két egymás melletti minimumhely a felvett karakterisztikában.

A nagyfrekvenciás hálózatoknál minden mérőeszköz bemenő és kimenő ellenállása  $50\ \Omega$ , mivel ekkora hullámimpedanciájú kábeleket csatlakoztatunk hozzájuk. Amennyiben egy adott hullámimpedanciájú vezeték az ennek megfelelő ellenállással zárunk le, úgy nem alakulnak ki állóhullámok (hiszen nincs reflexió a végről), és a teljes vezeték hosszában azonos feszültséget mérhetünk (egy adott időpillanatban).

## 2.3. A lezáró impedancia

A kábelt lezáró impedancia megvalósításának egy érdekes esetét mutatja a 2.5a ábra. Az áramkör sajátossága, hogy valós  $50\ \Omega$  impedanciájú lezárást valósít meg, miközben nem tartalmaz jelentős rezisztív elemet a tekerecs kis ellenállásán kívül. A kapcsolás eredő impedanciája az alábbiaképp írható fel:

$$Z(\omega, R, L, C_T, C_M) = \frac{1}{i\omega C_M} + \overbrace{\left( i\omega C_T + \frac{1}{i\omega L + R} \right)^{-1}}^{Z_{\text{par}}} \quad (2.12)$$



2.5. ábra. a) Rezisztív elemet nem tartalmazó áramkör, ami  $C_M$  értékének változtatásával behangolható a kábel hullámimpedanciájára. b) Az áramkörbeli párhuzamosan kapcsolt  $C_T$  és  $L$  rész impedanciájának,  $Z_{\text{par}}$  valós és képzetes része a frekvencia függvényében konkrét értékekre. A betét tengelyen látható, hogy 10 MHz-en a képzetes rész nagy pozitív értékű miközben a valós rész  $50\ \Omega$ .

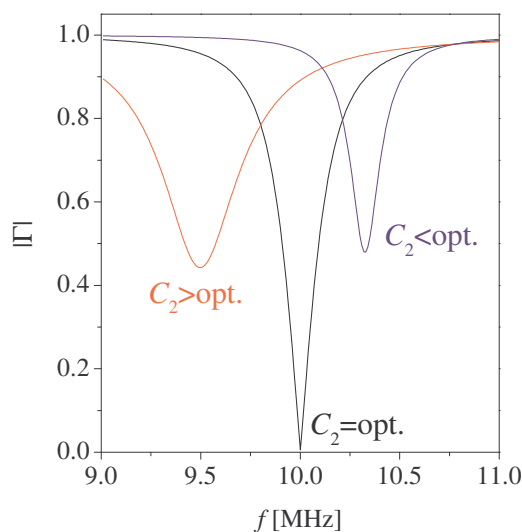
A 2.5b ábra mutatja az áramkörben párhuzamosan kapcsolt  $C_T$  és  $L$  impedanciájának  $Z_{\text{par}}$ , valós és képzetes részeit  $C_T = 217\ \text{pF}$  és  $L = 1\ \mu\text{H}$  esetre, és feltettük, hogy a tekercsnek van egy kicsi, kb.  $1\ \text{Ohm}$ -os valós ellenállása is<sup>4</sup>. Az áramkör ezen részére  $f_0 = 10\ \text{MHz}$ -en az impedancia valós része  $50\ \Omega$ , míg a képzetes rész nagy pozitív értékű ( $440\ \text{Ohm}$ ), amit a sorba

<sup>4</sup>A gyakorlaton használt vörösréz ( $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ ) tekercsünk vezetékvezése  $0.5\ \text{m}$  hosszú,  $1\ \text{mm}$  átmérőjű, ennek DC ellenállása  $11\ \text{m}\Omega$ .  $10\ \text{MHz}$ -en a behatolási mélység  $20\ \mu\text{m}$ , ezért az ellenállása felmegy  $130\ \text{m}\Omega$ -ra.

kötött  $C_M = 36$  pF-os kondenzátorral tudunk kompenzálni. Vagyis az impedancia illesztett állapothoz az alábbi feltételeknek kell teljesülnie:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_{par}(\omega_0)) &= 50 \Omega \\ \frac{1}{i\omega_0 C_M} + \operatorname{Im}(Z_{par}(\omega_0)) &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Tehát amennyiben az első feltétel teljesül,  $C_M$  változtatásával elérhető, hogy az áramkör valós  $50 \Omega$ -os lezárásnak tűnjön egy adott  $\omega_0$  frekvencián. Ezt az áramkört a magmágneses rezonancia spektroszkópiában használják rádiófrekvenciás pulzusok adás-vételére. Belátható ugyanis, hogy mivel impedancia illesztett esetben a bejövő teljesítmény nem reflektálódik az áramkorról, ugyanakkor az összeállítás nem tartalmaz jelentős ohmikus elemet sem mely disszipálhatná azt, a teljesítmény nagy része elektromágneses hullámként kisugárzódik az elrendezésből.



2.6. ábra. A bemutatott áramkörrel történő reflexió tényező,  $|\Gamma|$ , a frekvencia függvényében a szövegben megadott paraméterekkel a  $C_M$  három értékére: optimális (36 pF), annál kisebb (20 pF), illetve nagyobb (65 pF). Utóbbi két esetet nevezik alul- ill. túl-csatolt esetnek is. Vegyük észre, hogy a  $C_M$  optimális értéke mellett a reflexió 0-vá válik egy adott frekvencián, míg egyébként véges értékű minden frekvencián.

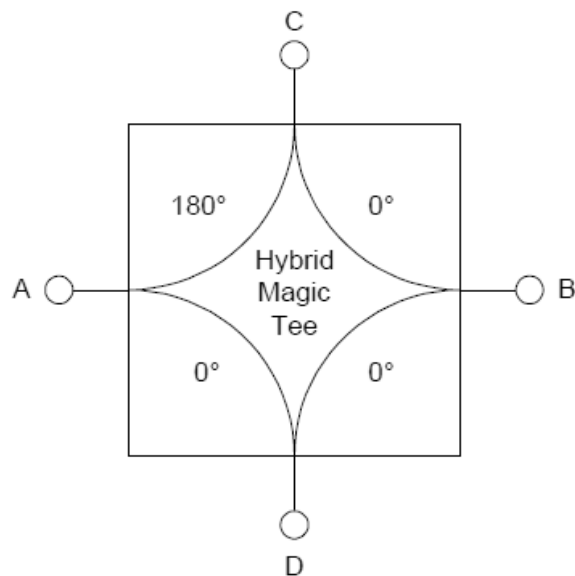
A 2.6. ábrán mutatjuk a 2.5a. ábra áramkörének reflexióját,  $|\Gamma|$ , a frekvencia függvényében a  $C_M$  illesztő kondenzátor három értékére. Az optimálisan beállított  $C_M$  érték mellett a reflexió nullává válik.

## 2.4. Visszaverődések vizsgálata

A reflexiók jelenlétét kétféleképpen vizsgálhatjuk, a forrás kimenő feszültségének vizsgálatával és ún. *duplexer* segítségével. Az első esetben az oszcillátor forrás kimenetére BNC T elosztót teszünk, majd az így kettéosztott jelet küldjük egy hosszú (pl. 10-25 m) vezetékbe, egy rövidebb (pl. 0.5 m) BNC kábellel pedig egy oszcilloszkópra tesszük a jelet. Az oszcilloszkóp bemenetére is egy másik T-vel 50 Ohmos lezárást teszünk. A forrás frekvenciájának függvényében a hosszú vezeték lezárásának értékétől függően az oszcilloszkópon lévő jel nagysága változik. Ebből pl. a jel terjedési sebességét a kábelen vagy ennek ismeretében a kábel hosszát meg tudjuk határozni.

A duplexer egy általános fogalom, lényege, hogy lehetőséget ad arra, hogy egy forrásból egy kábel felé elküldött jelle meghatározhassuk a kábel felől reflektált feszültséget. Esetünkben a





2.7. ábra. Az esetünkben használt duplexer, vagy hybrid magic tee (típusa Anzac HH107, 2-200 MHz) sematikus ábrája. A duplexeren a csatlakozók másképp helyezkednek el mint ezen a sematikus ábrán, figyeljünk a jelölésekre!

rádiófrekvenciás duplexer egy ún. *hybrid magic tee*, amit a 2.7 ábra mutat és működését a C. függelékben mutatjuk meg. A duplexer lényege, hogy pl. az *A* bemenetére adott feszültséget elosztja a *C* és *D* portok között, miközben a *C* port felé a fázist is elforgatja<sup>5</sup>. A jel terjedési irányát megfordítva: az *A* porton a *C* és *D* portokra adott feszültségek különbsége jelenik meg:  $D - C$ . A mi esetünkben a reflexiók vizsgálatára a *hybrid magic tee* használatakor *A*: a forrás, *D*: az oszcilloszkóp CH1, 50 Ohmos lezárással, *C*: a reflexióra bevizsgált kábel, *B*: az oszcilloszkóp másik bemenete 50 Ohmmal lezárva. Ha a *B* porton 0 feszültséget mérünk, akkor a bevizsgált kábelben nincs reflexió.

## 2.5. A Smith chart

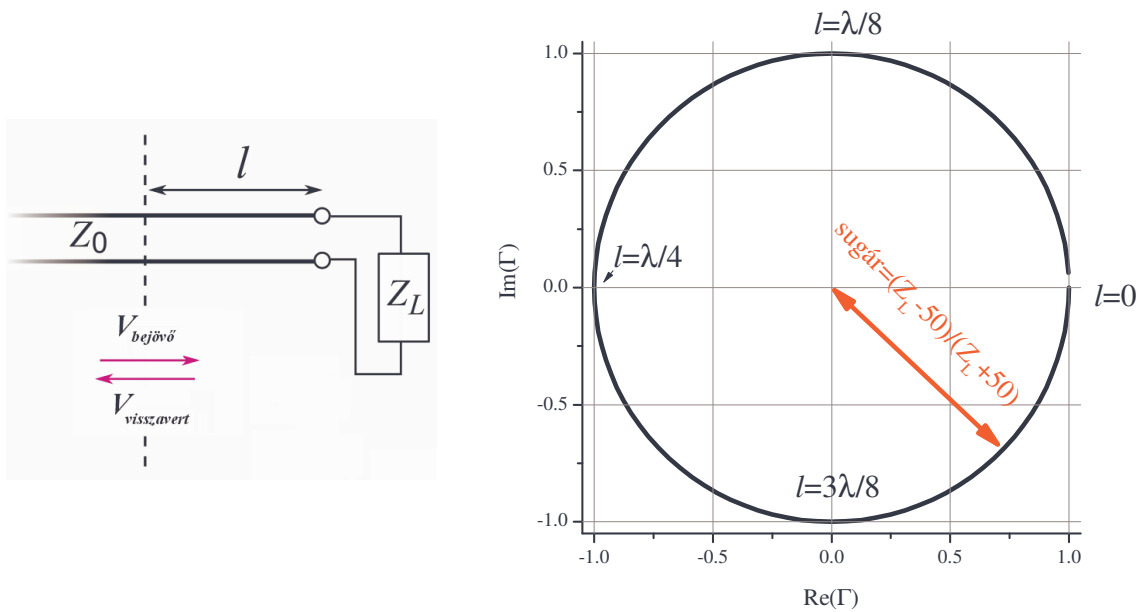
Az ún. *Smith chart* egy gyakran használt grafikus segédeszköz a az áramkörök frekvenciafüggő tulajdonságainak vizsgálatára és a felmerülő problémák megoldására. A Smith chart-on többféle mennyiséget is megjeleníthetünk, mint pl. impedancia, admittancia, reflexió tényező, állóhullámarány stb.

A 2.8. ábrán mutatjuk a  $Z_L$  terhelő ellenállással lezárt kábelvégről történő reflexió esetén a reflexió tényező képzetes részét a valós rész függvényében:

$$\Gamma = \frac{V_{\text{visszavert}}}{V_{\text{bejövõ}}}. \quad (2.14)$$

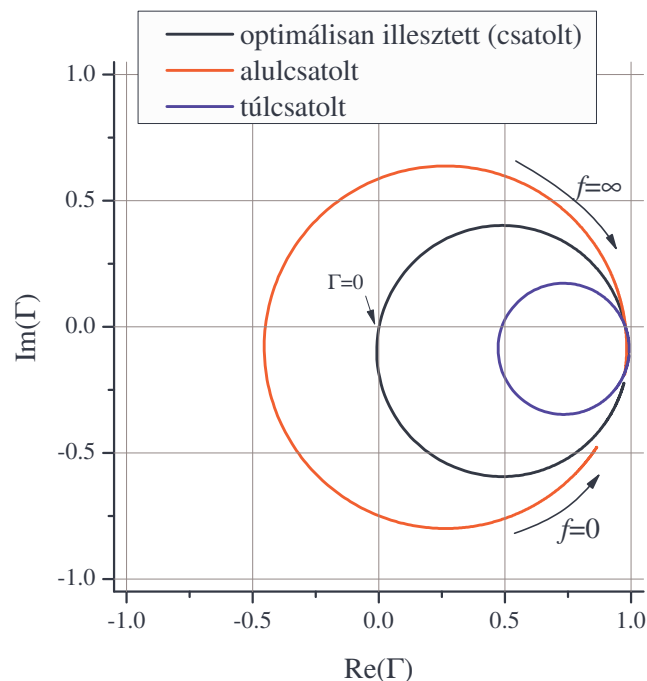
A kapott görbét a kábel  $l$  hossza parametrizálja, a nevezetes pontjait az ábrán bejelöltük, azaz amikor  $l$  értéke a hullámhosszhoz képest megadott értékeket vesz fel. A kör sugara  $r = \frac{Z_L - 50}{Z_L + 50}$ , itt a sugár előjeles mennyiségként értendő, tehát negatív előjel esetén a  $\Gamma = 0$  pontra tükröződik a kör. A reflexió tényező valós és képzetes részeit a kábel végéről visszavert jel – kiadott jelhez képesti – fázisának mérésével kaphatjuk meg.

<sup>5</sup>A *hybrid magic tee*-re jellemző, hogy a portok között van egy kismértékű (10%) áthallás is.



2.8. ábra. A kábelvégről történő reflexió esetén kapott Smith chart, a kör sugarának és a körív nevezetes pontjainak bejelölésével. Az ábrához tartozó kísérleti elrendezést is mutatjuk. A vízszintes és függőleges tengelyek a sugár egységeiben vannak mérve.

a 2.5a. ábrai áramkörrel történő lezárás esetére mutatjuk a reflexió tényező képzetes részét a valós rész függvényében. Jól láthatóan kör alakul ki, aminek a frekvencia a paramétere. Az optimális (vagy kritikus) csatolás esetén a kör átmegy a Smith chart origóján.



2.9. ábra. A reflexió tényező valós és képzetes részei ábrázolva egymás függvényében 2.5a. áramkör esetére az impedancia illesztés három esetére. A körök paramétere a frekvencia, aminek a határértékeit bejelöltük.

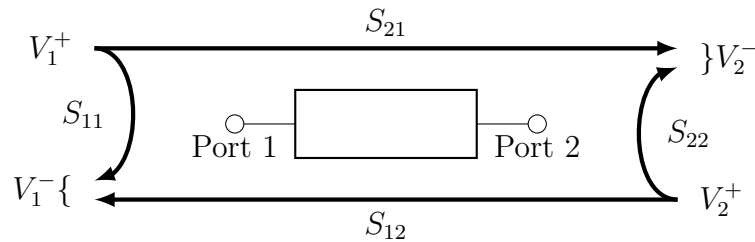
A 2.9. ábrán a 2.5a. ábrai áramkörrel történő lezárás esetére mutatjuk a reflexió tényező képzetes részét a valós rész függvényében. Jól láthatóan kör alakul ki, aminek a frekvencia a

paramétere. Az optimális (vagy kritikus) csatolás esetén a kör átmegy a Smith chart origóján.

## 2.6. A vektor hálózat analízátor

A vektor hálózat analízátorok<sup>6</sup> (VNA) a legtöbb nagyfrekvenciás laborban manapság alapfelszerelésnek számítanak. Elnevezésük abból ered, hogy segítségével szinte tetszőleges nagyfrekvenciás elektromos hálózat frekvenciafüggő transzmissziója és reflexiója vizsgálható. A vektor szó arra utal, hogy szemben egy skalár hálózat analízátorral (pl.: spektrum analízátor) szemben képes az amplitúdó mellett a fázis változást is lekövetni.

A VNA-k vizsgált hálózatok úgynevezett S-paramétereit mérik. Ezen S-paraméterek a hálózatra jellemző szórási mátrix<sup>7</sup> elemei, és kapcsolatot teremtenek az egyes portokra beérkező és onnan reflektált jel között. Egy  $n$  portos hálózat tehát  $n^2$  S-paraméterrel rendelkezik. Tekintsük példaképp az alábbi kétportos hálózatot.



2.10. ábra. Egy tetszőleges kétportos hálózat S-paramétereit szemléltető ábra. Az  $i$  portra betáplált feszültségek rendre  $V_i^+$ , míg a port felől jövő jel  $V_i^-$ -ként van jelölve.

Az 1-es portra betáplált  $V_1^+$  AC feszültség a bemeneten reflektálódhat és  $V_1^-$  jelként a bemenő jellel ellentétes irányba folytathatja a terjedést, illetve a hálózaton átjutva  $V_2^-$  feszültségként megjelenhet a 2-es porton. A folyamat során feltételeztük, hogy a 2-es portra nem érkezik bemenő jel ( $V_2^+ = 0$ ). Hasonló jelenség játszódik le, amennyiben a 2-es portról kap táplálást a hálózat. Az S-paraméterek általános definíciója tehát az alábbiaképp adható meg:

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0 \quad \forall k \neq j}, \quad (2.15)$$

vagyis  $S_{ij}$  megadja, hogy a  $j$  portra betáplált jel mekkora hányada jelenik meg az  $i$  porton. Vegyünk észre, hogy az  $i = j$  esetben az S-paraméter nem más mint az adott portra vonatkozó reflexiókoefficiens. Az  $i \neq j$  esetben az úgynevezett transzmissziós koefficiensről beszélünk.

A vektor hálózat analízátorok általában két porttal rendelkeznek, melyek ki- és bemenetként funkcionálnak egyszerre. A portok egy speciális duplexerrel<sup>8</sup> vannak ellátva, mely leválasztja a portra beérkező jelet a kiadott jeltől. A működés során a kiadott jel is folyamatosan visszamérésre kerül, ez teszi lehetővé az S-paraméterek direkt mérését. A leválasztott beérkező jel a lock-in elvhez hasonlóan kerül demodulálásra, majd az eszköz digitalizálja és elvégzi rajta a szükséges matematikai műveleteket.

A laborgyakorlat során használt VNA csak egy beépített jelforrással rendelkezik, így csak az  $S_{11}$  és  $S_{21}$  paraméterek mérését teszi lehetővé.

<sup>6</sup>Vector Network Analyzer

<sup>7</sup>scattering matrix

<sup>8</sup>Úgynevezett iránycsatolóval.

## 3. fejezet

# Mérési feladatok

A mérést két alkalomra bontva fogjuk elvégezni.

### 3.1. Kábelvégi reflexió vizsgálata (első mérési alkalom)

#### 3.1.1. Oszilloszkóppal

Itt oszilloszkóppal mérjük meg a kábelvégi reflexió hatását a forrás kimenetére. A mérőeszközök rövid leírását a D. függelék tartalmazza.

1. Vegyük fel oszilloszkóp segítségével a nagyfrekvenciás jelgenerátor kimenetének feszültségét a lezáró impedancia négy esetére ( $0$ ,  $50 \Omega$ ,  $93 \Omega$  és szakadás) a frekvencia ( $0.001$  MHz- $15$  MHz) függvényében a mérőprogrammal. (Segítség: BNC T a forrás kimenetén, egyik vége oszilloszkópon minél rövidebb kábellel  $50 \Omega$  lezárva, másik végén egy ismert hosszúságú BNC kábel. A forrás 2-es kimenetére triggereljük az oszilloszkópot.

A mérőprogramban az `rflabor f1 f2 N` paranccsal tudjuk a frekvenciát  $f_1$  és  $f_2$  között  $N$  pontban változtatva rögzíteni az oszilloszkóp 1-es csatornáján mért jel nagyságát és az 1-es és 2-es csatornán mért jel egymáshoz viszonyított fázisát. A frekvenciákat Hz-ben kell megadni, a program normál alakot is elfogad.

A `save` paranccsal tudjuk elmenteni a mérésünk eredményét.

A `readscope` paranccsal fel tudjuk venni az oszilloszkópon éppen látható jelet.

A mérést ismételjük meg egy további, különböző hosszúságú kábellel is! Milyen függvény szerint alakul felvett karakterisztika frekvenciafüggése? Segítség: az oszilloszkóp a peak-to-peak feszültséget olvassa ki.

2. A kapott görbék segítségével határozzuk meg a kábelbeli jel terjedési sebességét. Ebből határozzuk meg a BNC kábelban lévő dielektrikum  $\epsilon_r$  relatív dielektromos állandóját ( $\mu_r = 1$ ). A kapott eredményt hasonlítsuk össze tipikus koax kábelekben használt dielektrikumok permittivitásával! Írjuk le röviden, hogy a módszer hogyan használható egy elszakadt kábelben a szakadás helyének meghatározására.

#### 3.1.2. Duplexerrel

Itt a *hybrid magic tee* (Tee a továbbiakban) segítségével vizsgáljuk a kábelvégi reflexiót. A vizsgált frekvenciatartomány:  $2$ - $20$  MHz.

3. A Tee bekötése:  $A$  - a forrás,  $D$  - a oszilloszkóp CH2 (trigger forrás),  $50 \Omega$ -os lezárással,  $C$  - az oszilloszkóp másik bemenete, CH1  $50 \Omega$ -mal lezárva. Ekkor a CH1

és CH2-n ellentétes fázisú jelet kell látunk, amit vegyünk is fel (*readscope* parancs)! A következő esetben: *A* - a forrás, *D* - oszcilloszkóp CH2, 50 Ohmos lezárással, *C* - 50 Ohmmal lezárva, *B* - az oszcilloszkóp másik bemenete, CH1 50 Ohmmal lezárva. Ideális esetben ekkor 0 jelet kellene látnunk, azonban a duplexer tökéletlensége miatt mégis látunk egy kis jelet CH1-en, amit vegyünk is fel!

4. A Tee segítségével vegyük fel a kábel végéről visszavert jel nagyságát a frekvencia függvényében 2-15 MHz között, úgy mint az előző feladatban, de a *C*-re a reflexióra bevizsgált kábelt helyezük, rövidre zárva, lezáratlanul és 50 Ohmmal lezárva. Milyen az oszcilloszkóp CH1-en mért jele a frekvencia függvényében erre a három esetre? Látható-e a felvett karakterisztikában az előző feladatban mért állóhullámkép és ezt mi indokolja?
5. Ismételjük meg a mérést a 0.001 MHz-2 MHz frekvenciatartományon! Magyarazzuk látott karakterisztika alacsony frekvenciás viselkedését! Segítség: duplexer belső felépítéséről a *C*. függelékben találunk egy rövid összegzést.
6. Vizsgáljuk meg, hogy 10 MHz-es frekvencián a CH1 csatornán látható jelhez képest hogyan változik CH2-n látható jel fázisa akkor, amikor a kábel végét rövidre zárjuk, vagy lezáratlanul hagyjuk. Ehhez vegyük fel e két esetre az oszcilloszkóp jelét az időfüggvényében (*readscope* parancs)!

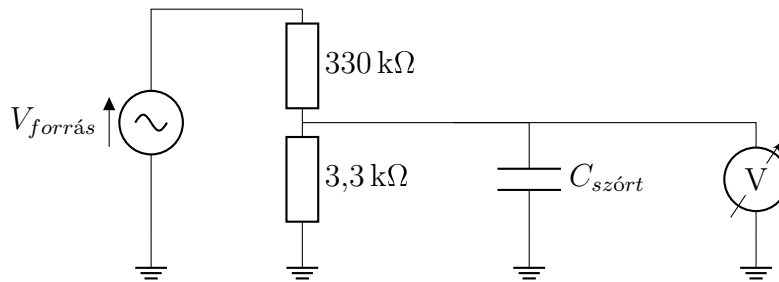
### 3.1.3. Pulzus kábelvégi reflexiójának vizsgálata

7. A jelgenerátoron állítsunk be 1 MHz-es frekvenciájú szinusz jelet. A BURST megnyomása után beállítható, hogy a generátor e jel hány periódusát küldje ki milyen ismétlési idővel. A 4. mérési feladatbeli összeállítást használjuk fel arra, hogy egy hosszú kábel végéről történő reflexiót megmérjük. Az oszcilloszkóp jelét vegyük fel, és a visszavert pulzus időkézésének tekintsük az összetartozó fázisú jelek közti időkülönbséget. Mit látunk a rövidzár, szakadás és 50 Ohmos lezárás eseteire? Az impulzus visszaverődési idejéből határozzuk meg a kábelbeli fénysebességet és a relatív dielektromos állandót. A kapott eredményeket hasonlítsuk össze a 2. mérési feladat eredményével. Próbáljuk ki ugyanezt, ha nem szinusz, hanem négyszögjelet használunk, és az így kapott jelalakokat is vegyük fel!
8. Megfelelő átalakító segítségével csatlakoztassuk a rövid banán-BNC kábelt egy ismert hosszúságú, hosszú BNC kábelhez. Ekkor egy olyan kábelünk lesz, melyben lokálisan megváltozik a hullámimpedancia. A csatlakoztatás pozícióját jegyezzük fel! A kábel végét zárjuk le 50  $\Omega$ -mal, majd hasonlóan az előző feladathoz vegyük fel a kábelről reflektálódó pulzus időkézését és határozzuk meg a hullámimpedancia megváltozásának helyét! A kapott eredményt hasonlítsuk össze a csatlakoztatás valós pozíciójával!

## 3.2. Szórt kapacitás mérése koaxiális kábelen (első alkalom)

9. Egy koaxiális kábel két vezetője egy kis kapacitású kondenzátort alakít ki. A kapacitás értéke arányos a kábel hosszával. Rakjuk össze az ábrán látható kapcsolást egy tetszőleges hosszúságú kábellel! A mérőprogram segítségével mérjük meg az átviteli karakterisztikát a frekvencia függvényében. A mérést ismételjük meg további két, különböző hosszúságú kábellel!

A felvett adatsorokból állapítsuk meg a szűrő letörési frekvenciáját, ebből pedig az elrendezés kapacitását! A kapott kapacitás-kábelhossz adatokból állapítsuk meg a hosszegység-



3.1. ábra. Kábel szórt kapacitásának mérésére alkalmas összeállítás

re eső kapacitást! A kapott eredmény hogyan aránylik tipikus BNC kábelek hosszegységre eső kapacitásához?

### 3.3. A lezáró impedancia vizsgálata VNA-val(második alkalom)

10. A 2.5 ábrán látható áramkört egy minél rövidebb BNC kábel segítségével csatlakoztassuk a NanoVNA 1-es portjára. Indítsuk el a NanoVNA alkalmazást és csatlakozzunk a VNA-hoz. A *STIMULUS* panelen álljunk a 10 MHz-es frekvencia néhány MHz-es környezetére. A *DATA* panelen állítsunk be másodpercenkénti automatikus kiolvasást. Az alsó *Chart format* legördülő listából válasszuk ki a *Smith S11* megjelenítési formát.

Ekkor az eszköz másodpercenként kiolvassa a megadott frekvenciatartományon az 1-es portra beérkező reflektált jelet, melyet Smith chart formátumban meg is jelenít. A kiolvasott jelet figyelve  $C_M$  trimmer kondenzátor állításával érjünk el alul-, túlcsatolt és impedancia illesztett esetet. Az ezen értékekhez tartozó jelalakokat mentjük el és a jegyzőkönyvben ábrázoljuk közös koordináta rendszerben Smith-chart és frekvencia- $|S_{11}|$  formátumban.

11. Az impedancia illesztett állapothoz tartozó trimmer kondenzátor állásában **válasszuk le a lezárást a VNA-ról**, majd egy multiméter segítségével az áramköri doboz hátulján található banáncsatlakozókon keresztül mérjük le a kondenzátor kapacitását. A kapacitásmérés során használt vezetékek parazitakapacitása párhuzamosan hozzáadódik a mért értékhez, így a dobozhoz való csatlakoztatás előtt olvassuk le a multiméter által mutatott kapacitásértéket, mellyel később kompenzáljuk a végeredményt. Ismerve az áramköri doboz többi elemének értékét számítsuk ki, mekkora  $C_M$  érték felel meg a valós  $50\Omega$ -os eredő impedanciának! Az elméleti és mért értéket hasonlítsuk össze!

### 3.4. Mérések VNA-val (második alkalom)

12. A különböző kapcsolásokat tartalmazó próbapanelen mérjük meg három különböző kapcsolat  $S_{11}$  karakterisztikáját! A kábelek panelhez való csatlakoztatásához kérjük a mérésvezető segítségét! A felvett adatsorokat ábrázoljuk Smith chart és  $f - |S_{11}|$  formátumban! Utóbbi esetben ismerve a kapcsolat eredő impedanciájára vonatkozó formulát függvényillesztés segítségével határozzuk meg az áramköri elemek értékeit!

### 3.5. A lezáró impedancia vizsgálata oszcilloszkóppal

Ezen feladat arra az esetre van, ha nem állna rendelkezésre a VNA.

13. A 2.5 ábrán látható áramkört csatlakoztassuk a Tee segítségével a forrásra az eddigi ismeretek alapján úgy, hogy az áramkorról történő reflexiót vizsgálhassuk. Állítsuk be a  $C_M$  trimmer kondenzátor értékét úgy, hogy az áramkorról minimális legyen a reflexió egy adott frekvencián! Ekkor olyan reflexiós görbét kellene kapnunk mint amit a 2.6. ábrán mutatunk. Segítség: állítsuk a  $C_M$ -et úgy, hogy kb. 30 pF-on legyen, ekkor látnunk kell egy reflexió minimumot 9 MHz körül. Közel erre a frekvenciára álljunk rá, és a jelgenerátor frekvenciája és a trimmer kondenzátor együttes állításával érjük el, hogy a minimális reflexió értéke kisebb legyen mint a minimumtól távoli frekvencián mért reflexió 10 %-a! Alternatív, bár lassabb módszer az, ha folyamatosan a *freswe* paranccsal felvesszük a reflexiót úgy, hogy közben a  $C_M$  értékét változtatjuk, ekkor a 2.6. ábrán mutatottakhoz hasonló görbéket figyelhetünk meg.
14. Vegyük fel az áramkorról reflektáló jelet a frekvencia függvényében legfeljebb 1-2 MHz szélességben! Olvassuk le nagyjából a dobozról a  $C_M$  értékét. Számítsuk ki, hogy mekkora  $C_M$  érték mellett lesz az áramkör impedanciája  $50 + i \cdot 0 \Omega$  ( $f = 9.5$  MHz,  $C_T = 220$  pF,  $L = 1.15 \mu\text{H}$ ,  $R = 0.5 \Omega$ .), és hasonlítsuk össze a két értéket.

### Köszönetnyilvánítás

Köszönöm a jegyzet gondos átolvasását, javítását és az észrevételeket Bernáth Bencének, Butykai Ádámnak, Gombkötő Balázsnak, Gyüre Balázsnak, Karsa Anitának és Márkus Bencének. Fülöp Ferencnek és Halbritter Andrásnak köszönöm a laborjegyzet elkészítésében és a mérési feladatok összeállításában nyújtott támogatásukat.

### Ajánlott irodalom

Budó Ágoston: Kísérleti fizika II.  
Simonyi Károly: Elméleti villamosságtan  
David M. Pozar: Microwave Engineering (4th Ed.)

# A. függelék

## A reflexiós tényező származtatása

Korábban láthattuk, hogy a kábelen egy irányban haladó jelre a feszültség és áram aránya minden időpillanatban és a kábel minden helyén a  $Z_0$  hullámimpedancia. Azonban amikor a kábel vége egy tetszőleges  $Z_1$  impedanciával van lezárva, akkor a lezáráson a feszültség és áram hányadosának ekkora értéket kell felvennie. Ezért alakul ki reflektált hullám, mert ez biztosítja, hogy a lezáráson ez a feltétel matematikailag fennálljon.

Vegyük fel úgy az  $x$  koordinátát, hogy a lezáráson legyen  $x = 0$ . Erre az esetre A 2.4 távíróegyenletek megoldásai két egymással szemben terjedő haladó hullám mind a feszültségre mind az áramra, úgy, hogy a két iránybeli amplitúdók nem feltétlenül azonosak:

$$U(x) = U_0^+ e^{i(\omega t + kx)} + U_0^- e^{i(\omega t - kx)} \quad (\text{A.1})$$

$$I(x) = \frac{U_0^+}{Z_0} e^{i(\omega t + kx)} - \frac{U_0^-}{Z_0} e^{i(\omega t - kx)}, \quad (\text{A.2})$$

ahol  $U_0^+$  és  $U_0^-$  a lezárás felé, ill. attól távolodva haladó hullám. Vegyük észre az áram kifejezésében a második tag negatív előjelét, ami a távíróegyenletből adódik. Ennek a megoldásnak teljesítenie kell az  $\frac{U(x=0)}{I(x=0)} = Z_1$  feltételt, azaz:

$$Z_1 = \frac{U_0^+ + U_0^-}{U_0^+ - U_0^-} Z_0, \quad (\text{A.3})$$

amiből adódik a visszavert hullám amplitúdójára:

$$U_0^- = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} U_0^+. \quad (\text{A.4})$$

Ebből közvetlenül adódik a korábbiakban bevezetett  $\Gamma$  reflexiós tényező, ami a 2.14 képlet szerinti eredmény.



## B. függelék

# Érdekességek a témakörből

### B.1. A kábelek impedanciaillesztésének szerepe

A reflexiókat kábelvégi szakadások vizsgálatára lehet felhasználni. Kémregényekben ezzel a módszerrel vizsgálják meg, hogy egy kábelra valaki rámért-e, ill. azt is meg lehet vele határozni, hogy hol történt a rámérés. A mérés lényege, hogy akár mennyire is kis perturbációként történik meg a kábelra a rámérés, az meg fogja változtatni egy adott ponton a vezeték hullámimpedanciáját, ami a kábelről történő reflexió megváltozásához vezet. A rámérés helye a frekvenciafüggő reflexiók együtthatóiból határozható meg.

A fizikában semmi sem véletlen: ha két fizikai állandóból származtatható egy adott dimenziójú harmadik állandó, akkor annak legtöbbször van valami fizikai tartalma. Így van ez pl. a fluxuskvantummal ( $h/2e$ ), vagy a Bohr-magnetonnal ( $e\hbar/2m_e$ ), melyek a megfelelő fizikai mennyiségek kvantumai. Ismert a  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  összefüggés, ami a fénysebesség és az elektromágneses egységek kapcsolatát írja le. Hasonlóan, a  $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  mennyiségnek is van fizikai tartalma. Ennek dimenziója Ohm, értéke kb.  $377 \Omega$  és a vákuum impedanciájának nevezzük.

A vákuum hullámimpedancia fizikai jelentése a következő. Az elektromos és mágneses térerősségek hányadosából vákuumban terjedő elektromágneses sugárzásra:  $Z_0 = |\mathbf{E}|/|\mathbf{H}| = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  ez azt jelenti, hogy a vákuumba kisugárzó és onnan vevő antennáknak ilyen impedanciával kell ideálisan rendelkeznie. Másfelől ez az összefüggés, összehasonlítva a koaxiális kábelekkel azt jelenti, hogy utóbbiban kisebb az elektromos tér nagysága a mágneseshez képest mint a szabad térben terjedő elektromágneses sugárzás, ennek elsődleges oka, hogy a koaxiális kábelekben  $\epsilon_r > 1$  (tipikusan 2.5 körüli).

Láttuk a bevezetőben, hogy a jelterjedés számára előnyös a koaxiális kábelek használata, azonban néhány helyen, pl. audioteknikában, távközlésben találkozunk egyéb preferált impedanciákkal pl. 8, 150, vagy 600  $\Omega$ . Mindezeknek történeti háttere van, pl. a 600  $\Omega$  oka, hogy a hagyományos, nem koaxiális távíró vonalaknak (két rézdrót egymástól 1 láb távolságra) ekkora volt a hullámimpedanciája. Az első távolsági telefonok ezeket a vezetéseket használták, ezért egy időben a 600  $\Omega$  volt a távközlési sztenderd. Később a csavart rézdrótpár terjedt el aminek 150  $\Omega$  a hullámimpedanciája. Napjainkban igen elterjedt az ún. UTP (*unshielded twisted pair*) kábel a számítógépes hálózati alkalmazásokhoz, melynek 100  $\Omega$  a hullámimpedanciája.

A koaxiális kábelek elterjedésével felmerült a kérdés, hogy melyik hullámimpedancia legyen a sztenderd. Érdekes módon erre nem kapunk egyértelmű választ, több forrásból merítve<sup>1</sup> a következő történetet találjuk.

---

<sup>1</sup>[http://www.highfrequencyelectronics.com/Archives/Jun07/HFE0607\\_Editorial.pdf](http://www.highfrequencyelectronics.com/Archives/Jun07/HFE0607_Editorial.pdf)  
<http://www.rfcafe.com/references/electrical/history-of-50-ohms.htm>  
<http://www.microwaves101.com/encyclopedia/why50ohms.cfm>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Coaxial\\_cable](http://en.wikipedia.org/wiki/Coaxial_cable)

A hullámimpedancia három egymástól független, technikailag fontos paraméterben jelenik meg: a maximális teljesítményátvitelben (optimális ha  $Z_0 = 30 \Omega$ ), a nagyfeszültségű elektromos letörés maximumában (optimális ha  $Z_0 = 60 \Omega$ ), és az átvitt jel veszteségének minimumában (optimális ha  $Z_0 = 77 \Omega$ ). A korai (1920-as évek) rádiófrekvenciás gyakorlatban a források teljesítménye alacsony volt, ezért a  $77 \Omega$ -os kábelek terjedtek el. Mivel nem léteztek jó és rugalmas dielektrikumok, ezért a vezetékek két egymásba helyezett koaxiális csőből álltak, melyeket levegő töltött ki.

50 Ohmos vezetéket kapunk ha egy 3/4 colos rézcsövet egy 2 colos rézcsőbe helyezünk (mindkettő elterjedt méret az USA-ban), ezért ez a megoldás az 1930-as évektől elterjedt a nagyteljesítményű rádiófrekvenciás adások kisugárzására. Amikor egy  $77 \Omega$ -os vezetéket feltöltünk polietilénnel ( $\epsilon_r = 2.3$ ) akkor az impedanciája  $51 \Omega$  lesz, ami szintén az  $50 \Omega$  felé mutat. Egy másik szempont az, hogy a két fent említett érték,  $30$  és  $77 \Omega$ , számtani közepe  $53,5 \Omega$ , mértani közepe  $48 \Omega$ , ezért az  $50 \Omega$  egy jó kompromisszum a veszteség és teljesítményátvitel között: ugyanazzal a kábellel tudunk nagyenergiájú jelet adni és venni. Egy érdekes szempont még az, hogy egy koaxiális kábel amire a belső vezető és külső árnyékolás átmérőjének aránya ránézésre "szép", kb.  $50 \Omega$ -os hullámimpedanciájú lesz.

Az  $50 \Omega$  elterjedtsége ellenére találunk még gyenge video jelek átvitelénél  $75 \Omega$ -os kábelt, ami a veszteségre optimális, ill.  $93 \Omega$ -os kábelt pl. számítógép és monitorok összekötésére. A  $93 \Omega$ -os hullámimpedanciájú kábelnél a hosszegységre eső kapacitás a legalacsonyabb, ezért ennek a nagyfrekvenciás levágási frekvenciája a legnagyobb. Emiatt a négyszögjelek is jobban, torzításmentesen kerülnek átvitelre.

## B.2. Egyéb példák impedanciaillesztésre, mechanika és optikai területéről

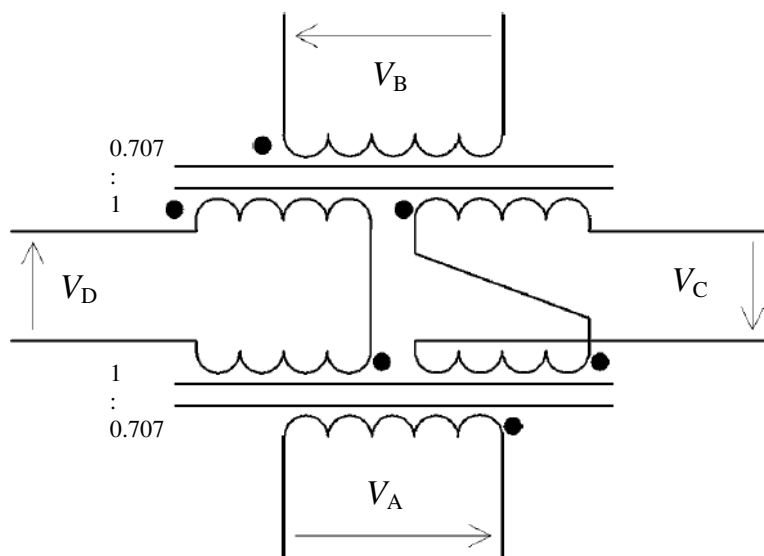
Impedanciaillesztéssel nem csak kábelekben terjedő elektromágneses hullámok, hanem fény és hanghullámok esetén is találkozhatunk. Hanghullámok terjedésekor nagyon különböző törésmutatójú közegek határára érkeve a hanghullámok visszaverődnek, ahelyett, hogy áthaladnának. Az orvosi ultrahangos vizsgálatokban használt zselé tölti be azt a szerepet, hogy az emberi test és a hanghullámot adó berendezés között illeszti az impedanciát. A bizonyos hangszereken található tölcser és a hangszórók geometriai kialakítása is a hangadó és a környező levegő közötti impedancia illesztést végzik.

Az egyik sokat vizsgált mechanikai példánkban, két test rugalmas ütközésekor, a maximális energiaátadás a két test között akkor történik meg, amikor a két test tömege egyenlő. Ez is felfogható, mint "mechanikai impedancia illesztés".

Optikai problémáknál azt találjuk, hogy a fény visszaverődik olyan közegek határáról, melyek törésmutatója nem azonos. A törésmutató,  $n$ , reciprokát azonosíthatjuk az optikai vagy hullámimpedanciával:  $Z = n^{-1}$ . Az  $n_1$  törésmutatójú közegből  $n_2$  törésmutatójú közegbe haladó hullámra a reflektált hullám amplitúdójára azt kapjuk, hogy  $r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$ . Ezt az összefüggést az optikában Fresnel-egyenletekként ismerik. Egy hétköznapi példája a szemüvegek lencséről történő reflexió (csillogás) ami megfelelő, ún. *antireflex* burkolattal szüntethető meg. Ebben az esetben az antireflex réteg végzi az impedanciaillesztés szerepét.

## C. függelék

### A rádiófrekvenciás duplexer



C.1. ábra. Az esetünkben használt rádiófrekvenciás duplexer megvalósítása. A fekete pontok a transzformátorok tekercsein az azonos fázisban lévő pontokat mutatják. Vegyük észre, hogy a menetszámok aránya nem 1:1, hanem minél jobban megközelíti az  $1 : 1/\sqrt{2}$  arányt.

A rádiófrekvenciás duplexer megvalósításának sémáját a C.1. ábrán mutatjuk. Lényege, hogy a feszültségeket ferritmagos transzformátorokkal választjuk a portok között szét, vagy éppenséggel egyesítjük két port bemenő jelét. A transzformátorok tulajdonsága alapján az egyes portokon mérhető feszültségek között a következő összefüggések adódnak:

$$V_A = (V_D - V_C) / \sqrt{2} \quad (\text{C.1})$$

$$V_B = (V_C + V_D) / \sqrt{2} \quad (\text{C.2})$$

$$V_C = (V_B - V_A) / \sqrt{2} \quad (\text{C.3})$$

$$V_D = (V_A + V_B) / \sqrt{2}. \quad (\text{C.4})$$

Látható, hogy ezen feszültségek közötti összefüggések éppen annak a sematikának felelnek meg, amit a 2.7. ábrán mutatunk. Tehát pl. a  $C$  port feszültsége az  $A$  és  $B$  portok feszültségeinek különbsége. Az energiamegmaradást megvizsgálva azt láthatjuk, hogy ha pl.  $A$  és  $B$  portokon érkezik be jel, akkor az a  $C$  és  $D$  portok között oszlik el, de nem egyenlően hanem

attól függő intenzitás aránnyal, hogy a két jel fáziskülönbsége mekkora egymáshoz képest. Ha a fáziskülönbség éppen  $\pi/2$ , akkor az intenzitások egyenlően oszlanak el.

## D. függelék

### A mérőeszközök használata

**Tektronix oszcilloszkóp.** A digitális oszcilloszkóp alapvető használatát ismertnek tételezzük fel. A *trigger* gomb megnyomása után választható ki a csatorna amire triggerelünk (kijelző alatti gombokkal érhető el a trigger menü almenüjei), a *vertical menu*-ben a kijelzőtől jobbra elhelyezett gombokkal tudjuk a megfelelő kijelzett csatornákat beállítani. Célszerű a forrásból kijövő referencia jelre triggerelni, vagy a duplexerrel történő méréseknél a duplexer referencia (általában *D*) kimenetére. Az oszcilloszkóppal akkor tudjuk a lehető legkisebb hibával megmérni a feszültséget ha a mérendő jel éppen kitölti a képernyőt, vagy annál kismértékben (maximum 20%) nagyobb. A frekvencia beállítás akkor optimális ha a szinuszos jel néhány (2-5) periódusát látjuk.

**A Siglent SDG1025 jelgenerátor.** A megfelelő jelalak az erre dedikált funkciógombokkal érhetőek el. A függvény paraméterei (*frequency*, *amplitude* stb.) a kijelző melletti gombok megnyomása után megadható. A két csatorna közti váltást a *CH1/2* gombbal tudjuk megtenni. A beállított jelalak kimeneten való megjelenítéséhez a kimeneti csatlakozók feletti *Output* gombokat kell megnyomni.

**A mérőprogram.** A Desktopon lévő *RF\_Labor.Ink* nevű parancsikont elindítva a program menüsora alatt találunk egy parancssort (command line) ahová az **rflabor**, **readscope** vagy **save** parancsokat írhatjuk be.

Az **rflabor** paranccsal mérhetjük meg a frekvencia sweepet. A program beállítja a generátort a megfelelő értékekre, majd mindig kiolvassa az oszcilloszkóp 1-es csatornájára kötött jel nagyságát, majd az 1-es és 2-es csatorna közti fáziskülönbséget. A parancs elindításához 3 paraméter szükséges, melyeket egy szünettel kell elválasztani: a kezdő frekvencia, a végső frekvencia és a mérési pontok száma.

A **readscope** paranccsal beolvashatjuk az oszcilloszkóp által mért jelalakot.

Az **save** paranccsal elmenthetjük a mérésünk eredményeit egy ASCII fájlba.

# E. függelék

## A mérőkód

A mérőkód C# nyelven készült el a Visual Studio 2013-as verzióját használva. A program USB porton keresztül VISA protokolt használva kommunikál a mérőműszerekkel. A VISA protokoll használatakor rövid szöveges parancsokat adunk a műszereknek, amik szintén szöveges üzenetekkel válaszolnak. Példának következik az oszcilloszkópot kiolvasó függvény kódja: A mérőkód C# nyelven készült el a Visual Studio 2013-as verzióját használva. A program USB porton keresztül VISA protokolt használva kommunikál a mérőműszerekkel. A VISA protokoll használatakor rövid szöveges parancsokat adunk a műszereknek, amik szintén szöveges üzenetekkel válaszolnak. Példának következik az oszcilloszkópot kiolvasó függvény kódja:

```
public static Curve read()
{
    Curve r = new Curve();

    double ch1scale = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "CH1:SCAL?"));
    double ch1offset = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "CH1:POS?"));
    double ch2offset = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "CH2:POS?"));
    double ch2scale = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "CH2:SCAL?"));
    double timebase = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "HOR:MAI:SCALE?"));
    double timeoffset = double.Parse(VISA.Query(VISAaddress, "HOR:MAI:POS?"));

    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:SOURCE CH1");
    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:ENC ASCII");
    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:WIDTH 1");
    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:START 1");
    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:STOP 25000");
    string instring1 = VISA.Query(VISAaddress, "CURV?");
    VISA.Write(VISAaddress, "DATA:SOURCE CH2");
    string instring2 = VISA.Query(VISAaddress, "CURV?");

    string[] ch1strings = instring1.Split(',');
    string[] ch2strings = instring2.Split(',');

    for (int i = 0; i < ch1strings.Length; i++)
    r.Add(
        (double)i / (ch1strings.Length) * timebase * 10 + timeoffset - 5 * timebase,
        (double.Parse(ch1strings[i]) - ch1offset * 25) / 25 * ch1scale,
        (double.Parse(ch2strings[i]) - ch2offset * 25) / 25 * ch2scale
    );

    return r;
}
```